



การศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

สุพัตรา ฉลาดเลิศ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี  
ปีการศึกษา 2560  
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยอุบลราชธานี



THE STUDY OF MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING SKILL  
BY USING INQUIRY – BASED LEARNING WITH  
POLYA’S PROBLEM SOLVING PROCESS

SUPATTRA CHALATLOED

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS  
FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE  
MAJOR IN MATHEMATICS EDUCATION  
FACULTY OF SCIENCE  
UBON RATCHATHANI UNIVERSITY  
ACADEMIC YEAR 2017  
COPYRIGHT OF UBON RATCHATHANI UNIVERSITY



ใบรับรองวิทยานิพนธ์  
มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี  
ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์

เรื่อง การศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับ  
กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

ผู้วิจัย นางสาวพัตตรา ฉลาดเลิศ

คณะกรรมการสอบ

รองศาสตราจารย์ ดร.อุทิศ อินทร์ประสิทธิ์

ประธานกรรมการ

รองศาสตราจารย์ ดร.มนกรณ์ วัฒนทวีกุล

กรรมการ

ดร.ศักดิ์ดา น้อยนาง

กรรมการ

อาจารย์ที่ปรึกษา

(รองศาสตราจารย์ ดร.มนกรณ์ วัฒนทวีกุล)

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชริดา ปุกหุต)

คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.อริยาภรณ์ พงษ์รัตน์)

รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการ

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยอุบลราชธานี

ปีการศึกษา 2560

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยผลที่ได้รับจากความกรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำ ความช่วยเหลือ ตลอดจนปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ เป็นอย่างดียิ่งจาก ท่านอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.มนกรณ์ วัฒนทวีกุล จนวิทยานิพนธ์สำเร็จสมบูรณ์ได้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) และโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ที่สนับสนุนส่งเสริมและเปิดโอกาสให้ผู้วิจัยได้เข้ามาศึกษาในระดับปริญญาโท พร้อมทั้งให้การสนับสนุนด้านงบประมาณในการศึกษาและการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ ขอขอบพระคุณผู้บริหาร คณะครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ขอขอบใจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ประจำปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสนมวิทยาคาร อำเภอสนม จังหวัดสุรินทร์ และขอขอบพระคุณผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์ ให้คำแนะนำ ปรึกษาชี้แนะ และให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้

เหนือสิ่งอื่นใดขอกราบขอบพระคุณครอบครัว เพื่อนร่วมรุ่นคณิตศาสตร์ศึกษามหาบัณฑิต และตลอดจนผู้มีพระคุณที่มีส่วนเกี่ยวข้องทุกท่าน ที่ไม่สามารถกล่าวได้หมด ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาและกำลังใจอันดียิ่งจากทุกท่าน คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบและอุทิศแด่ผู้มีพระคุณทุก ๆ ท่าน

สุพัตรา ฉลาดเลิศ

ผู้วิจัย

## บทคัดย่อ

- เรื่อง : การศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา
- ผู้วิจัย : สุพัตรา ฉลาดเลิศ
- ชื่อปริญญา : วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต
- สาขาวิชา : คณิตศาสตร์ศึกษา
- อาจารย์ที่ปรึกษา: รองศาสตราจารย์ ดร.มนกรณ์ วัฒนทวีกุล
- คำสำคัญ : ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ, กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เปรียบเทียบกับผลการจัดการเรียนรู้แบบปกติ และศึกษาความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาโดยใช้การวิจัยแบบกึ่งทดลอง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสนมวิทยาการ จังหวัดสุรินทร์ ประจำภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 54 คน แบ่งกลุ่มตัวอย่างออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 27 คน ดำเนินการวิจัยโดยให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน จากนั้นกลุ่มทดลองได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา และกลุ่มควบคุมได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ แล้วให้ทั้งสองกลุ่มทำแบบทดสอบหลังเรียน และกลุ่มทดลองทำแบบวัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน และแบบวัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติพื้นฐานและการทดสอบที (t-test)

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาในระดับมากที่สุด

## ABSTRACT

TITLE : THE STUDY OF MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING SKILL BY USING INQUIRY – BASED LEARNING WITH POLYA’S PROBLEM SOLVING PROCESS

AUTHOR : SUPATTRA CHALATLOED

DEGREE : MASTER OF SCIENCE

MAJOR : MATHEMATICS EDUCATION

ADVISOR : ASSOC. PROF. MANAKORN WATTANATAWEEKUL, Ph.D.

KEYWORD : MATHEMATICS PROBLEM SOLVING SKILL, INQUIRY–BASED LEARNING, POLYA’ S PROBLEM SOLVING PROCESS

This research aimed to study students’ mathematical problem solving skills using inquiry-based learning with Polya’ s problem solving process compared with traditional learning, and also examined their satisfaction towards inquiry-based learning with Polya’ s problem solving process. A quasi-experimental design method was used to assemble a sample group by purposive sampling from 10<sup>th</sup> grade students of Sanom wittayakarn school in Surin province in the second semester of the 2016 academic year. The research instruments were lesson plans, pre-test and post- test for mathematical problem solving skill, and a satisfactory questionnaire. The sample group of 54 students were separated into two groups ; an experimental group and a control group of 27 each. The students in both groups completed the mathematical problem solving skill pre-test. The experimental group was then taught by inquiry-based learning with Polya’ s problem solving process, and the control group used a traditional teaching approach. After learning, those students completed the mathematical problem solving skill post-test and the students of the experimental group took the questionnaire to evaluate the satisfaction of learning by inquiry-based learning with Polya’ s problem solving process. Data were analyzed by using basic statistics and t-tests.

The results showed that learning using inquiry-based learning with Polya’ s problem solving process was better in developing the students’ mathematical

problem solving skill and better than using traditional learning at .05 level of significance. Moreover, the satisfaction of the students using inquiry-based learning with Polya' s problem solving process was highest.

## สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ	ก
บทคัดย่อภาษาไทย	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ค
สารบัญ	จ
สารบัญตาราง	ช
สารบัญภาพ	ฅ
<b>บทที่ 1 บทนำ</b>	
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญ	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	5
1.3 สมมติฐานของการวิจัย	5
1.4 ขอบเขตของการวิจัย	5
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	6
1.6 นิยามศัพท์เฉพาะ	6
<b>บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง</b>	
2.1 ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	10
2.2 การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ	16
2.3 ความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียนคณิตศาสตร์	20
2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	24
<b>บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย</b>	
3.1 กรอบแนวคิดในการวิจัย	28
3.2 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	29
3.3 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	29
3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล	57
3.5 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	63



## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
<b>บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล</b>	
4.1 ผลการเปรียบเทียบการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่าง กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	66
4.2 ผลการเปรียบเทียบการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียน และหลังเรียนของกลุ่มทดลอง	74
4.3 ผลการวัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับ กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา	79
<b>บทที่ 5 สรุปผล อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ</b>	
5.1 สรุปผลการวิจัย	81
5.2 อภิปรายผลการวิจัย	82
5.3 ข้อเสนอแนะ	85
<b>เอกสารอ้างอิง</b>	<b>86</b>
<b>ภาคผนวก</b>	
ก รายนามผู้เชี่ยวชาญ	93
ข การหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแผนการจัดการเรียนรู้ แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา	95
ค การหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์	98
ง ตัวอย่างการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับ กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา	101
จ แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	130
<b>ประวัติผู้วิจัย</b>	<b>155</b>

## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
3.1	วิธีการดำเนินการวิจัย	28
3.2	แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับกลุ่มทดลอง	31
3.3	ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับกลุ่มควบคุม	34
3.4	แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม	39
3.5	ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม	40
3.6	ตัวอย่างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	46
3.7	เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา: โจทย์ต้องการให้หาอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง	47
3.8	เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา: นักเรียนจะวางแผนแก้ปัญหานี้อย่างไร	49
3.9	เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา: จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด	51
3.10	เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ: ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่	53
3.11	แบบสอบถามวัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา	56
3.12	คะแนนสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ก่อนเรียน)	57
3.13	คะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ก่อนเรียน)	59

## สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
3.14	คะแนนสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (หลังเรียน)	59
3.15	คะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (หลังเรียน)	61
3.16	คะแนนจากการวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา	61
3.17	คะแนนเฉลี่ยจากการวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา	63
4.1	ผลการเปรียบเทียบการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	67
4.2	ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	70
4.3	ผลการเปรียบเทียบการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน ของกลุ่มทดลอง	75
4.4	ผลการวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา	79
ข.1	ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา จำนวน 5 แผนการจัดการเรียนรู้	96
ค.1	ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน	99
ค.2	ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน	100

## สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
3.1	ตัวอย่างการให้คะแนน สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา: โจทย์ต้องการให้หาอะไร และโจทย์กำหนดอะไร มาให้บ้างที่มีคะแนนเป็น 0, 1, 2 และ 3 คะแนน ตามลำดับ (ก่อนเรียน ข้อที่ 5)	48
3.2	ตัวอย่างการให้คะแนน สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา: นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร ที่มีคะแนนเป็น 0, 1, 2 และ 3 คะแนน ตามลำดับ (หลังเรียน ข้อที่ 1)	50
3.3	ตัวอย่างการให้คะแนน สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา: จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียดที่มีคะแนนเป็น 0, 1, 2 และ 3 คะแนน ตามลำดับ (หลังเรียน ข้อที่ 2)	52
3.4	ตัวอย่างการให้คะแนน สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ: ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่ ที่มีคะแนนเป็น 0, 1, 2 และ 3 คะแนน ตามลำดับ (หลังเรียน ข้อที่ 1)	54
4.1	คะแนนเฉลี่ยทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนระหว่าง กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	67
4.2	ตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียน K8 สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของกลุ่มทดลอง ข้อที่ 3	68
4.3	ตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียน O16 สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของกลุ่มควบคุม ข้อที่ 3	69
4.4	คะแนนเฉลี่ยทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่าง กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม	71
4.5	ตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียน K8 สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลอง ข้อที่ 2	72
4.6	ตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียน O16 สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มควบคุม ข้อที่ 2	73
4.7	คะแนนเฉลี่ยทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียน และหลังเรียนของกลุ่มทดลอง	75

## สารบัญญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
4.8	ตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียน K9 สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ข้อที่ 1	76
4.9	ตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียน K9 สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ข้อที่ 3	78

## บทที่ 1

### บทนำ

#### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญ

วิชาคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อกระบวนการเรียนรู้ ผู้เรียนจะไม่สามารถเรียนรู้เนื้อหาใหม่ได้ดี ถ้าผู้เรียนขาดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ ที่นำไปสู่กระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง และเป็นที่มาของคำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละคนมีความแตกต่างกัน อันเนื่องมาจากการได้รับการฝึกฝน และการรับรู้ที่แตกต่างกัน กระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละคนจึงแตกต่างกันด้วย ดังนั้นผู้ที่มีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์น้อยจึงควรได้รับการฝึกฝน และพัฒนาตนเองให้มากขึ้น เพื่อจะได้มีความชำนาญและคุ้นชินกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล กระบวนการคิด และการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่ช่วยสร้างเสริมให้ผู้เรียนมีเหตุผล มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณและเป็นระบบ ตลอดจนมีทักษะการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ซึ่งเป็นประโยชน์ในการดำเนินชีวิตประจำวัน ยิ่งไปกว่านั้นคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือสำคัญในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550)

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เปิดโอกาสให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ซึ่งหนึ่งในสาระที่สำคัญคือทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 5 ทักษะ ได้แก่ 1) ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2) ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 3) ทักษะการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ 4) ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และ 5) ทักษะความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ (กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) ซึ่งทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของบุคคลในการที่จะนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ให้เกิดประโยชน์ จึงเป็นเครื่องมือของนักเรียนในการทำให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความหมายและมีคุณค่ามากกว่าเป็นเพียงวิชาที่ประกอบด้วยสัญลักษณ์และขั้นตอนการแก้ปัญหาในห้องเรียน ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์จึงเป็นของคู่กัน และเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาในชีวิตจริง (อัมพร ม้าคะนอง, 2547)

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 (กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2544) ได้ให้ความสำคัญของการแก้ปัญหาโดยกำหนดให้การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่สำคัญและจำเป็นอันดับแรก

ของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ เพราะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ ช่วยกระตุ้นการเรียนรู้และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน นอกจากนี้การแก้ปัญหายังช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนคติ หลักการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ความสำเร็จในการแก้ปัญหาก็ก่อให้เกิดการพัฒนาคุณลักษณะที่ต้องการแก่ผู้เรียน เช่น ความใฝ่รู้ ความอยากรู้อยากเห็น (กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2544) เช่นเดียวกับสมาคมผู้สอนคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1980) ได้เสนอให้การแก้ปัญหาเป็นจุดเน้นที่สำคัญของหลักสูตร เป็นเป้าหมายแรกของการเรียนการสอน และเป็นส่วนสำคัญของกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้การเรียนรู้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2550)

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันจำเป็นต้องเน้นให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะในการแก้ปัญหา เนื่องจากการแก้ปัญหามีความเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของมนุษย์ เพราะการที่มนุษย์จะประสบความสำเร็จในเรื่องใดเรื่องหนึ่งนั้นจะต้องพบเจอกับปัญหาและจะต้องหาวิธีแก้ปัญหา เพื่อให้บรรลุเป้าหมายนั้นเสมอ จะเห็นได้ว่าทักษะการแก้ปัญหามีความสำคัญและจำเป็นต่อการพัฒนาอย่างยั่งยืน ดังนั้นครูควรเลือกวิธีการสอนที่สามารถนำมาจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อก่อให้เกิดการพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาให้กับผู้เรียน การจัดการเรียนการสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา นอกจากจะสอนให้ผู้เรียนสามารถหาคำตอบที่ถูกต้องของปัญหาได้แล้ว ยังเป็นการส่งเสริมและฝึกให้ผู้เรียนได้รู้จักค้นพบวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยผ่านกระบวนการคิด การวิเคราะห์ การทำความเข้าใจกับสิ่งที่โจทย์ถาม เพื่อค้นหาวิธีการไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง โพลยา (Polya, 1957) ได้เสนอขั้นตอนวิธีสอนแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา (Carrying out the plan) และขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ (Looking back) จะเห็นว่าวิธีการสอนแก้ปัญหาของโพลยา มีขั้นตอนที่ชัดเจนที่จะสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและนำไปสู่ทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี ซึ่งสอดคล้องกับ อัจฉราภรณ์ บุญจวง (2551: บทคัดย่อ) ซึ่งได้ทำการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของ Polya กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 27 คน ใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการ ผลการการวิจัย พบว่า นักเรียนทำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาในชั้นทำความเข้าใจปัญหาได้มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 91.48 รองลงมาคือขั้นวางแผนการแก้ปัญหา คิดเป็นร้อยละ 75.56 และขั้นที่ได้คะแนนน้อยที่สุด คือขั้นตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ คิดเป็นร้อยละ 58.89 และในภาพรวมนักเรียนมีคะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 75.09 และนอกจากนี้ยังพบว่าผลการวิจัยของ

อนุรักษ์ สุวรรณสนธิ (2550) ทำการศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยเน้นขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มเป้าหมายในการวิจัยมีจำนวน 14 คน ผลการวิจัยพบว่า มีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ จำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด แต่นักเรียนได้แสดงพัฒนาการในการแก้โจทย์ปัญหาเมื่อวิเคราะห์จากแบบฝึกหัดท้ายแผนการจัดการเรียนรู้และพฤติกรรมแสดงออกในการทำกิจกรรมตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาตามแผนการจัดการเรียนรู้

การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ (Inquiry Based Learning) เป็นที่รู้จักกันมานานจากพื้นฐานปรัชญาการเรียนรู้ด้วยการปฏิบัติ “Learning by Doing” ของ จอห์น ดิวอี้ (ปาณิสรา จิตรประทักษ์, 2553; อ้างอิงจากวัชรา เล่าเรียนดี, 2550) การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีสืบเสาะเป็นการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ด้วยตนเอง เป็นการจัดการเรียนรู้ตามทฤษฎีการสร้างความรู้ (Constructives Theory) โดยมีองค์ประกอบของการเรียนรู้คือ คำถาม หรือการถามคำถาม (Asking Questions) ซึ่งเป็นหัวใจของการเรียนรู้แบบสืบเสาะ เหมาะสมกับสังคมโลกในปัจจุบันที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วทั้งทางด้านความรู้ ข่าวสารข้อมูล รวมทั้งเทคโนโลยีต่าง ๆ การเรียนรู้ที่เน้นเนื้อหาสาระด้วยการสอนจากครูโดยตรง ไม่เหมาะสมกับความต้องการของสังคมยุคใหม่ ดังนั้นการจัดการศึกษาจึงมุ่งเน้นและให้ความสำคัญต่อวิธีแสวงหาความรู้และจัดการกับความรู้ มีทักษะการคิดความสามารถในการแก้ปัญหาซึ่งต้องอาศัยวิธีในการจัดการเรียนรู้ การเรียนรู้แบบสืบเสาะนั้นเป็นกระบวนการหรือวิธีคิด หรือวิธีแก้ปัญหาที่ผู้เรียนจะต้องมีการสังเกต รวบรวมข้อมูล วิเคราะห์สังเคราะห์ข้อมูลและลงข้อสรุป รวมทั้งการใช้ทักษะการถามคำถาม ตั้งคำถามเพื่อการสืบเสาะและทักษะในการแก้ปัญหาซึ่งทักษะดังกล่าว ถ้ามีการฝึกใช้อย่างสม่ำเสมอผู้เรียนสามารถที่จะประยุกต์ใช้ในอนาคตได้ (ปาณิสรา จิตรประทักษ์, 2553; อ้างอิงจากวัชรา เล่าเรียนดี, 2550) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของหลายท่าน เช่น Simon Goodchild, Anne Berit Fuglestad and Barbara Jaworski (2013) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ หมายถึงการถามคำถามและการแสวงหาคำตอบ การรู้จักปัญหาและแสวงหาวิธีการหาคำตอบ การสำรวจและตรวจสอบเพื่อหาข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนต้องการจะช่วยให้สามารถหาคำตอบได้ดีขึ้น และสอดคล้องกับคำกล่าวของ Alberta (2004) ที่ได้ให้ความหมายของการเรียนรู้แบบสืบเสาะ ไว้ใน Focus on Inquiry ว่าการเรียนรู้แบบสืบเสาะเป็นกระบวนการที่เกิดจากการเรียนรู้ร่วมกันของนักเรียน เป็นการสร้างคำถาม ค้นหาความจริงที่หลากหลายและสร้างความเข้าใจ ความหมาย และความรู้ใหม่ ซึ่งความรู้ที่เป็นของใหม่สำหรับนักเรียนและอาจจะใช้ในการตอบคำถาม พัฒนาวิธีการแก้ปัญหาหรือให้การสนับสนุนหรือชี้มุมมองความรู้จะถูกนำเสนอให้กับคนอื่น ๆ เสมอและอาจนำไปใช้กับปัญหาอื่นได้ และยังคงสอดคล้องกับคำกล่าวของ แรมสมร อยู่สุภาพร (ปาณิสรา จิตรประทักษ์, 2553; อ้างอิงจากแรมสมร อยู่สุภาพร, 2541) ว่า การเรียนรู้แบบสืบเสาะเป็นกระบวนการทางความคิด เป็นทักษะที่ใช้ประโยชน์ใน



ชีวิตประจำวันได้ เป็นวิถีทางหนึ่งที่น่าไปสู่จุดหมายปลายทางที่มีประสิทธิภาพ การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะเป็นการจัดการเรียนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ที่พัฒนาความรู้ ความคิด ความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการฝึกให้ผู้เรียนได้รู้จักค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยครูตั้งคำถามประเภทกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดหาวิธีแก้ปัญหาได้เอง และสามารถนำการแก้ปัญหานั้นมาใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน จากผลการวิจัยของ นวภัทร ศรีชูทอง (2550) ได้ศึกษาผลของการใช้วิธีสอนแบบสืบเสาะหาความรู้และการใช้แผนภาพเป็นสื่อที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอนุบาลป่าบอน จังหวัดพัทลุง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 30 คน ดำเนินการวิจัยโดยใช้รูปแบบการวิจัยเชิงทดลองแบบกลุ่มทดลองกลุ่มเดียววัดผลก่อนและหลังการทดลอง ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการเรียนรู้สูงกว่าก่อนเรียนรู้แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ 2) ความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 4.36 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.65) สอดคล้องกับ นิรัน ศรีประดิษฐ์ (ปาณิสรา จิตรประทักษ์, 2553; อ้างอิงจากนิรัน ศรีประดิษฐ์, 2539: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาระหว่างการสอนตามรูปแบบการสืบสวนโดยใช้กระบวนการกลุ่มกับการสอนตามคู่มือครูของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนตามรูปแบบการสืบสวนโดยใช้กระบวนการกลุ่มกับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 อย่างไรก็ตาม การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โรงเรียน ควรเน้นให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับการเรียนรู้สิ่งอื่น ๆ และใช้ในชีวิตจริงได้ สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยขอใช้คำว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ เพื่อให้สอดคล้องกับงานวิจัย

จากหลักการและเหตุผลรวมถึงผลการวิจัยที่กล่าวมาแล้ว ผู้วิจัยจึงตระหนักถึงสภาพปัญหาและความสำคัญของการส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เนื่องจากการจัดการเรียนรู้แบบปกติที่ผ่านมาเป็นการเน้นให้ผู้เรียนท่องจำและทำเลียนแบบตัวอย่าง โดยครูเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้ อธิบายและยกตัวอย่างให้กับผู้เรียน เมื่อผู้เรียนเกิดความสงสัยครูเพียงแต่อธิบายคำตอบที่ถูกต้องให้แก่ผู้เรียน ไม่สามารถแสวงหาวิธีในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง และไม่สามารถแก้ปัญหานั้นได้ และจากผลการวิจัยของ อนุรักษ์ สุวรรณสนธิ์ (2550) ที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยได้ทราบว่าการเน้นขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาเพียงอย่างเดียว นั้น ยังไม่เพียงพอต่อการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และจากที่ผู้วิจัยได้ทำการศึกษารูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะยังพบว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะเป็นการจัดการเรียนที่เน้นให้นักเรียนได้ฝึกฝน คิดค้นหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง และรู้จักการทำงานเป็นกลุ่ม ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในการ

แก้ปัญหาามากขึ้นนั้น ผู้วิจัยจึงคิดว่าการนำวิธีการสอนทั้งสองมาร่วมกันเพื่อใช้ในการจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียน และฝึกให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างสม่ำเสมอ จะส่งผลให้นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

## 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

1.2.2 เพื่อเปรียบเทียบผลการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยากับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

1.2.3 เพื่อศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

## 1.3 สมมติฐานของการวิจัย

1.3.1 นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

1.3.2 นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

1.3.3 นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

## 1.4 ขอบเขตของการวิจัย

### 1.4.1 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 และ 4/2 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสนมวิทยาการ อำเภอสนม จังหวัดสุรินทร์ จำนวน 54 คน โดยได้มาจากการคัดเลือกจากนักเรียนทั้งสองห้องที่มีผลคะแนนสอบก่อนเรียนวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใกล้เคียงกัน ได้นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 เป็นกลุ่มทดลอง จำนวน 27 คน จากทั้งหมด 40 คน และได้นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/2 เป็นกลุ่มควบคุม จำนวน 27 คน จากทั้งหมด 33 คน

### 1.4.2 ตัวแปรที่ใช้ในการศึกษา

1.4.2.1 ตัวแปรอิสระ คือ การจัดการเรียนรู้สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เข้าร่วมการวิจัย ซึ่งมี 2 รูปแบบ ดังนี้

- 1) การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา
- 2) การจัดการเรียนรู้แบบปกติ

1.4.2.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

- 1) ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
- 2) ความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

### 1.4.3 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

1.4.3.1 เนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานเกี่ยวกับเรื่อง การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.4.3.2 เนื้อหาที่ใช้ในการทดสอบเพื่อวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็น เนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาเรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

## 1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.5.1 ได้แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.5.2 พัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้นเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างมีคุณภาพ รวมทั้งประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

1.5.3 เป็นแนวทางในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำไปใช้ในวิชาอื่นๆ

## 1.6 นิยามศัพท์เฉพาะ

1.6.1 การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ (Inquiry-based learning) หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักปัญหา แสวงหาวิธีการหาคำตอบด้วยตนเอง และเน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำเพียงเล็กน้อย ซึ่งใช้ขั้นตอนในการจัดกิจกรรมของ Alberta Learning (2004) ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้ 1) ขั้นวางแผน (Planning Phase) 2) ขั้นดึงข้อมูล (Retrieving Phase) 3) ขั้นกระบวนการ (Processing Phase) 4) ขั้นการสร้าง (Creating Phase)

5) ขั้นตอนการแลกเปลี่ยน (Sharing Phase) และ 6) ขั้นตอนการประเมินผล (Evaluating Phase) และมีรายละเอียดดังนี้

1.6.1.1 ขั้นวางแผน (Planning Phase) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องเข้าใจถึงจุดประสงค์ของการเรียนรู้ ซึ่งเริ่มต้นที่นักเรียนจะต้องอยาการู้หรือสงสัยในสิ่งที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อที่จะเรียน โดยครูเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสงสัยอยากค้นหาคำตอบ สำหรับนักเรียนที่ไม่มีความรู้พื้นฐานหรือมีความรู้พื้นฐานน้อยในหัวข้อนั้น ครูจะต้องหาข้อมูลเพื่อมาใช้กระตุ้นให้นักเรียนอยากเรียน เนื่องจากนักเรียนจะต้องมีประสบการณ์และความรู้พื้นฐานในหัวข้อนั้นมาก่อนจึงจะสามารถแก้โจทย์ปัญหานั้นได้

1.6.1.2 ขั้นดึงข้อมูล (Retrieving Phase) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องคิดว่าตนเองมีข้อมูลอะไร และต้องการหาอะไรเพิ่ม แล้วจะจัดการกับข้อมูลที่ได้มานั้นอย่างไร ครูจะต้องแนะนำแหล่งข้อมูลให้กับนักเรียนและสอนวิธีใช้ข้อมูลให้กับนักเรียน

1.6.1.3 ขั้นกระบวนการ (Processing Phase) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลที่ได้มาดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาโดยครูเป็นผู้ให้คำปรึกษา

1.6.1.4 ขั้นการสร้าง (Creating Phase) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนต้องคิดออกแบบการนำเสนอผลงานแก่เพื่อนร่วมชั้นเรียน ครูคอยให้คำปรึกษาและสร้างความมั่นใจให้เกิดขึ้นกับนักเรียน

1.6.1.5 ขั้นการแลกเปลี่ยน (Sharing Phase) เป็นขั้นตอนในการนำเสนอผลงานให้แก่เพื่อนในชั้นเรียน

1.6.1.6 ขั้นการประเมินผล (Evaluating Phase) เป็นขั้นตอนที่นักเรียนร่วมกันประเมินและสะท้อนผลจากการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะการเรียนรู้และนำไปประยุกต์ใช้กับเรื่องอื่นได้

## 1.6.2 กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

โพลยา (Polya, 1957) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้ มีการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบและมีประสิทธิภาพ ขั้นตอนของกระบวนการดังกล่าวมี 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา (Carrying out the plan) และขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ (Looking back) ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจหาว่าสิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร ข้อมูลมีอะไรบ้าง เงื่อนไขคืออะไร จะแก้ปัญหาตามเงื่อนไขได้หรือไม่ เงื่อนไขที่ให้มาเพียงพอที่จะหาสิ่งที่ต้องการหรือไม่ ในขั้นนี้ การวาดภาพ การใช้สัญลักษณ์ การแบ่งเงื่อนไขออกเป็นส่วนย่อย ๆ อาจช่วยให้เข้าใจปัญหาดีขึ้น

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในปัญหากับสิ่งที่ต้องการทราบ หากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ทันทีอาจต้องใช้ปัญหาอื่นช่วยเพื่อให้ได้

แผนงานแก้ปัญหาในที่สุด ผู้แก้ปัญหาอาจเริ่มต้นด้วยการคิดว่าตนเคยเห็นปัญหาลักษณะนี้จากที่ไหนมาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหาในรูปแบบที่คล้ายคลึงกันนี้หรือไม่ จะใช้ความรู้หรือวิธีการใดแก้ปัญหา จะแก้ปัญหาละเอียดได้ก่อนบ้าง จะแปลงข้อมูลที่มีอยู่ใหม่เพื่อให้ง่ายขึ้นหรือหาข้อมูลที่มีอยู่สัมพันธ์กันมากขึ้นได้หรือไม่ ได้ใช้ข้อมูลและเงื่อนไขที่มีอยู่อย่างเหมาะสมแล้วหรือยัง

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา (Carrying out the plan) เป็นการลงมือทำงานตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบแต่ละขั้นย่อย ๆ ของงานที่ทำว่าถูกต้องหรือไม่ จะแน่ใจได้อย่างไร เป็นการกำกับการทำงานตามแผน

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ (Looking back) เป็นการตรวจสอบคำตอบหรือเฉลยที่ได้ว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ และมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ ซึ่งอาจครอบคลุมถึงการขยายความคิดจากผลหรือคำตอบที่ได้ และการวิเคราะห์หาวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา

### 1.6.3 การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนสามารถพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง โดยผ่านการจัดกิจกรรมกลุ่ม ซึ่งนักเรียนสามารถแลกเปลี่ยนความรู้ หรือวิธีการคิดในการแก้ปัญหาภายในกลุ่ม สรุป อภิปรายผลร่วมกัน แล้วจึงสรุปวิธีการแก้ปัญหาเป็นของตนเอง โดยครูใช้คำถามหรือสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากระตุ้นให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิด หาเหตุผลเพื่อนำไปสู่แนวทางในการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง ซึ่งมี 7 ขั้นตอนดังนี้

1.6.3.1 ขั้นสร้างความสนใจ ครูกำหนดสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ กระตุ้นให้นักเรียนเกิดคำถาม อยากรู้ อยากเห็น อยากค้นหาคำตอบ

1.6.3.2 ขั้นทำความเข้าใจและวางแผน นักเรียนแต่ละคนจะต้องหาแนวทางในการแก้ปัญหาโดยจะต้องอาศัยความคิด เจตคติหรือประสบการณ์ และนำแนวคิดนั้นมาแลกเปลี่ยนกันภายในกลุ่ม อภิปรายหาข้อสรุปร่วมกัน ในการเชื่อมโยงข้อมูลและเลือกข้อมูลที่เกี่ยวข้องเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งจะเน้นกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา 2 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) และขั้นวางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan)

1.6.3.3 ขั้นลงมือทำตามแผน นักเรียนจะต้องจัดระเบียบข้อมูล และเขียนแสดงวิธีหาคำตอบอย่างสมเหตุสมผล เขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหา ผลของการแก้ปัญหา สรุปหลักการ กฎเกณฑ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยอาจจะใช้การอภิปรายร่วมกันในกลุ่มเพื่อหาข้อสรุปที่ถูกต้อง ซึ่งจะเน้น ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา (Carrying out the plan) ของกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

1.6.3.4 ขั้นตรวจสอบคำตอบ ขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องอาศัย ขั้นตรวจสอบคำตอบ (Looking back) ซึ่งเป็นขั้นตอนสุดท้ายของกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เป็นการตรวจสอบคำตอบที่ได้มา เริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง มีความสมเหตุสมผลของคำตอบกับวิธีการ

แก้ปัญหาที่ใช้ หรือมีคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาอื่นอีกหรือไม่ ซึ่งในขั้นตอนนี้ครูจะต้องคอยให้คำชี้แนะและตรวจสอบความถูกต้องว่าตรงกับหลักการ บทนิยาม ทฤษฎีที่ใช้หรือไม่ ถ้ามีความคลาดเคลื่อนครูจะต้องอธิบายเพิ่มเติมบนกระดานเพื่อให้เกิดความชัดเจน

1.6.3.5 **ชั้นออกแบบผลงาน** ในขั้นตอนนี้นักเรียนแต่ละกลุ่มจะต้องช่วยกันจัดระเบียบข้อมูล คิดออกแบบการนำเสนอผลงานแก่เพื่อนร่วมชั้นเรียน

1.6.3.6 **ชั้นนำเสนอผลงาน** เป็นขั้นตอนที่นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอความรู้ใหม่หน้าชั้นเรียน

1.6.3.7 **ชั้นการประเมินผล** เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องประเมินผลงานจากการนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนและสะท้อนผลจากการจัดกิจกรรมร่วมกัน

**1.6.4 การจัดการเรียนรู้แบบปกติ** หมายถึง การจัดการเรียนรู้ที่มีเนื้อหาการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมดังนี้

1.6.4.1 **ชั้นนำเข้าสู่บทเรียน** เป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้พื้นฐานและสิ่งที่นักเรียนได้เรียนมาแล้วเพื่อที่จะได้นำมาใช้กับเนื้อหาใหม่ที่กำลังจะเรียน พร้อมบอกให้นักเรียนทราบถึงจุดประสงค์ที่จะเรียนในชั่วโมงนั้น

1.6.4.2 **ชั้นสอน** เป็นขั้นที่ครูต้องสอนเนื้อหาให้กับนักเรียนโดยใช้การอธิบายและยกตัวอย่างพร้อมกับให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด

1.6.4.3 **ชั้นสรุป** เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนในชั่วโมงนั้น

**1.6.5 ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์** หมายถึง ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอนดังนี้ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหา 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา และ 4) ขั้นตรวจสอบคำตอบ

**1.6.6 ความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา** หมายถึง ความคิดเห็นหรือความรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ประกอบด้วย 2 ด้าน ได้แก่ ด้านเนื้อหา และด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยสร้างแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาเป็นแบบมาตรวัดของลิเคิร์ต (Likert Scales) แบบ 5 ระดับ คือ มากที่สุด มาก ปานกลาง น้อย และน้อยที่สุด

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังรายละเอียดตามหัวข้อต่อไปนี้

- 2.1 ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
  - 2.2 การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ
  - 2.3 ความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียนคณิตศาสตร์
  - 2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
- รายละเอียด ดังต่อไปนี้

#### 2.1 ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

##### 2.1.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นหัวใจของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

โพลยา (สุกัญญา สุขสบาย, 2556: 12; อ้างอิงจาก Polya, 1990) กล่าวถึง การแก้ปัญหาว่า คือ การสืบค้นหาคำตอบ (investigation) เกิดเป็นกระบวนการในการหาคำตอบ เป็นการหาแนวทางเพื่อหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหาเป็นการหาวิธีการที่จะจัดสิ่งที่ยุงยากออกไป เป็นการหาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ชัดเจน แต่สิ่งที่เหล่านั้นมิได้เกิดได้อย่างทันทีทันใด และในการแก้ปัญหานั้นนักเรียนไม่ควรจะเรียนรู้ข้อเท็จจริงหรือวิธีการ แต่นักเรียนควรจะเรียนรู้ที่จะสืบค้นหาคำตอบของโจทย์ปัญหาด้วยตนเอง

สุกัญญา สุขสบาย (2556) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการค้นหาคำตอบของปัญหา หรือสิ่งที่โจทย์ถามหา ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ความรู้ ความคิด หลักการและเหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาผสมผสานกับข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหาเพื่อกำหนดเป็นกระบวนการในการค้นหาคำตอบของปัญหา

อารีสา รัตนเพ็ชร และจิราพร ชมพิกุล (2544) ได้ศึกษาทักษะการเรียนคณิตศาสตร์ขั้นพื้นฐานและสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์คือกระบวนการในการแก้ปัญหาและถือว่าเป็นส่วน

หนึ่งของความสามารถของบุคคล มีนักวิจัยได้กล่าวถึงขั้นตอนและกระบวนการในการแก้ปัญหาไว้หลายลักษณะ สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาที่มีเหมาะสมกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา พยายามเข้าใจในปัญหา สรุป วิเคราะห์ แปลความทำความเข้าใจให้ได้ว่าโจทย์ให้หาอะไร ข้อมูลที่กำหนดในโจทย์มีอะไรบ้าง ข้อมูลเพียงพอหรือไม่

ขั้นตอนที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหาและวางแผนว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา เช่น การลองผิด ลองถูก หรือการหารูปแบบที่มีความสัมพันธ์ของข้อมูล รวมถึงความคล้ายคลึงของปัญหาเดิมที่เคยเรียนมา

ขั้นตอนที่ 3 การลงมือทำตามแผน เป็นการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ ถ้าขาดทักษะใดจะต้องเพิ่มเติมเพื่อนำไปใช้ให้เกิดผลดี ขั้นนี้จะถามถึงวิธีการแก้ปัญหาด้วย

ขั้นตอนที่ 4 การตรวจสอบคำตอบ เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าถูกต้อง สิ่งที่เราจะเน้นย้ำในการแก้ปัญหา คืออะไร และขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่ดี และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในปัญหาอื่น ๆ คือ การทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหานั้น โดยวิธีการใช้อุปกรณ์ประกอบเรื่องราวของโจทย์ ใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ จำแนกออกมาให้ได้ว่าโจทย์ปัญหา ถามอะไร บอกอะไรและวิธีการทำอย่างไร ก่อนที่จะถึงขั้นวางแผนในการแก้ปัญหาและการหาคำตอบให้ถูกต้อง

ยุพิน พิพิธกุล (2542: ออนไลน์) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า มีหลายวิธีขึ้นอยู่กับลักษณะของสถานการณ์ปัญหา เช่น การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เป็นข้อความ (Word Problem) ซึ่งแสดงให้เห็นการวิเคราะห์แนวคิด (Analytic Thinking) และกลวิธีการคิด (Thinking Strategy) ซึ่งครูผู้สอนจะต้องฝึกให้มากพอ เพื่อนักเรียนจะได้คิดเป็น ทำเป็น แก้ปัญหาเป็น มีวิธีการ 2 แนวทางคือ ปัญหาที่ให้คำตอบ มีขั้นตอนดังนี้ 1) ทำความเข้าใจในปัญหา 2) วางแผน 3) ดำเนินตามแผน และ 4) ตรวจสอบปัญหาที่ให้พิสูจน์ ในที่นี้กล่าวถึงเฉพาะเนื้อหาเรขาคณิตที่ให้พิสูจน์เท่านั้น เมื่ออ่านโจทย์แล้วต้องแยกเหตุ (สิ่งที่กำหนดให้) และแยกผล (สิ่งที่ต้องพิสูจน์) ให้ได้ แล้วจึงวิเคราะห์จากผลไปสู่เหตุว่าผลเป็นเช่นนี้ เหตุมาจากอะไร เมื่อวิเคราะห์ได้แล้วจึงเรียบเรียง การพิสูจน์จากเหตุไปสู่ผล

### 2.1.2 ความหมายของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้ความหมายของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนี้

จันจิรา หมุดหวาน (2552) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา และการเลือกกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมในการคิดคำนวณหาคำตอบและการตรวจคำตอบ

วนัญชญา เจริญดี (2555) ได้ให้ความหมายของ ทักษะการแก้ปัญหา คือ วิธีการที่นักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ลงมือทำตามแผน และตรวจสอบวิธีการและคำตอบ ซึ่งมีหลายวิธีขึ้นอยู่กับโจทย์ปัญหา



วีรัชดา เลิศรมยานันท์ (2560: เว็บไซต์) ได้กล่าวว่า ทักษะและกระบวนการแก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะรู้ ฝึกฝน และการพัฒนาให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน

### 2.1.3 ขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้บรรลุถึงเป้าหมายนั้น จะต้องดำเนินการอย่างมีลำดับ ขั้นตอนเพื่อเป็นแนวทางในการค้นพบวิธีแก้โจทย์ปัญหาที่ถูกต้องและรวดเร็ว ซึ่งโพลยาได้เสนอขั้นตอน ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

โพลยา (Polya, 1957) ได้จัดลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องอ่านโจทย์ปัญหาให้เข้าใจ สามารถ บอกได้ว่าโจทย์ถามหาอะไร โจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง อะไรคือเงื่อนไขที่กำหนดให้ ถ้าจำเป็นต้อง กำหนดตัวแปร นักเรียนควรเลือกใช้สัญลักษณ์ที่เหมาะสม

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล ต่าง ๆ ในปัญหาให้ได้ สิ่งที่โจทย์ต้องการมีความสัมพันธ์กับข้อมูลที่กำหนดมาให้อย่างไร สิ่งที่สำคัญที่ นักเรียนต้องทำในขั้นนี้คือ การทบทวนความรู้เดิมที่สามารถนำมาใช้กับปัญหานั้น พยายามนึกถึง ปัญหาที่คล้ายคลึงกันที่เคยทำมาก่อน เพราะจะช่วยให้นักเรียนสามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น นอกจากนี้ในขั้นนี้นักเรียนต้องมองเห็นว่า นักเรียนต้องการหาอะไร แล้วจะต้องใช้เหตุผลอะไร เพื่อที่จะให้ได้สิ่งที่เขาต้องการ

ขั้นที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนจะต้องลงมือแก้ปัญหาตามที่ได้วางแผนไว้ เพื่อที่จะให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้คือ ทักษะการคำนวณ การรู้จักเลือกใช้ วิธีการคำนวณที่มีความเหมาะสม

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบหาคำตอบ ขั้นนี้เป็นการตรวจสอบเพื่อความแน่ใจว่าคำตอบนั้นถูกต้อง สมบูรณ์ โดยพิจารณาและสำรวจดูผล ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหานักเรียนจะต้องรวบรวม ความรู้ของเขาและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจและปรับปรุง คำตอบให้ดีขึ้น

### 2.1.4 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya, 1985) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

(1) ปัญหาให้ค้นหา (Problem to Find) เป็นปัญหาที่จะต้องค้นหาสิ่งที่ต้องการซึ่งอาจ เป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหา นี้แบ่งออกเป็นสามส่วน คือ สิ่งที่โจทย์ต้องการ ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

(2) ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to Prove) เป็นปัญหาที่ต้องการให้แสดงวิธีการแก้ปัญหาย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็นสองส่วนคือสมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537) กล่าวว่า เมื่อพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาสามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

(1) ปัญหาให้ค้นหา เป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ จำนวนหรือให้หาวิธีการคำอธิบายให้เหตุผล

(2) ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาให้แสดงการให้เหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ

และเมื่อพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สามารถแบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

(1) ปัญหาปกติ (routine problems) เป็นปัญหาที่พบในหนังสือเรียนและหนังสือทั่ว ๆ ไป และมีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหา

(2) ปัญหาไม่ปกติ (nonroutine problems) เป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการคิด และปริศนาต่าง ๆ มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามustประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ปฐมพร บุญลี (2545) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ ปัญหาที่พบในหนังสือเรียน ซึ่งอาจเป็นปัญหาให้ค้นหาคำตอบหรือปัญหาให้พิสูจน์ตามกฎนิยาม ทฤษฎี และปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน ซึ่งต้องอาศัยยุทธศาสตร์การแก้ปัญหาเข้ามาช่วยแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ จึงจะทำให้การแก้ปัญหานั้น ๆ สำเร็จลุล่วงไปได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546) กล่าวว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่มีเนื้อหาสาระ กระบวนการ หรือความรู้ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที การหาคำตอบจะต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ประกอบกับความสามารถด้านการวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการตัดสินใจซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรมีลักษณะดังนี้

- (1) สถานการณ์ของปัญหาและความยากง่ายต้องเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน
- (2) ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในการพิจารณาแก้ปัญหาได้
- (3) ข้อมูลมีความทันสมัยและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของผู้เรียนหรือเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
- (4) ภาษาที่ใช้มีความชัดเจน รัดกุมและเข้าใจได้ง่าย

(5) หาคำตอบได้หลายวิธีและอาจแก้ปัญหาโดยวิธีการต่าง ๆ เช่น การเขียนแผนภาพ การจัดทำตาราง หรือการสร้างสมการ

(6) มีความท้าทายต่อความสามารถและกระตุ้นให้เกิดการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน จากที่ผู้วิจัยศึกษา เอกสารที่ได้กล่าวมานั้นสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น ปัญหาในชั้นเรียน ซึ่งสามารถพบเจอปัญหาประเภทนี้ในหนังสือเรียน การแก้ปัญหาจะใช้วิธีเดิม ๆ เหมือนกันในทุกข้อ เป็นรูปแบบที่นักเรียนเคยเรียนมีความคุ้นเคย และคำนวณคำตอบได้ทันที และ ปัญหาอีกประเภทหนึ่งคือ ปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน เป็นปัญหาที่ต้องอาศัยประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีความซับซ้อนจะต้องทำความเข้าใจ ต้องวิเคราะห์ และคิดหาวิธีการที่จะต้องใช้ในการแก้ปัญหา

### 2.1.5 องค์ประกอบที่มีผลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

วิณา วโรตมะวิชยุ (2523) กล่าวว่า ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มีดังนี้

- (1) ประสบการณ์พื้นฐาน
  - (2) ความสามารถในการอ่าน
  - (3) ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับทักษะพื้นฐาน คือ บวก ลบ คูณ หาร
  - (4) บรรยากาศในชั้นเรียน
  - (5) การกระตุ้น (Motivation) ซึ่งควรจะให้ในลักษณะบวก เช่น รางวัล คำชมเชย เป็นต้น
- ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537) กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญต่อการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ดังนี้

(1) ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยที่สำคัญที่ส่งผลต่อความสามารถด้านนี้คือ ทักษะการอ่าน และการฟัง เพราะนักเรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่านและการฟัง แต่ปัญหาส่วนใหญ่อยู่ในรูปข้อความที่เป็นตัวอักษร เมื่อพบปัญหานักเรียนจะต้องอ่านทำความเข้าใจ โดยแยกประเด็นที่สำคัญของปัญหาออกมาให้ได้ว่าปัญหากำหนดอะไร มีข้อมูลใดบ้างที่จำเป็นและไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา การทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ต้องอาศัยองค์ความรู้เกี่ยวกับศัพท์นิยาม มโนคติ และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

(2) ทักษะในการแก้ปัญหา เกิดขึ้นจากการฝึกฝนทำอยู่บ่อย ๆ จนเกิดความชำนาญ เมื่อนักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ นักเรียนจะมีโอกาสได้พบปัญหาต่าง ๆ หลากรูปแบบซึ่งอาจมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกัน หรือแตกต่างกัน ได้มีประสบการณ์ในการเลือกยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำมาใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ก็จะสามารถนำประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียง พิจารณาว่าปัญหาใหม่นั้นมีโครงสร้างคล้ายคลึงกันกับปัญหาที่เคยแก้มาแล้วหรือไม่

สามารถใช้ยุทธวิธีใดในการแก้ปัญหาใหม่นี้ได้ นักเรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหาก็จะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว และเหมาะสม

(3) ความสามารถในการคิดคำนวณ และความสามารถในการหาเหตุผล เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างแจ่มชัดและวางแผนแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้ว คิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นก็ถือว่าไม่ประสบความสำเร็จสำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล นักเรียนต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียน และพูด นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความหมายของการพิสูจน์ และวิธีพิสูจน์แบบต่าง ๆ เท่าที่จำเป็น และเพียงพอในการนำไปใช้แก้ปัญหาในแต่ละระดับชั้น

(4) แรงขับ เนื่องจากปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ซึ่งนักเรียนไม่คุ้นเคย และไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที ผู้แก้ปัญหาก็ต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่ เพื่อให้ได้คำตอบ นักเรียนจะต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้เกิดขึ้นจากปัจจัยต่าง ๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งต้องใช้ระยะเวลายาวนานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน โดยผ่านทางกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนการสอน

(5) ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาก็สมควรมีความยืดหยุ่นในการคิด คือไม่ควรยึดติดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะต้องยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหาโดยบูรณาการความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา ตลอดจนแรงขับที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถปรับใช้แก้ปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สุวร กาญจนมยุร (2532) กล่าวว่า การที่นักเรียนจะสามารถนำความรู้ที่ตนมีอยู่ไปวิเคราะห์โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ได้ จะต้องอาศัยองค์ประกอบอื่น ๆ เช่น

(1) องค์ประกอบทางด้านภาษา ได้แก่

(1.1) ทักษะการอ่าน หมายถึง อ่านได้คล่อง ชัดเจน รู้จักแบ่งวรรคตอนได้ถูกต้อง ไม่ว่าจะอ่านในใจหรืออ่านออกเสียง

(1.2) ทักษะในการเก็บใจความ หมายถึง เมื่ออ่านโจทย์ปัญหาแล้วสามารถแบ่งได้ว่าข้อความใดเป็นสิ่งที่กำหนดให้ และข้อความใดเป็นสิ่งที่โจทย์ถาม หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

(1.3) รู้จักเลือกใช้ความหมายของคำถูกต้อง ตามเจตนาของโจทย์ปัญหา

(2) องค์ประกอบด้านความเข้าใจ ได้แก่

(2.1) ทักษะจับใจความ

(2.2) ทักษะตีความ

(2.3) ทักษะแปลความ

(3) องค์ประกอบด้านการคิดคำนวณ ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ การหาร การยกกำลัง และการแก้สมการ

(4) การย่อความและสรุปความ

(5) ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ได้แก่ ฝึกตามตัวอย่าง ฝึกจากการแปลความ และ ฝึกจากหนังสือเรียน

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้สรุปความหมายของทักษะการแก้ปัญหามาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แนวคิดของโพลยา เพื่อใช้เป็นคำสำคัญในงานวิจัย ดังนี้

ทักษะการแก้ปัญหามาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหามาของโพลยา ซึ่งมี 4 ขั้นตอนดังนี้ 1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2) ขั้นวางแผนแก้ปัญหามา 3) ขั้นดำเนินการแก้ปัญหามา และ 4) ขั้นตรวจสอบคำตอบ

## 2.2 การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ

### 2.2.1 ความหมายของการเรียนรู้แบบสืบเสาะ

Alberta (2004) ได้ให้ความหมายของการเรียนรู้แบบสืบเสาะ ไว้ใน Focus on Inquiry ว่าการเรียนรู้แบบสืบเสาะ เป็นกระบวนการที่เกิดจากการเรียนรู้ร่วมกันของนักเรียน เป็นการสร้างคำถาม ค้นหาความจริงที่หลากหลายและสร้างความเข้าใจ ความหมาย และความรู้ใหม่ ซึ่งความรู้ที่เป็นของใหม่สำหรับนักเรียนและอาจจะใช้ในการตอบคำถาม พัฒนาวิธีการแก้ปัญหามาหรือให้การสนับสนุนหรือชี้แนะมอง ความรู้จะถูกนำเสนอให้กับคนอื่นๆ เสมอและอาจนำไปใช้กับปัญหามาอื่นได้

Jaworski, B. (2006) ได้กล่าวว่า การเรียนรู้แบบสืบเสาะ หมายถึงการถามคำถาม ทำให้เกิดการสืบค้น เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อมูล หรือเพื่อค้นหาความรู้

Wells (Jaworski, B., 2006; อ้างอิงจาก Wells, 1999) ได้อธิบายใน dialogic inquiry ว่าการเรียนรู้แบบสืบเสาะเป็นความตั้งใจที่จะให้เกิดความสงสัย เพื่อให้เกิดการตั้งคำถามและแสวงหาความเข้าใจ โดยคิดร่วมกันกับคนอื่นๆ ในการพยายามหาคำตอบของพวกเขา

Goodchild, S., Fuglestad, A. B. And Jaworski, B. (2013) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ หมายถึงการถามคำถามและการแสวงหาคำตอบ การรู้จักปัญหาและแสวงหาวิธีการหาคำตอบ การสำรวจและตรวจสอบเพื่อหาข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนต้องการจะช่วยให้สามารถหาคำตอบได้ดีขึ้น

แรมสมร อยู่สถาพร (ปาณิสรา จิตรประทักษ์, 2553; อ้างอิงจาก แรมสมร อยู่สถาพร, 2541) ว่า การเรียนรู้แบบสืบเสาะเป็นกระบวนการทางความคิด เป็นทักษะที่ใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้ เป็นวิถีทางหนึ่งที่น่าไปสู่จุดหมายปลายทางที่มีประสิทธิภาพ การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะเป็นการจัดการเรียนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ที่พัฒนาความรู้ ความคิด ความสามารถในการ

การแก้ปัญหาด้วยวิธีการฝึกให้ผู้เรียนได้รู้จักค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยครูตั้งคำถามประเภทกระตุ้นให้ผู้เรียนคิดหาวิธีแก้ปัญหาได้เอง และสามารถนำการแก้ปัญหานั้นมาใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์ (2544) การสอนแบบสืบเสาะ หมายถึง การจัดการเรียนการสอนโดยวิธีให้นักเรียนเป็นผู้ค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง หรือสร้างความรู้ด้วยตนเองโดยกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ครูเป็นผู้อำนวยความสะดวกเพื่อให้นักเรียนบรรลุเป้าหมาย วิธีการสืบเสาะหาความรู้จะเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญของการเรียน

วัชรมา เล่าเรียนดี (2547) กล่าวถึงความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะไว้ว่าเป็นการสืบค้นหาความรู้ เป็นการจัดการเรียนรู้ให้นักเรียนได้สืบค้นหาความรู้ ความจริงหรือคำตอบด้วยตนเอง โดยครูเป็นผู้คอยช่วยเหลือ สนับสนุน ชี้แนะแนวทาง

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (ปาณิสรา จิตรประทักษ์, 2553; อ้างอิงจาก สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ, 2547) การสืบเสาะ คือ กระบวนการที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักศึกษาหาความรู้หรือแนวทางในการแก้ไขปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง สรุปหลักการ กฎเกณฑ์หรือวิธีการในการแก้ปัญหาสามารถนำไปประยุกต์ในการควบคุม ปรับปรุงเปลี่ยนแปลงหรือสร้างสรรค์สิ่งแวดล้อมในสภาพต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง

จากที่ผู้วิจัยได้ศึกษาความหมายของการจัดการเรียนการสอนแบบสืบเสาะ จากงานวิจัยข้างต้น ซึ่งผู้วิจัยได้ใช้แนวคิดของ Alberta (2004); Goodchild, S., Fuglestad, A. B. And Jaworski, B. (2013) และสรุปความหมายของการจัดการเรียนการสอนแบบสืบเสาะ ได้ว่า เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักปัญหา แสวงหาวิธีการหาคำตอบด้วยตนเอง และเน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำเพียงเล็กน้อย

### 2.2.2 วัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (ชุลีพร ปิ่นธนสุวรรณ. 2556; อ้างอิงจาก สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ. 2545) กล่าวถึง วัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะว่า

(1) เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้วิธีการสืบเสาะค้นคว้าหาความรู้อย่างมีกระบวนการเหตุผล และสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง

(2) เพื่อฝึกให้ผู้เรียนกล้าคิด กล้าแสดงออก กล้าตัดสินใจ มีความรับผิดชอบและมีความมุ่งมั่นในการทำงานให้สำเร็จ

(3) เพื่อปลูกฝังนิสัยการค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง โดยการเริ่มต้นจากการแสวงหา นำไปสู่การค้นพบกฎเกณฑ์และการนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

### 2.2.3 องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ (ชูลีพร ปิ่นธนสุวรรณ, 2556; อ้างอิงจาก สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ, 2545) กล่าวถึงองค์ประกอบสำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ มีองค์ประกอบสำคัญดังนี้

- (1) สถานการณ์ที่เป็นปัญหา
- (2) กระบวนการแก้ปัญหาหรือวิธีการเรียนรู้
- (3) สรุปผลการเรียนรู้ที่เป็นหลักการ กฎเกณฑ์หรือแนวทางแก้ไขปัญหา
- (4) การนำผลการเรียนรู้ไปประยุกต์ใช้

### 2.2.4 ประเภทของการสอนแบบสืบเสาะ

วีรยุทธ วิเชียรโชติ (2546) ได้กล่าวถึงประเภทของการสอนแบบสืบเสาะ แบ่งออกเป็น 3 ประเภท คือ

(1) Passive Inquiry การสอนแบบนี้ผู้สอนจะเป็นผู้ถามนำ โดยมีผู้เรียนเป็นฝ่ายตอบเป็นส่วนใหญ่ แต่ผู้สอนก็พยายามกระตุ้นเตือนให้ผู้เรียนได้ตั้งคำถามอยู่เสมอ สรุป คือ ผู้สอนจะเป็นผู้ตั้งคำถาม ร้อยละ 90 ผู้เรียนจะเป็นผู้ตั้งคำถาม ร้อยละ 10 การสอนประเภทนี้เหมาะสำหรับการเริ่มสอนเป็นครั้งแรก หรือในช่วง 3 เดือนแรก เพราะผู้เรียนในระบบการศึกษาไทยยังไม่คุ้นเคยกับการเป็นผู้ซักถามผู้สอน

(2) Combined Inquiry การสอนแบบนี้ทั้งผู้สอนและผู้เรียนจะเป็นผู้ถามคำถามคือ ผู้สอนจะเป็นผู้ตั้งคำถาม ร้อยละ 50 และผู้เรียนจะเป็นผู้ตั้งคำถาม ร้อยละ 50 การสอนชนิดนี้ในโอกาสที่ผู้เรียนเริ่มคุ้นเคยกับการซักถามผู้สอนมากขึ้น ซึ่งจะเป็นช่วงที่ผู้สอนได้ฝึกผู้เรียนให้ตั้งคำถามแบบสืบเสาะความรู้นานประมาณ 3 เดือน ให้ผู้เรียนคิดก่อนการถามและหลักสำคัญคือผู้สอนพยายามไม่ให้คำตอบจะส่งเสริมหรือถามต่อเพื่อให้ผู้เรียนค้นพบคำตอบตัวเองเป็นส่วนใหญ่

(3) Active Inquiry การสอนแบบนี้ผู้เรียนจะเป็นผู้ถามและตอบเป็นส่วนใหญ่ผู้สอนมีหน้าที่แนะแนวหรือเน้นจุดสำคัญที่ผู้เรียนมองข้ามไปโดยไม่อธิบายอย่างเพียงพอ สรุปคือ ผู้สอนจะเป็นผู้ตั้งคำถามเพียง ร้อยละ 10 และผู้เรียนจะเป็นผู้ตั้งคำถาม ร้อยละ 90 การสอนชนิดนี้ผู้เรียนมีความชำนาญในการใช้คำถามแบบสืบเสาะหาความรู้แล้วผู้เรียนจึงสามารถตั้งคำถามและคำตอบด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่

### 2.2.3 ขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะ

Alberta Learning ( 2004) ได้สรุปขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะไว้ทั้งหมด 6 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นวางแผน (Planning Phase) 2) ขั้นดึงข้อมูล (Retrieving Phase) 3) ขั้นกระบวนการ (Processing Phase) 4) ขั้นการสร้าง (Creating Phase) 5) ขั้นการแลกเปลี่ยน (Sharing Phase) และ 6) ขั้นการประเมินผล (Evaluating Phase) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

(1) **ขั้นวางแผน (Planning Phase)** เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องเข้าใจถึงจุดประสงค์ของการเรียนรู้ ซึ่งเริ่มต้นที่นักเรียนจะต้องอยากรู้หรือสงสัยในสิ่งที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อที่จะเรียน โดยครูเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสงสัยอยากค้นหาคำตอบ สำหรับนักเรียนที่ไม่มีความรู้พื้นฐานหรือมีความรู้พื้นฐานน้อยในหัวข้อนั้น ครูจะต้องหาข้อมูลเพื่อมาใช้กระตุ้นให้นักเรียนอยากเรียน เนื่องจากนักเรียนจะต้องมีประสบการณ์และความรู้พื้นฐานในหัวข้อนั้นมาก่อนจึงจะสามารถแก้โจทย์ปัญหานั้นได้

(2) **ขั้นดึงข้อมูล (Retrieving Phase)** เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องคิดว่าตนเองมีข้อมูลอะไร และต้องการหาอะไรเพิ่ม แล้วจะจัดการกับข้อมูลที่ได้มานั้นอย่างไร ครูจะต้องแนะนำแหล่งข้อมูลให้กับนักเรียนและสอนวิธีใช้ข้อมูลให้กับนักเรียน

(3) **ขั้นกระบวนการ (Processing Phase)** เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องใช้ข้อมูลที่ได้มาดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาโดยครูเป็นผู้ให้คำปรึกษา

(4) **ขั้นการสร้าง (Creating Phase)** เป็นขั้นตอนที่นักเรียนต้องคิดออกแบบการนำเสนอผลงานแก่เพื่อนร่วมชั้นเรียน ครูคอยให้คำปรึกษาและสร้างความมั่นใจให้เกิดขึ้นกับนักเรียน

(5) **ขั้นการแลกเปลี่ยน (Sharing Phase)** เป็นขั้นตอนในการนำเสนอผลงานให้แก่เพื่อนในชั้นเรียน

(6) **ขั้นการประเมินผล (Evaluating Phase)** เป็นขั้นตอนที่นักเรียนร่วมกันประเมินและสะท้อนผลจากการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะการเรียนรู้และนำไปประยุกต์ใช้กับเรื่องอื่นได้

สำหรับงานวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ยึดแนวการสอนของ Alberta Learning (2004) ซึ่งผู้วิจัยเห็นว่าเป็นขั้นตอนการสอนที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ให้เหมาะสมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เพื่อศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

## 2.2.4 ข้อดีและข้อจำกัดของการสอนแบบสืบเสาะ (ภพ เลหาทไพบูลย์, 2542)

### 2.2.4.1 ข้อดีของการสอนแบบสืบเสาะ

1) นักเรียนได้มีโอกาสได้ฝึกพัฒนาความคิดอย่างเต็มที่ ได้ศึกษาค้นคว้าด้วยตนเองจึงมีความอยากเรียนรู้ตลอดเวลา

2) นักเรียนมีโอกาสได้ฝึกความคิด ฝึกการกระทำ ทำให้ได้เรียนรู้วิธีการจัดการระบบความคิดและวิธีแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง ทำให้ความรู้คงทนและถาวรโยงการเรียนรู้ได้ กล่าวคือ ทำให้สามารถจดจำนานและนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้อีกด้วย

3) นักเรียนเป็นศูนย์กลางของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4) นักเรียนสามารถเรียนรู้มโนคติและหลักการได้เร็วขึ้น รวมทั้งมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

5) นักเรียนเป็นผู้มีเจตคติที่ดีต่อการเรียนการสอน



6) ส่งเสริมการค้นคว้าหาความรู้และสร้างสรรค์ความเป็นประชาธิปไตยในตัวนักเรียน

จากข้อดีของการเรียนแบบสืบเสาะดังกล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่าการสอนแบบสืบเสาะเป็นวิธีการสอนที่ช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดอย่างเต็มที่ เนื่องจากนักเรียนได้เกิดการเรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง

#### 2.2.4.2 ข้อจำกัดของการสอนแบบสืบเสาะ

- 1) ใช้เวลามากในการสอนแต่ละครั้ง
- 2) ถ้าสถานการณ์ที่ครูสร้างขึ้นไม่ทำให้นักเรียนสนใจ จะทำให้นักเรียนเบื่อหน่าย และถ้าครูไม่เข้าใจบทบาทหน้าที่ในการสอนนี้ มุ่งควบคุมพฤติกรรมของนักเรียนมากเกินไปจะทำให้นักเรียนไม่มีโอกาสสืบเสาะด้วยตนเองได้
- 3) นักเรียนที่มีสติปัญญาต่ำและเนื้อหาวิชาค่อนข้างยาก นักเรียนอาจไม่สามารถศึกษาหาความรู้ด้วยตนเองได้
- 4) นักเรียนบางคนขาดวุฒิภาวะทำให้การตั้งใจที่จะศึกษาค้นคว้าลดลง

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบสืบเสาะจะเห็นได้ว่า การสอนแบบสืบเสาะมีความเหมาะสมกับการนำไปจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในบางเนื้อหาสาระเท่านั้น และจะสามารถนำไปใช้ได้ดีกับเนื้อหาที่ต้องอาศัยขั้นตอนกระบวนการที่สามารถค้นพบด้วยตนเอง เป็นเนื้อหาที่ไม่ยากเกินไป ผู้เรียนสามารถนำความรู้เดิมเชื่อมโยงกับความรู้ใหม่จากสถานการณ์ที่กำหนดขึ้น โดยเน้นให้ผู้เรียนแสวงหาและสรุปเป็นความรู้ใหม่ที่เกิดจากการค้นพบด้วยตนเอง ซึ่งถือว่าผู้เรียนมีส่วนร่วมในการสอนแบบสืบเสาะมากที่สุด

## 2.3 ความพึงพอใจของนักเรียนต่อการเรียนคณิตศาสตร์

### 2.3.1 ความหมายของความพึงพอใจ

ผู้วิจัยได้ศึกษาเกี่ยวกับความหมายของความพึงพอใจ ซึ่งได้มีผู้วิจัยได้ให้ความหมายไว้หลายทรรศนะด้วยกัน ซึ่งสรุปได้ดังนี้

พิณ คงพูน (2529) ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึก รัก ชอบ ยินดี เต็มใจ หรือเจตคติที่ดีของบุคคลต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ความพึงพอใจจะเกิดขึ้นเมื่อได้รับผลตอบแทนความต้องการ ทั้งด้านวัตถุและด้านจิตใจ ความพึงพอใจเป็นเรื่องเกี่ยวกับอารมณ์ ความรู้สึก และทัศนะของบุคคลอันเนื่องมาจากสิ่งเร้าและสิ่งจูงใจ ซึ่งจะปรากฏออกมาทางพฤติกรรม โดยเป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ของบุคคล

วิชัย เหลืองธรรมชาติ (2531) กล่าวว่า ความพึงพอใจมีส่วนเกี่ยวข้องกับความต้องการของมนุษย์ ซึ่งจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อความต้องการของมนุษย์ได้รับการตอบสนอง ซึ่งมนุษย์ไม่ว่าจะอยู่ที่ใดย่อมมีความต้องการในขั้นพื้นฐานไม่แตกต่างกัน

สุภาลักษณ์ ชัยอนันต์ (2540) ได้ให้ความหมายของความพึงพอใจไว้ว่า ความพึงพอใจเป็นความรู้สึกส่วนตัวที่รู้สึกเป็นสุขหรือยินดีที่ได้รับการตอบสนองความต้องการในสิ่งที่ขาดหายไป หรือสิ่งที่ทำให้เกิดความไม่สมดุล ความพึงพอใจเป็นสิ่งที่กำหนดพฤติกรรมที่แสดงออกของบุคคล ซึ่งมีผลต่อการเลือกที่จะปฏิบัติในกิจกรรมใด ๆ นั้น

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2544) ได้กล่าวถึงความพึงพอใจในการทำงานไว้ว่า เป็นความรู้สึกร่วมของบุคคลที่มีต่อการทำงานในทางบวก เป็นความสุขของบุคคลที่เกิดจากการปฏิบัติงาน และได้รับการตอบแทน คือผลที่เป็นความพึงพอใจที่ทำให้บุคคลเกิดความรู้สึกกระตือรือร้น มีความมุ่งมั่นที่จะทำงาน มีขวัญกำลังใจ สิ่งเหล่านี้มีผลต่อประสิทธิภาพและประสิทธิผลในการทำงาน รวมทั้งการส่งผลต่อความสำเร็จ และเป็นไปตามเป้าหมายขององค์กร

นงเยาว์ ศรีประดู่ (2546) ได้สรุปว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกนึกคิด หรือเจตคติของบุคคลที่มีต่อการทำงานหรือปฏิบัติกิจกรรมในเชิงบวก ดังนั้นความพึงพอใจในการเรียนรู้จึงหมายถึง ความรู้สึกพอใจ ชอบใจ ในการร่วมปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน และต้องดำเนินกิจกรรมนั้น ๆ จนบรรลุผลสำเร็จ

รัชนิวรรณ สุขเสนา (2550) ได้ให้ความหมายของความพึงพอใจไว้ว่า ความพึงพอใจหมายถึง ความรู้สึกนึกคิดหรือเจตคติของบุคคลที่มีต่อการทำงานในทางบวก เช่น ความรู้สึกชอบ รักพอใจ เต็มใจ และยินดี ซึ่งเกิดจากการได้รับการตอบสนองความต้องการทั้งด้านวัตถุ และด้านจิตใจ เป็นความรู้สึกที่มีความสุข เมื่อดำเนินการปฏิบัติงานนั้น ๆ จนบรรลุผลสำเร็จ

กนกวรรณ แก้วซารุณ (2553) ให้ความหมายของความพึงพอใจไว้ดังนี้ ความพึงพอใจหมายถึง ความรู้สึกชอบ ดีใจ มีความสุข อันเป็นผลมาจากบุคคลนั้นได้รับการตอบสนองตามจุดมุ่งหมายและสำเร็จผลตามที่ตั้งใจไว้

### 2.3.2 การสร้างแบบสอบถามวัดความพึงพอใจ

อมรลักษณ์ ปรีชาหาญ (2535) กล่าวว่า ในการวัดความพึงพอใจสามารถวัดได้หลายวิธี ดังนี้

(1) การสังเกต เป็นการวัดความพึงพอใจโดยผู้สอบถามจะสังเกตพฤติกรรมของบุคคลเป้าหมาย ไม่ว่าจะเป็นการแสดงออกทางการพูด การแสดงออกทางกิริยาท่าทาง วิธีนี้ผู้สอบถามต้องอาศัยการกระทำอย่างจริงจัง และการสังเกตอย่างมีระเบียบแบบแผน

(2) การสัมภาษณ์ เป็นการวัดความพึงพอใจซึ่งต้องอาศัยเทคนิคและวิธีการที่ดี ซึ่งจะส่งผลให้ผู้สอบถามได้รับข้อมูลที่เป็นจริงได้

(3) การใช้แบบสอบถาม เป็นการวัดความพึงพอใจโดยผู้สอบถามจะต้องออกแบบสอบถาม เพื่อต้องการทราบความคิดเห็นจากบุคคลเป้าหมาย ซึ่งทำได้หลายรูปแบบ ได้แก่ ลักษณะที่กำหนดคำตอบให้เลือก หรือตอบคำถามอิสระ โดยคำถามดังกล่าวอาจเป็นคำถามความพึงพอใจในด้านต่าง ๆ

วาโร เฟ็งส์วีสต์ (2546) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างแบบสอบถามไว้ดังนี้

(1) ศึกษาคุณลักษณะที่จะวัด หรือประเด็นที่จะวัดให้เข้าใจอย่างละเอียด โดยศึกษาจากเอกสาร ตำรา หรือผลการวิจัยต่าง ๆ ที่มีลักษณะเดียวกันหรือใกล้เคียงกัน ตลอดจนศึกษาลักษณะของแบบสอบถาม เพื่อใช้เป็นแนวทางในการสร้างแบบสอบถาม

(2) กำหนดชนิดของแบบสอบถาม ให้เหมาะสมกับเรื่องที่จะวัดและกลุ่มตัวอย่าง

(3) ศึกษาวิธีการสร้างแบบสอบถาม เพื่อวัดคุณลักษณะที่ต้องการจะวัด โดยศึกษาวิธีการสร้างแบบสอบถามจากตัวอย่างให้เข้าใจ และยึดวัตถุประสงค์เป็นหลักในการสร้างแบบสอบถาม

(4) แบ่งคุณสมบัติที่ต้องการจะวัดออกเป็นด้านต่าง ๆ ซึ่งจะทำให้สร้างง่ายขึ้นและครอบคลุมในแต่ละด้านอย่างทั่วถึง

(5) เขียนคำชี้แจงในการตอบแบบสอบถาม ส่วนแรกของการตอบแบบสอบถามคือคำชี้แจงในการตอบแบบสอบถาม ซึ่งประกอบด้วยความมุ่งหมาย คำอธิบายวิธีการตอบแบบสอบถาม พร้อมทั้งตัวอย่าง ทั้งนี้เพื่อให้ผู้ตอบแบบสอบถามทราบวัตถุประสงค์ และเข้าใจถึงวิธีการสร้างแบบสอบถามนั้น โดยมีคำชี้แจงที่ละเอียดและชัดเจน

(6) การปรับปรุงแบบสอบถาม เพื่อหาข้อบกพร่องที่ควรปรับปรุงแก้ไข และควรให้ผู้เชี่ยวชาญได้ตรวจแบบสอบถามนั้นด้วย เพื่อที่จะได้นำข้อเสนอแนะและข้อวิพากษ์วิจารณ์ของผู้เชี่ยวชาญมาปรับปรุงแก้ไขให้ดียิ่งขึ้น

(7) นำแบบสอบถามไปทดลองใช้เพื่อวิเคราะห์คุณภาพ เพื่อนำมาตรวจสอบคุณภาพของแบบสอบถาม

(8) ปรับปรุงแบบสอบถามให้สมบูรณ์ เพื่อให้แบบสอบถามมีความสมบูรณ์และมีคุณภาพ ซึ่งจะทำให้ผลงานวิจัยเป็นที่น่าเชื่อถืออีกครั้งหนึ่ง

(9) จัดพิมพ์แบบสอบถาม และตรวจสอบความถูกต้องในถ้อยคำหรือสำนวนให้ละเอียด ทั้งนี้ผู้ตอบแบบสอบถามต้องอ่านเข้าใจได้ตรงประเด็น

หลักในการสร้างแบบสอบถาม มีดังนี้

(1) ต้องมีจุดมุ่งหมายที่แน่นอนและสอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของงานที่จะทำ

(2) ต้องสร้างคำถามให้ตรงตามจุดมุ่งหมายตั้งไว้ เพื่อป้องกันการมีข้อความนอกประเด็นและมีจำนวนข้อความจำนวนมาก

### 2.3.3 การวัดความพึงพอใจ

โยธิน ศันสนยุทธ (2530) กล่าวถึงเครื่องมือวัดความพึงพอใจไว้พอสรุปได้ ดังนี้ การจะค้นหาความพึงพอใจของบุคคลวิธีที่ง่ายที่สุดคือ การใช้แบบสอบถามที่ใช้มาตราส่วนประมาณค่าแบบลิเคิร์ต (Likert) ซึ่งประกอบด้วยชุดคำถาม และมีตัวเลือก 5 ตัว คือ มากที่สุด มาก ปานกลาง น้อย น้อยที่สุด และสามารถนำคะแนนมาวิเคราะห์ได้ว่า มีความพึงพอใจด้านใดสูงและด้านใดต่ำ โดยใช้วิธีทางสถิติ

ถวัลย์ ธาราโภชน์ (2536) ได้กล่าวว่า การวัดความพึงพอใจ คือการวัดความรู้สึก หรือการวัดทัศนคตินั้นจะวัดออกมาในลักษณะของทิศทาง (direction) ซึ่งมีอยู่ 2 ทิศทาง คือ ทางบวกหรือทางลบ และการวัดในลักษณะปริมาณ (magnitude) ซึ่งเป็นความเข้มข้น ความรุนแรง หรือระดับทัศนคติไปในทิศทางที่พึงประสงค์ หรือไม่พึงประสงค์นั่นเอง ซึ่งวิธีวัดมีอยู่หลายวิธี เช่น การใช้แบบสอบถาม การสัมภาษณ์ การสังเกต ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

(1) การใช้แบบสอบถาม เป็นการใช้แบบสอบถามที่มีคำอธิบายไว้อย่างเรียบง่าย เพื่อให้ทุกคนตอบออกมาเป็นแบบแผนเดียวกัน วิธีนี้เป็นวิธีที่นิยมใช้มากที่สุดในการวัดความพึงพอใจ มาตราวัดที่นิยมและใช้อยู่ในปัจจุบันคือ มาตราส่วนแบบลิเคิร์ต (Likert Scales) ซึ่งประกอบด้วยข้อความที่แสดงถึงความพึงพอใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้าอย่างใดอย่างหนึ่ง มีระดับความรู้สึก 5 ระดับ เช่น มากที่สุด มาก ปานกลาง น้อย และน้อยที่สุด

(2) การสัมภาษณ์ เป็นวิธีวัดความพึงพอใจทางตรงทางหนึ่ง ซึ่งต้องอาศัยเทคนิคและวิธีการที่ดีจึงจะทำให้ได้ข้อมูลที่เป็นจริง

(3) การสังเกต เป็นวิธีการวัดความพึงพอใจโดยการสังเกตพฤติกรรมของบุคคลเป้าหมาย ไม่ว่าจะแสดงออกจากการพูด กิริยา ท่าทาง วิธีนี้จะต้องอาศัยการกระทำอย่างจริงจัง และการสังเกตอย่างมีระเบียบแบบแผน

สำหรับการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยให้ความหมายของความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา หมายถึง ความคิดเห็นหรือความรู้สึกของนักเรียนที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ประกอบด้วย 2 ด้าน ได้แก่ ด้านเนื้อหา และด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยสร้างแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาเป็นแบบมาตราวัดของลิเคิร์ต (Likert Scales) แบบ 5 ระดับ คือ มากที่สุด มาก ปานกลาง น้อย และน้อยที่สุด

## 2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 2.4.1 งานวิจัยต่างประเทศ

ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังต่อไปนี้

เดวิส (Davis, 1979) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลการสอนแบบสืบเสาะ โดยการชี้แนะแนวทางในการค้นพบ (Guided Inquiry Discovery Approach) กับการสอนแบบครูบอกให้รู้ตามตำรา (Expository-Text Approach) ที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทัศนคติต่อวิชาวิทยาศาสตร์ ผลการทดลองพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

โฮเวอร์มิลล์ (มาลัย ปะติเพนัง, 2550; อ้างอิงจาก Hovermill, 2004) ได้ศึกษาการเรียนแบบสืบเสาะโดยใช้เทคโนโลยีในวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ ในโครงการพัฒนาอย่างมืออาชีพเป็นการศึกษาเกี่ยวกับกฎเกณฑ์และการสอนแบบต่าง ๆ ผลการศึกษาพบว่าเกิดตัวอย่างของความบกพร่อง การพัฒนาและการลดความยุ่งยากที่น่าถือเป็นแบบอย่างของการเรียนแบบสืบเสาะ โดยใช้เทคโนโลยีสนับสนุน ซึ่งได้แสดงให้เห็นจุดสำคัญจากกรอบความคิดรวบยอดในการเรียนรู้เข้ากับสิ่งแวดล้อมอย่างมีประสิทธิภาพ สิ่งนี้สามารถบอกได้ว่า การพัฒนาการสอนแบบมืออาชีพสืบเนื่องมาจากการสอนแบบสืบเสาะหาความรู้ ทำให้ครูสามารถเรียนรู้ได้ ฝึกปฏิบัติได้เพื่อความสำเร็จ โดยการใช้วิธีการสอนแบบนี้

พินเทอร์ (Pinter, 2012) ได้ศึกษาการสอนวิธีแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้รูปแบบการสอนของโพลยาและซอนเฟล ได้กล่าวถึงสติปัญญาและกระบวนการรับรู้ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า จำเป็นอย่างยิ่งที่นักเรียนควรจะได้รับฝึกให้พิสูจน์และให้เหตุผลผ่านวิธีการวาดภาพ ครูผู้สอนควรฝึกให้นักเรียนมีความรู้พื้นฐานในการคำนวณ ซึ่งหน้าที่สำคัญของครูผู้สอนนั้นคือ จะต้องคำนึงถึงความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และการค้นพบการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับนักเรียน เจตคติที่ดีของนักเรียนสามารถพิจารณาได้จากความกระตือรือร้นในการตั้งคำถามและตั้งปัญหาของนักเรียน

Goodchild, S., Fuglestad, A. B. and Jaworski, B. (2013) พัฒนาประสบการณ์ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนและพัฒนาการสอนของครูให้มีจุดเปลี่ยนที่เป็นแนวเดียวกัน โดยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ มีประสบการณ์ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ดีขึ้นซึ่งสังเกตจากการแก้ปัญหาในการทำกิจกรรมกลุ่มและครูมีแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการจัดการเรียนการสอนแบบสืบเสาะที่เป็นแนวเดียวกัน

## 2.4.2 งานวิจัยในประเทศ

กมลทิพย์ ต่อติด (2544) ได้ศึกษาผลของการฝึกกระบวนการสืบเสาะที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า หลังจากที่นักเรียนได้รับการฝึกกระบวนการสืบเสาะ นักเรียนมีความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกกระบวนการสืบเสาะ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 หลังจากที่นักเรียนได้รับการฝึกกระบวนการสืบเสาะมีความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลสูงกว่าก่อนได้ได้รับการฝึกกระบวนการสืบเสาะ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 หลังจากที่นักเรียนได้รับการฝึกกระบวนการสืบเสาะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกกระบวนการสืบเสาะ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และหลังจากที่นักเรียนได้รับการฝึกกระบวนการสืบเสาะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่าก่อนได้รับการฝึกกระบวนการสืบเสาะ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วิวัฒน์ ผลประเสริฐ (2549) ได้ทำการวิจัยเรื่องการศึกษาผลของการเรียนการสอนแบบสืบเสาะร่วมกับการสืบค้นบนเว็บที่มีต่อความสามารถในการสืบค้นข้อมูลการใช้แผนที่ดาวและมโนทัศน์ในวิชาดาราศาสตร์ของนักเรียนโรงเรียนเตรียมทหาร ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนแบบสืบเสาะร่วมกับการสืบค้นบนเว็บได้คะแนนมโนทัศน์ในวิชาดาราศาสตร์ เกี่ยวกับการใช้แผนที่ดาวมากกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นวกัทธ ศรีชูทอง (2550) ได้ศึกษาผลของการใช้วิธีสอนแบบสืบเสาะหาความรู้และการใช้แผนภาพเป็นสื่อที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอนุบาลป่าบอน จังหวัดพัทลุง ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 30 คน ดำเนินการวิจัยโดยใช้รูปแบบการวิจัยเชิงทดลองแบบกลุ่มทดลองกลุ่มเดียววัดผลก่อนและหลังการทดลอง ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการเรียนรู้สูงกว่าก่อนเรียนรู้ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ 2) ความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับมาก (ค่าเฉลี่ย 4.36 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.65)

อนุรักษ์ สุวรรณสนธิ์ (2550) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเน้นขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มเป้าหมายในการวิจัยมีจำนวน 14 คน รูปแบบการวิจัยเป็นแบบที่มีการทดสอบเฉพาะหลังทดลอง (one group posttest design) ใช้แบบทดสอบแบบอัตนัยที่มีการให้คะแนนแบบ Rubric Score ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา 37.29 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 66.59 ของคะแนนสอบ และมีจำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนสอบจำนวน 7 คน คิดเป็นร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด แต่นักเรียนได้แสดงพัฒนาการในการแก้โจทย์ปัญหา

เมื่อวิเคราะห์จากแบบฝึกหัดท้ายแผนการจัดการเรียนรู้และพฤติกรรมการแสดงออกในการทำกิจกรรมตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาตามแผนการจัดการเรียนรู้

อัจฉราภรณ์ บุญจริง (2551) ซึ่งได้ทำการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของ Polya กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 27 คน ใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการ ผลการวิจัย พบว่านักเรียนทำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาในชั้นทำความเข้าใจปัญหาได้มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 91.48 รองลงมาคือขั้นวางแผนการแก้ปัญหา คิดเป็นร้อยละ 75.56 และขั้นที่ได้คะแนนน้อยที่สุด คือขั้นตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ คิดเป็นร้อยละ 58.89 และในภาพรวมนักเรียนมีคะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 75.09

ปาณิสรา จิตรประทักษ์ (2553) ได้ศึกษาผลการเรียนรู้แบบสืบเสาะด้วยการเรียนแบบผสมผสาน เรื่อง ประวัติศาสตร์ไทยสมัยอยุธยา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 33 คน มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบผลการเรียนรู้ เรื่องประวัติศาสตร์ไทยสมัยอยุธยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังเรียนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะด้วยการเรียนแบบผสมผสาน 2) เปรียบเทียบผลการเรียนรู้หลังเรียนโดยใช้วิธีสอนแบบสืบเสาะด้วยการเรียนแบบผสมผสาน เรื่องประวัติศาสตร์ไทยสมัยอยุธยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีคะแนนกลุ่มสาระสังคมศึกษา ฯ ในกลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลางและกลุ่มอ่อน 3) ศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะด้วยการเรียนแบบผสมผสาน ผลการวิจัยพบว่า 1) ผลการเรียนรู้ เรื่องประวัติศาสตร์ไทยสมัยอยุธยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะด้วยการเรียนแบบผสมผสาน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ผลการเรียนรู้หลังเรียนโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะด้วยการเรียนแบบผสมผสาน เรื่องประวัติศาสตร์ไทยสมัยอยุธยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีคะแนนกลุ่มสาระสังคมศึกษา ฯ ในกลุ่มเก่ง กลุ่มปานกลางและกลุ่มอ่อน สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) ความคิดเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะด้วยการเรียนแบบผสมผสาน โดยภาพรวมเห็นด้วยอยู่ในระดับมาก เรียงลำดับได้ดังนี้ ด้านประโยชน์ที่ได้รับจากการจัดกิจกรรมด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และด้านคุณภาพของบทเรียนผ่านเว็บ ตามลำดับ

ชุลีพร ปิ่นธนสุวรรณ (2556) ได้ศึกษาผลการเรียนแบบอีเลิร์นนิ่งด้วยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะเพื่อการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี วิชาชีพครู ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี วิชาชีพครู ที่เรียนแบบอีเลิร์นนิ่งด้วยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะเพื่อการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลการเรียนรู้ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี วิชาชีพ

ครู ที่เรียนแบบอีเลิร์นนิ่งด้วยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะเพื่อการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และผลการศึกษาความคิดเห็นของนักศึกษาระดับปริญญาตรี วิชาชีพครู ที่มีต่อการเรียนแบบอีเลิร์นนิ่งด้วยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะเพื่อการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ อยู่ในระดับมาก



### บทที่ 3

#### วิธีการดำเนินการวิจัย

ในการศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาโดยมีรายละเอียดของวิธีดำเนินการวิจัย ดังต่อไปนี้

- 3.1 กรอบแนวคิดในการวิจัย
- 3.2 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
- 3.3 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
- 3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล
- 3.5 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

#### 3.1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

รูปแบบของงานวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีวิจัยแบบกึ่งทดลอง (quasi-experimental design method) เลือกตัวอย่างโดยไม่มีการสุ่มตัวแทนของประชากร โดยทำการทดสอบก่อนเรียน แล้วแบ่งกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ในการจัดการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา จำนวน 7 ขั้นตอน และวัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มทดลอง และสำหรับกลุ่มควบคุมใช้การจัดการเรียนรู้แบบปกติ มี 3 ขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นสอน และขั้นสรุป แล้วทำการทดสอบหลังเรียนสำหรับนักเรียนทั้งสองกลุ่ม โดยมีวิธีการดำเนินการวิจัย ดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 วิธีการดำเนินการวิจัย

ขั้นที่ 1	กลุ่ม	ขั้นที่ 2	ขั้นที่ 3	ขั้นที่ 4
ทดสอบก่อนเรียน	ทดลอง	เรียนรู้ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา	ทดสอบหลังเรียน	วัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้
	ควบคุม	เรียนรู้ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบปกติ	ทดสอบหลังเรียน	-

จากตารางที่ 3.1 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยโดยการทดสอบก่อนเรียนวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม จากนั้นจึงจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาสำหรับกลุ่มทดลอง และจัดการเรียนรู้แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม หลังจากนั้นจึงทำการทดสอบหลังเรียนวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม และสำรวจวัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

### 3.2 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

การวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีการวิจัยแบบกึ่งทดลอง ประชากรที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 4 ห้องเรียน โดยมีการคัดเลือกกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 2 ห้องเรียน คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 และ 4/2 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสนมวิทยาการสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 33 จำนวน 54 คน ที่มีคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ใกล้เคียงกัน ได้นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 เป็นกลุ่มทดลอง จำนวน 27 คน จากทั้งหมด 40 คน และได้นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/2 เป็นกลุ่มควบคุม จำนวน 27 คน จากทั้งหมด 33 คน

### 3.3 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

#### 3.3.1 เครื่องมือสำหรับการจัดการเรียนรู้

##### 3.3.1.1 แผนการจัดการเรียนรู้

ใช้แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยแบ่งเป็น

1) แผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ใช้สำหรับนักเรียนกลุ่มทดลอง จำนวน 5 แผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้จะใช้สถานการณ์ปัญหาที่แตกต่างกัน ดังนี้ สถานการณ์ปัญหาที่ 1 สะพานมิตรภาพไทย-ลาว สถานการณ์ปัญหาที่ 2 จำนวนสองจำนวน สถานการณ์ปัญหาที่ 3 อายุเป็นเพียงตัวเลข สถานการณ์ปัญหาที่ 4 เกษตรทฤษฎีใหม่ และสถานการณ์ปัญหาที่ 5 เชื้อนห่วยเส่ง ตามลำดับ ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้แผนละ 2 ชั่วโมง รวมทั้งหมด 10 ชั่วโมง ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน คือ ขั้นสร้างความสนใจ ขั้นทำความเข้าใจและวางแผน ขั้นลงมือทำตามแผน ขั้นตรวจสอบคำตอบ ขั้นออกแบบผลงาน ขั้นนำเสนอผลงาน และขั้นประเมินผล

2) แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ใช้สำหรับนักเรียนกลุ่มควบคุม จำนวน 5 แผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้จะใช้สถานการณ์ปัญหาเหมือนกับกลุ่มทดลอง ใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้แผนการจัดการเรียนรู้ละ 2 ชั่วโมง รวมทั้งหมด 10 ชั่วโมง ซึ่งแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ขั้นสอน และขั้นสรุป โดยมีการใช้โจทย์ปัญหาเช่นเดียวกับกลุ่มทดลองในขั้นสอน

ขั้นตอนในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ สามารถสรุปได้ดังนี้

1) ศึกษาเอกสาร งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง แนวทางการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้

2) ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย รายวิชาพื้นฐาน โรงเรียนสนมวิทยาการ

3) วิเคราะห์เนื้อหา จุดประสงค์การเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน และเขียนแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับทั้งสองกลุ่ม โดยในแต่ละแผนประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดชั้นปี สาระสำคัญและความคิดรวบยอด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน คุณลักษณะอันพึงประสงค์ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อและแหล่งเรียนรู้ ซึ่งในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจะแตกต่างกันในขั้นกิจกรรมการเรียนรู้

4) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างเรียบร้อยแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์การเรียนรู้กับกิจกรรมการเรียนรู้ และความถูกต้องของภาษาที่ใช้ จากนั้นนำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์อีกครั้ง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเรียบร้อย

5) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ปรับปรุงแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน (รายชื่อผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด สามารถดูได้ในภาคผนวก ก) เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างตัวชี้วัดกับข้อสอบด้วยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of objective congruence: IOC) โดยมีเกณฑ์การให้ความคิดเห็นดังนี้

คะแนน +1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนี้ตรงกับตัวชี้วัด

คะแนน 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าข้อสอบนี้ตรงกับตัวชี้วัด

คะแนน -1 หมายถึง แน่ใจว่าข้อสอบนี้ไม่ตรงกับตัวชี้วัด

ถ้าข้อใดมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้นั้นวัดตรงตามตัวชี้วัด ซึ่งผลการตรวจสอบพบว่าแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 5 แผนการจัดการเรียนรู้ มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 1 ทุกแผนการจัดการเรียนรู้ จากนั้นผู้วิจัยก็ได้

ปรับแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ (ผลการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) สามารถดูได้ในภาคผนวก ข) และนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์อีกครั้ง ก่อนนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการจัดการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองต่อไป

การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาในทุกกิจกรรม สำหรับกลุ่มทดลอง ได้จัดการเรียนรู้โดยการแบ่งกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 3-4 คน ตามผลการเรียนภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วย นักเรียนที่มีผลการเรียนอยู่ในระดับมาก ระดับปานกลาง และระดับน้อย เนื่องจากนักเรียนกลุ่มทดลองมีจำนวน 27 คน แบ่งเป็น 7 กลุ่ม กลุ่มละ 4 คน จำนวน 6 กลุ่ม และกลุ่มละ 3 คน จำนวน 1 กลุ่ม ซึ่งแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลอง สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 3.2

ในส่วนของนักเรียนที่ไม่ได้รับการคัดเลือกให้เป็นกลุ่มทดลองมีจำนวน 13 คน และแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน โดยใช้หลักการเดียวกับกลุ่มทดลอง แบ่งกลุ่มละ 3 คน จำนวน 3 กลุ่ม และกลุ่มละ 4 คน จำนวน 1 กลุ่ม ซึ่งได้จัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาเช่นกัน แต่ไม่ได้นำข้อมูลของนักเรียนกลุ่มนี้มาวิเคราะห์ผล

**ตารางที่ 3.2 แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับกลุ่มทดลอง**

ชั่วโมงที่	ขั้นตอน	แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
1	1. ขั้นสร้างความสนใจ (5 นาที)	จัดนักเรียนเป็นกลุ่มตามที่ได้แบ่งไว้ กลุ่มละ 3-4 คน ครูนำเสนอสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน มากระตุ้นความสนใจเพื่อให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะเรียน จากนั้นครูใช้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยครูใช้คำถามมากระตุ้นความสงสัย ให้นักเรียนเกิดความอยากรู้ อยากเห็น อยากค้นหาคำตอบ ซึ่งในวิจัยนี้ใช้แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 5 แผนการจัดการเรียนรู้ ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย สถานการณ์ปัญหาละ 1 ข้อ รวมทั้งสิ้น 5 ข้อ	- ส่งเสริมขั้นทำความเข้าใจปัญหา

ตารางที่ 3.2 แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับกลุ่มทดลอง (ต่อ)

ชั่วโมงที่	ขั้นตอน	แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
	2. ขั้นทำความเข้าใจและวางแผน (20 นาที)	เมื่อครูกำหนดปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้แล้ว นักเรียนแต่ละคนจะต้องทำความเข้าใจปัญหาที่กำหนดให้ และค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหา โดยจะต้องอาศัยความรู้และประสบการณ์เดิม และนำมาอภิปรายหาข้อสรุปร่วมกันในกลุ่ม เพื่อนำมาใช้ในการวางแผนแก้ปัญหา โดยครูคอยกระตุ้นด้วยคำถามและแนะนำแหล่งของข้อมูลที่จะสืบค้น	- ส่งเสริมขั้นทำความเข้าใจปัญหา - ส่งเสริมขั้นวางแผนแก้ปัญหา
	3. ขั้นลงมือทำตามแผน (20 นาที)	หลังจากที่นักเรียนแต่ละกลุ่มวางแผนแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนแต่ละคนจะต้องจัดระเบียบข้อมูลที่ได้จากการวางแผนแก้ปัญหา และเขียนแสดงวิธีหาคำตอบอย่างสมเหตุสมผล เขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหา ผลของการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยอาจจะใช้การอธิบายร่วมกันในกลุ่มเพื่อหาข้อสรุปที่ถูกต้อง	- ส่งเสริมขั้นดำเนินการแก้ปัญหา - ส่งเสริมขั้นตรวจสอบคำตอบ
	4. ขั้นตรวจสอบคำตอบ (15 นาที)	นักเรียนจะต้องตรวจสอบคำตอบที่ได้มา เริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง มีความสมเหตุสมผลของคำตอบกับวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้	- ส่งเสริมขั้นตรวจสอบคำตอบ
	5. ขั้นออกแบบผลงาน (20 นาที)	นักเรียนแต่ละกลุ่มจะต้องช่วยกันจัดระเบียบข้อมูล คิดออกแบบการนำเสนอผลงานแก่เพื่อนร่วมชั้นเรียน	- ส่งเสริมขั้นวางแผนแก้ปัญหา - ส่งเสริมขั้นดำเนินการแก้ปัญหา
2	6. ขั้นนำเสนอผลงาน (30 นาที)	นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน นักเรียนสามารถซักถามข้อสงสัยได้ ครูเพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนสงสัย	- ส่งเสริมขั้นทำความเข้าใจปัญหา
	7. ขั้นประเมินผล (10 นาที)	นักเรียนจะต้องประเมินผลงานจากการนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนและสะท้อนผลจากการจัดกิจกรรมร่วมกัน	- ส่งเสริมขั้นตรวจสอบคำตอบ

ผู้วิจัยใช้แนวทางการออกแบบการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับกลุ่มทดลอง ที่แสดงข้างต้นนี้ ในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา จำนวน 5 แผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยขอยกตัวอย่างบางส่วนของขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 สถานการณ์ปัญหาที่ 1 สะพานมิตรภาพไทย-ลาว โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งสามารถแสดงได้ดังตารางที่ 3.3 (สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ฉบับสมบูรณ์ สามารถดูได้ในภาคผนวก ง. 1)

ตารางที่ 3.3 ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว  
โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา  
สำหรับกลุ่มทดลอง

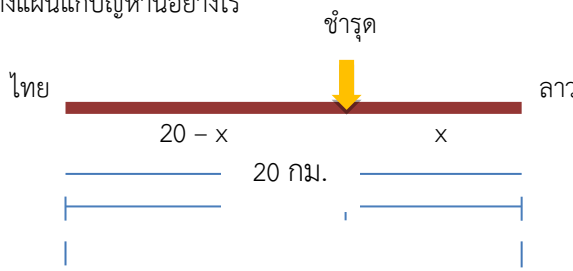
กิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา	ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
<p>ชั่วโมงที่ 1</p> <p>1. <b>ขั้นสร้างความสนใจ (5 นาที)</b></p> <p>1) ครูได้นำเสนอเรื่องราวของสะพานมิตรภาพไทย-ลาว แห่งที่ 1 ให้นักเรียนได้รับฟังดังนี้</p>  <p>ที่มา: <a href="https://sites.google.com/site/phkhinmnp67/saphan-mitraphaph-thiy-law-haeng-thi-1">https://sites.google.com/site/phkhinmnp67/saphan-mitraphaph-thiy-law-haeng-thi-1</a></p> <p>สะพานข้ามแม่น้ำโขงขนาดใหญ่แห่งแรกของไทย หรือที่เราเคยได้ยินกันในนามว่า สะพานมิตรภาพไทย-ลาว ซึ่งเป็นสะพานแห่งแรก ได้ก่อสร้างขึ้นในบริเวณเขตแดนประเทศไทยในจังหวัดหนองคาย เชื่อมไปยังเขตแดนของฝั่งประเทศลาว ซึ่งมีความยาวประมาณ 20 กิโลเมตร ใช้ระยะเวลาในการก่อสร้างถึง 3 ปี และได้ก่อสร้างขึ้นเพื่อเป็นการรองรับประชาคมเศรษฐกิจอาเซียนที่เกิดขึ้นในปี พ.ศ. 2558 ที่มาผ่าน</p> <p>2) ครูกำหนดสถานการณ์ปัญหาเพื่อกระตุ้นความสนใจของนักเรียน ดังนี้</p> <p><b>สถานการณ์ปัญหา:</b> สมมติว่านักเรียนไปทัศนศึกษา นั่งรถชมวิวบนสะพานแห่งนี้ ในระหว่างทางเกิด สะพานชำรุด เมื่อวัดระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่ชำรุด มีระยะทางเท่ากับกำลังสองของระยะทางที่เหลือ อยากทราบว่านักเรียนจะต้องเดินทางอีกกี่กิโลเมตรจึงจะถึงประเทศลาว กำหนดให้สะพานยาว 20 กิโลเมตร</p>	<p>ส่งเสริมขั้นทำความเข้าใจปัญหา</p> <p>- ครูผู้สอนใช้สถานการณ์ปัญหามาสร้างความสนใจให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้น อยากที่จะเรียนรู้ เกิดความอยากรู้ อยากเห็น สงสัยในปัญหา จนอยากค้นหาคำตอบ</p>

ตารางที่ 3.3 ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว  
โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา  
สำหรับกลุ่มทดลอง (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการ แก้ปัญหาของโพลยา	ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
<p>2. ขั้นทำความเข้าใจและวางแผน (20 นาที)</p> <p>1) นักเรียนแต่ละคนจะต้องทำความเข้าใจกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยอ่านสถานการณ์ปัญหาให้เข้าใจว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไร กำหนดข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรมาให้บ้าง จะใช้ข้อมูลหรือเงื่อนไขอย่างไรและหาแนวทางแก้ปัญหาโดยจะต้องอาศัยความรู้และประสบการณ์เดิม</p> <p>2) นำมาอภิปรายหาข้อสรุปร่วมกันในกลุ่ม เพื่อนำมาใช้ในการวางแผนแก้ปัญหา และทำใบกิจกรรมที่ 1 โดยครูคอยกระตุ้นด้วยคำถาม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ปัญหาถามว่าอย่างไร/ปัญหาต้องการหาอะไร/กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง/มีเงื่อนไขอย่างไร</li> <li>- นักเรียนมีวิธีการอย่างไร ในการหาระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่นักเรียนกำลังยืนอยู่ และระยะทางที่เหลือเป็นกิโลเมตร</li> </ul> <p>3) ครูคอยตรวจสอบว่านักเรียนมีความเข้าใจถูกต้องหรือไม่ ถ้ากลุ่มใดยังมีความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง ครูต้องคอยกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้คิดและเกิดความเข้าใจที่ตรงกัน</p> <p>4) นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาปัญหาและช่วยกันอภิปรายแสดงความคิดเห็นเพื่อสรุปเป็นข้อมูลกลุ่ม หากมีประเด็นใดที่นักเรียนคนใดคนหนึ่งไม่เข้าใจ ครูให้เพื่อนในกลุ่มช่วยเหลือสมาชิกกลุ่มให้มีความเข้าใจที่สอดคล้องกัน</p> <p>5) นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาปัญหาและช่วยกันอภิปรายแสดงความคิดเห็นเพื่อสรุปเป็นข้อมูลกลุ่ม หากมีประเด็นใดที่นักเรียนคนใดคนหนึ่งไม่เข้าใจ ครูให้เพื่อนในกลุ่มช่วยเหลือสมาชิกกลุ่มให้มีความเข้าใจที่สอดคล้องกัน</p> <p>(แนวทางในการทำความเข้าใจและวางแผนแก้ปัญหามีดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- โจทย์ต้องการให้หาอะไร</li> </ul> <p>(ระยะทางจากจุดขำรุคถึงเขตแดนประเทศลาว)</p>	<p>ส่งเสริมขั้นทำความเข้าใจปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนทราบว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไร และจะต้องนำข้อมูลที่กำหนดให้มาใช้อย่างไร ต้องใช้ความรู้เดิมเรื่องอะไรมาช่วยแก้ปัญหา</li> </ul> <p>ส่งเสริมขั้นวางแผนแก้ปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนรู้ว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไร และจะใช้ข้อมูลที่ให้มาอย่างไร ต้องใช้ความรู้เรื่องอะไรมาช่วยแก้ปัญหา</li> <li>- นักเรียนรู้จักสืบค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหาจากแหล่งเรียนรู้</li> <li>- รู้จักการทำงานเป็นกลุ่ม ซึ่งส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในปัญหา มองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา และวางแผนแก้ปัญหาได้ถูกต้อง</li> </ul>



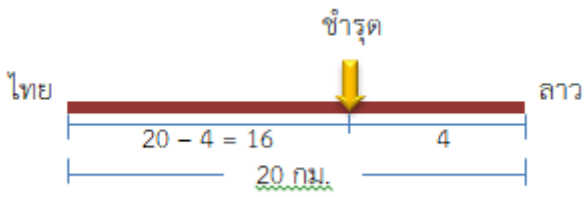
ตารางที่ 3.3 ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับกลุ่มทดลอง (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา	ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
<p>- โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง (สะพานมีความยาว 20 กิโลเมตร)</p> <p>- เงื่อนไขคืออะไร (เมื่อวัดระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่สะพานชำรุด มีระยะทางเท่ากับกำลังสองของระยะทางที่เหลือ)</p> <p>- จากสิ่งที่โจทย์ถามและข้อมูลที่มีอยู่ นักเรียนจะวางแผนแก้ปัญหานี้อย่างไร</p>  <p>ให้ <math>x</math> แทนระยะทางจากตำแหน่งที่ชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว มีหน่วยเป็นกิโลเมตร</p> <p>เนื่องจากสะพานมีความยาว 20 กิโลเมตร จะได้ว่า ระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งชำรุด มีระยะทางเท่ากับ <math>20 - x</math> กิโลเมตร</p> <p>และระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่ชำรุดยาวเท่ากับกำลังสองของระยะทางที่เหลือ</p> <p>จากเงื่อนไขสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้</p> $20 - x = x^2$ $x^2 + x - 20 = 0$	
<p>3. ขั้นลงมือทำตามแผน (20 นาที)</p> <p>นักเรียนแต่ละคนจะต้องจัดระเบียบข้อมูลที่ได้จากการวางแผนแก้ปัญหา และเขียนแสดงวิธีหาคำตอบอย่างสมเหตุสมผล เขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหา ผลของการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยอาจจะใช้การอภิปรายร่วมกันในกลุ่มเพื่อหาข้อสรุปที่ถูกต้อง</p> <p>(แนวทางในการดำเนินการแก้ปัญหามีดังนี้</p>	<p>ส่งเสริมขั้นดำเนินการแก้ปัญหา</p> <p>ส่งเสริมขั้นตรวจสอบคำตอบ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนรู้จักการทำงานเป็นระบบ รอบคอบ</li> <li>- เขียนแสดงวิธีหาคำตอบอย่างสมเหตุสมผล</li> <li>- เกิดองค์ความรู้ด้วยตนเอง และยังสามารถส่งเสริมให้นักเรียนเกิดกระบวนการทางคณิตศาสตร์</li> </ul>

ตารางที่ 3.3 ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว  
โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา  
สำหรับกลุ่มทดลอง (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหา ของโพลยา	ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
<p>จากสมการ <math>x^2 + x - 20 = 0</math> สามารถแยกตัวประกอบได้ดังนี้ <math>(x + 5)(x - 4) = 0</math> จะได้ว่า <math>x + 5 = 0</math> หรือ <math>x - 4 = 0</math> <math>x = -5</math> หรือ <math>x = 4</math></p> <p>เนื่องจากระยะทางมีค่าเป็นบวก ดังนั้น ระยะทางจากตำแหน่งที่ชำรุดถึงเขตแดนประเทศ ลาว มีระยะทางเท่ากับ 4 กิโลเมตร)</p>	
<p><b>4. ขั้นตรวจสอบคำตอบ (15 นาที)</b></p> <p>1) นักเรียนจะต้องตรวจสอบคำตอบที่ได้ เริ่มจากการ ตรวจสอบความถูกต้อง มีความสมเหตุสมผลของคำตอบกับ วิธีการแก้ปัญหาที่ใช้</p> <p>2) ถ้าคำตอบไม่ถูกต้องนักเรียนจะต้องตรวจสอบวิธีการ แก้ปัญหา จนกระทั่งตรวจสอบขั้นทำความเข้าใจ และวางแผน เพื่อให้ทราบว่ามีผิดพลาดส่วนใด</p> <p>3) ครูชี้แนะแนวทางในการตรวจสอบคำตอบ (แนวทางในการตรวจสอบคำตอบ มีดังนี้ ระยะทางจากตำแหน่งที่ชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว มี ระยะทางเท่ากับ 4 กิโลเมตร จากสมการ <math>20 - x = x^2</math> แทน <math>x = 4</math> ในสมการ จะได้ว่า <math>20 - x = x^2</math> <math>20 - 4 = 4^2</math> <math>16 = 16</math> เป็นจริง สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา จาก ระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่ชำรุด ยาวเท่ากับกำลังสองของระยะทางที่เหลือ ดังนั้น ระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่ ชำรุดยาวเท่ากับ 16 กิโลเมตร</p>	<p><b>ส่งเสริมขั้นตรวจสอบคำตอบ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนได้รู้วิธีการตรวจสอบความถูกต้อง ของคำตอบ</li> <li>- นักเรียนได้ทบทวนวิธีการแก้ปัญหาใหม่อีก ครั้ง ทำให้เกิดความรอบคอบ</li> <li>- ส่งผลให้นักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหาบ่อย ๆ และ ส่งผลให้เกิดทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์</li> </ul>

ตารางที่ 3.3 ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สำหรับกลุ่มทดลอง (ต่อ)

กิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา	ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
<p>แสดงได้ดังภาพ</p>  <p>นั่นคือ ระยะทางจากตำแหน่งที่ชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว มีระยะทางเท่ากับ 4 กิโลเมตร)</p>	
<p><b>ชั่วโมงที่ 2</b></p> <p><b>5. ขั้นตอนออกแบบผลงาน (20 นาที)</b></p> <p>นักเรียนแต่ละกลุ่มจะต้องช่วยกันจัดระเบียบข้อมูล คิด ออกแบบผลงานของกลุ่ม เลือกตัวแทนเพื่อออกมานำเสนอ ผลงานแก่เพื่อนร่วมชั้นเรียน</p>	<p><b>ส่งเสริมขั้นวางแผนแก้ปัญหา</b></p> <p><b>ส่งเสริมขั้นดำเนินการแก้ปัญหา</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ในการ ออกแบบผลงาน ได้ผลงานของกลุ่ม</li> <li>- นักเรียนรู้จักการทำงานเป็นกลุ่ม รับฟังความคิดเห็นของเพื่อนในกลุ่ม</li> </ul>
<p><b>6. ขั้นนำเสนอผลงาน (30 นาที)</b></p> <p>1) นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอความรู้ใหม่หน้า ชั้นเรียน และสามารถซักถามข้อสงสัยได้</p> <p>2) ครูเพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนเกิดความสงสัย</p>	<p><b>ส่งเสริมขั้นทำความเข้าใจปัญหา</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนกล้าแสดงออก</li> <li>- เห็นความแตกต่างของการแก้ปัญหาของแต่ละกลุ่ม เข้าใจวิธีการแก้ปัญหามากขึ้น</li> </ul>
<p><b>7. ขั้นประเมินผล (10 นาที)</b></p> <p>1) นักเรียนจะต้องประเมินผลงานจากการนำเสนอผลงาน หน้าชั้นเรียน</p> <p>2) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปผลการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ในแง่ของปัญหาที่พบในการทำกิจกรรมและสะท้อนผล จากการจัดกิจกรรมร่วมกัน</p> <p>3) ครูให้ สถานการณ์ปัญหากับนักเรียน จำนวน 1 ข้อ ทำ เป็นการบ้าน เพื่อทบทวนและขยายความรู้ความเข้าใจให้มากยิ่งขึ้น</p>	<p><b>ส่งเสริมขั้นตรวจสอบคำตอบ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนรู้จักตรวจสอบความถูกต้องจากการ นำเสนองาน</li> <li>- นักเรียนมีความเข้าใจในกระบวนการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น</li> <li>- สามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับ ปัญหาอื่น ๆ ได้</li> </ul>

การจัดการเรียนรู้แบบปกติในทุกกิจกรรม สำหรับกลุ่มควบคุมมีการแบ่งกลุ่มนักเรียน กลุ่มละ 3-4 คน ตามผลการเรียนภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีผลการเรียนอยู่ในระดับมาก ระดับปานกลาง และระดับน้อย เนื่องจากนักเรียนกลุ่มควบคุมมีจำนวน 27 คน แบ่งเป็น 7 กลุ่ม กลุ่มละ 4 คน จำนวน 6 กลุ่ม และกลุ่มละ 3 คน จำนวน 1 กลุ่ม ซึ่งแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับกลุ่มควบคุม โดยการจัดการเรียนรู้มีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน ซึ่งแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้สำหรับกลุ่มควบคุม สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 3.4

ในส่วน of นักเรียนที่ไม่ได้รับการคัดเลือกให้เป็นกลุ่มควบคุมมีจำนวน 6 คน แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 คน โดยใช้หลักการเดียวกับกลุ่มควบคุมในการแบ่งกลุ่ม ซึ่งแบ่งกลุ่มละ 3 คน จำนวน 2 กลุ่ม และได้จัดการเรียนรู้แบบปกติแต่ไม่ได้นำข้อมูลของนักเรียนกลุ่มนี้มาวิเคราะห์ผล

**ตารางที่ 3.4 แนวทางการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม**

ขั้นตอน	แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
1. ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน	1. ครูทบทวนความรู้พื้นฐานและสิ่งที่นักเรียนได้เรียนมาแล้วเพื่อที่จะได้นำมาใช้กับเนื้อหาใหม่ที่กำลังจะเรียน พร้อมบอกให้นักเรียนทราบถึงจุดประสงค์ที่จะเรียนในชั่วโมงนั้น
2. ขั้นสอน	2. ครูสนทนาเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาเพื่อกระตุ้นความสนใจ โดยครูใช้สถานการณ์ปัญหาเดียวกันกับนักเรียนกลุ่มทดลอง ใช้การอธิบายและยกตัวอย่างพร้อมกับให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย แล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม
3. ขั้นสรุป	3. ครูให้นักเรียนนำเสนอผลงานและร่วมกันสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนในชั่วโมงนั้น ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน

ผู้วิจัยใช้แนวทางการออกแบบการจัดการเรียนรู้ สำหรับกลุ่มควบคุม ตามแสดงข้างต้นนี้ ในการออกแบบการจัดการเรียนรู้แบบปกติในทุก ๆ แผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งในที่นี้ผู้วิจัยขอยกตัวอย่างบางส่วนของขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 สถานการณ์ปัญหาที่ 1 สะพานมิตรภาพไทย-ลาว โดยการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ซึ่งสามารถแสดงได้ดังตารางที่ 3.5 (สำหรับแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 สถานการณ์ปัญหาที่ 1 สะพานมิตรภาพไทย-ลาว โดยการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ฉบับบูรณ สามารถดูได้ในภาคผนวก ง. 2)

ตารางที่ 3.5 ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว  
ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	กิจกรรมการจัดการเรียนรู้แบบปกติ
<p>ชั่วโมงที่ 1</p> <p>1. ชำนาญเข้าสู่บทเรียน (20 นาที)</p>	<p>1. ครูให้นักเรียนนั่งเป็นกลุ่มตามที่ได้จัดไว้ กลุ่มละ 3-4 คน</p> <p>2. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับเรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนาม การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยการยกตัวอย่างและถาม-ตอบ เพื่อที่จะได้นำมาใช้กับเนื้อหาใหม่ที่กำลังจะเรียน</p> <p>3. ครูกล่าวถึง การแยกตัวประกอบของพหุนามในกรณีทั่วไปของ <math>x^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>b</math> และ <math>c</math> เป็นค่าคงตัวที่ <math>c \neq 0</math> ทำได้โดยการหาจำนวน <math>d</math> และ <math>e</math> ที่ <math>de = c</math> และ <math>d + e = b</math> ทำให้ <math>x^2 + bx + c = (x + d)(x + e)</math></p> <p>4. ครูยกตัวอย่างบนกระดาน ดังนี้ จงแยกตัวประกอบของ <math>x^2 + 7x + 10</math></p>
	<p>5. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดตาม ดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- อะไรคูณกันแล้วได้ 10 และนำมาบวกกันแล้วได้ 7 (ตอบ 2 กับ 5)</li> <li>- เพราะอะไรถึงเป็น 2 กับ 5 มีจำนวนอื่นอีกไหม (ตอบ เพราะ <math>2 \times 5 = 10</math> และ <math>2 + 5 = 7</math>)</li> <li>- ดังนั้นเราสามารถแยกตัวประกอบของ <math>x^2 + 7x + 10</math> ได้อย่างไร (ตอบ <math>x^2 + 7x + 10 = (x + 2)(x + 5)</math> )</li> </ul> <p>6. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูป <math>x^2 + bx + c</math> เมื่อ <math>b</math> และ <math>c</math> เป็นค่าคงตัวที่ <math>c \neq 0</math> ดังนี้</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) ให้พิจารณาพหุนามที่กำหนดให้ว่า <math>b</math> และ <math>c</math> คืออะไร</li> <li>2) ให้หาจำนวนจริงสองจำนวนที่คูณกันแล้วได้ <math>c</math> และนำมาบวกกันแล้วได้ <math>b</math></li> <li>3) เขียนตัวประกอบของพหุนามในรูปของ <math>(x + d)(x + c)</math></li> <li>4) ตรวจสอบคำตอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง เพื่อความถูกต้องอีกครั้ง</li> </ol> <p>7. ครูกล่าวว่า การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว เป็นการแก้สมการหรือเป็นการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว ซึ่งการหาคำตอบของสมการที่อยู่ในรูป <math>ax^2 + bx + c = 0</math> เมื่อ <math>a, b, c</math> เป็นค่าคงตัว และ <math>a \neq 0</math> ทำได้โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงดังนี้</p> <p>ถ้า <math>a</math> และ <math>b</math> เป็นจำนวนจริง และ <math>ab = 0</math> แล้ว <math>a</math> หรือ <math>b</math> อย่างน้อยหนึ่งตัวต้องเป็นศูนย์</p> <p>8. ครูยกตัวอย่างบนกระดานและใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จงหาคำตอบของสมการ <math>(x - 2)(x - 3) = 0</math></li> <li>- จากสมการที่กำหนดให้ มีความหมายว่าอย่างไร (ตอบ <math>(x - 2)</math> คูณ <math>(x - 3)</math> มีค่าเท่ากับ 0 ดังนั้น ถ้า <math>(x - 2)(x - 3) = 0</math></li> </ul>

ตารางที่ 3.5 ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว  
ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม (ต่อ)

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	กิจกรรมการจัดการเรียนรู้แบบปกติ
	<p>จะได้ว่า <math>x - 2 = 0</math> หรือ <math>x - 3 = 0</math>)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- อะไรลบออกสอง แล้วเหลือศูนย์ และอะไรลบออกสาม แล้วเหลือศูนย์ (ตอบ <math>2 - 2 = 0</math> และ <math>3 - 3 = 0</math>)</li> <li>- ดังนั้น <math>x - 2 = 0</math> จะได้ว่า <math>x</math> มีค่าเท่าใด (ตอบ 2)</li> <li>- และ <math>x - 3 = 0</math> จะได้ว่า <math>x</math> มีค่าเท่าใด (ตอบ 3)</li> <li>- ดังนั้น 2 และ 3 เป็นคำตอบของสมการ <math>(x - 2)(x - 3) = 0</math></li> </ul> <p>9. ครูสรุปจากตัวอย่างข้างต้นให้นักเรียนคิดตามดังนี้</p> <p>จากตัวอย่างข้างต้นจะเห็นว่า การหาคำตอบของสมการคือการหาจำนวนที่นำไปแทน <math>x</math> ในสมการแล้วได้สมการที่เป็นจริง</p> <p>10. ครูยกตัวอย่างบนกระดานอีกหนึ่งข้อและใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จงหาคำตอบของสมการ <math>x^2 - 4x + 3 = 0</math></li> <li>- จากสมการที่กำหนดให้นักเรียนจะเห็นว่าสมการไม่ได้อยู่ในรูปผลคูณของพหุนามดีกรีหนึ่งเหมือนกับตัวอย่างที่ผ่านมา ดังนั้นข้อนี้ นักเรียน จะมีวิธีการอย่างไรในการหาคำตอบของสมการ</li> </ul> <p>(ตอบ แยกตัวประกอบของพหุนาม <math>x^2 - 4x + 3</math> ก่อน)</p> <p>จะได้ว่า <math>x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1)</math></p> <p>เขียนสมการใหม่ จะได้ <math>(x - 3)(x - 1) = 0</math></p> <p>หาคำตอบของสมการ <math>(x - 3)(x - 1) = 0</math> โดยหา <math>x</math> ที่ทำให้</p> $(x - 3) = 0 \text{ หรือ } (x - 1) = 0$ <p>นั่นคือ <math>x = 3</math> หรือ <math>x = 1</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- นักเรียนแน่ใจได้อย่างไรว่าคำตอบของสมการคือ 3 และ 1</li> </ul> <p>(ตอบ ตรวจสอบคำตอบโดยการแทนค่า <math>x</math> ในสมการ <math>x^2 - 4x + 3 = 0</math>)</p> <p>ด้วย 1 หรือ 3</p> <p>เมื่อแทนค่า <math>x</math> ด้วย 1 จะได้ <math>(1)^2 - 4(1) + 3 = 0</math> ซึ่งเป็นจริง</p> <p>เมื่อแทนค่า <math>x</math> ด้วย 3 จะได้ <math>(3)^2 - 4(3) + 3 = 0</math> ซึ่งเป็นจริง</p> <p>ดังนั้น 1 และ 3 เป็นคำตอบของสมการ <math>x^2 - 4x + 3 = 0</math> )</p> <p>11. ครูได้เพิ่มเติมอีกว่าในการแก้สมการกำลังสอง นอกจากใช้วิธีการแยกตัวประกอบดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ยังสามารถใช้สูตรเพื่อหาคำตอบของสมการกำลังสองโดยหา <math>x</math> จากสมการ <math>ax^2 + bx + c = 0</math></p> $\text{โดยใช้สูตร } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ <p>ค่าของ <math>x</math> จะเป็นจำนวนจริง เมื่อ <math>b^2 - 4ac \geq 0</math> ฉะนั้น จะใช้สูตรเพื่อหา</p>

ตารางที่ 3.5 ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว  
ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม (ต่อ)


ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	กิจกรรมการจัดการเรียนรู้แบบปกติ
	<p>คำตอบที่เป็นจำนวนจริงของสมการ เมื่อ <math>b^2 - 4ac \geq 0</math> เท่านั้น</p> <p>12. ครูยกตัวอย่างการหาคำตอบของสมการ <math>x^2 + 2x - 11 = 0</math> โดยใช้สูตร ให้นักเรียนดูบนกระดานพร้อมใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- จากสมการ <math>x^2 + 2x - 11 = 0</math> เมื่อเทียบกับสมการ <math>ax^2 + bx + c = 0</math> จะได้ <math>a, b</math> และ <math>c</math> มีค่าเท่าไร (ตอบ จะได้ <math>a = 1, b = 2</math> และ <math>c = -11</math>)</li> <li>- จาก <math>b^2 - 4ac</math> จะมีค่าเท่าไร (ตอบ <math>b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(1)(-11) = 48 &gt; 0</math>)</li> <li>- จากสูตร <math>x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}</math> ให้นักเรียนหาค่า <math>x</math> (ตอบ สูตร <math>x = \frac{-2 \pm \sqrt{48}}{2(1)} = \frac{-2 \pm 4\sqrt{3}}{2} = -1 \pm 2\sqrt{3}</math>)</li> <li>- ดังนั้นคำตอบของสมการคือ (ตอบ <math>-1 + 2\sqrt{3}</math> และ <math>-1 - 2\sqrt{3}</math>)</li> </ul> <p>13. ครูสรุปการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวให้นักเรียนเข้าใจง่ายขึ้น คือ ในการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวมีวิธีหาคำตอบได้หลากหลายวิธีขึ้นอยู่กับสมการที่กำหนดให้ว่าจะเหมาะสมกับวิธีการใด ซึ่งสิ่งนี้ก็ไม่สามารถตอบได้ว่าสมการใดเหมาะสมกับวิธีการใด นักเรียนจะต้องฝึกแก้สมการให้มากแล้วนักเรียนจะเกิดความชำนาญและแก้สมการได้ถูกต้องแม่นยำและเสร็จอย่างรวดเร็ว</p> <p>14. ครูแจ้งให้นักเรียนทราบถึงจุดประสงค์ที่จะเรียนในชั่วโมงนั้น ว่าเมื่อเรียนจบในชั่วโมงนี้นักเรียนจะสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- เขียนสมการกำลังสองตัวแปรเดียวจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้</li> <li>- แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้</li> </ul>

ตารางที่ 3.5 ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว  
ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม (ต่อ)

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	กิจกรรมการจัดการเรียนรู้แบบปกติ
<p>ชั่วโมงที่ 1-2</p> <p>2. ขั้นสอน (70 นาที)</p>	<p>1. ครูได้นำเสนอเรื่องราวของสะพานมิตรภาพไทย-ลาว แห่งที่ 1 ให้นักเรียนได้รับฟังเป็นเรื่องราวเดียวกับที่ใช้ในกลุ่มทดลอง ดังนี้</p>  <p>ที่มา : <a href="https://sites.google.com/site/phkhinmnp67/saphan-mitrphaph-thiy-law-haeng-thi-1">https://sites.google.com/site/phkhinmnp67/saphan-mitrphaph-thiy-law-haeng-thi-1</a></p> <p>สะพานข้ามแม่น้ำโขงขนาดใหญ่แห่งแรกของไทย หรือที่เราเคยได้ยินกันในนามว่า สะพานมิตรภาพไทย-ลาว ซึ่งเป็นสะพานแห่งแรก ได้ก่อสร้างขึ้นในบริเวณเขตแดนประเทศไทยในจังหวัดหนองคาย เชื่อมไปยังเขตแดนของฝั่งประเทศลาว ซึ่งมีความยาวประมาณ 20 กิโลเมตร ใช้ระยะเวลาในการก่อสร้างถึง 3 ปี และได้ก่อสร้างขึ้นเพื่อเป็นการรองรับประชาคมเศรษฐกิจอาเซียนที่เกิดขึ้นในปี พ.ศ. 2558 ที่มาผ่าน</p> <p>2. ครูใช้สถานการณ์ปัญหาที่ให้กับนักเรียนกลุ่มทดลองมาแสดงยกตัวอย่างให้นักเรียนกลุ่มควบคุมดูบนกระดาน และใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน ครูให้นักเรียนช่วยกันแก้โจทย์ปัญหา</p> <p><b>สถานการณ์ปัญหา:</b> สมมติว่านักเรียนไปทัศนศึกษา นั่งรถชมวิวนสะพานแห่งนี้ในระหว่างทางเกิด สะพานชำรุด เมื่อวัดระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่ชำรุด มีระยะทางเท่ากับกำลังสองของระยะทางที่เหลือ อยากทราบว่านักเรียนจะต้องเดินทางอีกกี่กิโลเมตรจึงจะถึงประเทศลาว กำหนดให้สะพานยาว 20 กิโลเมตร</p> <p>3. ครูเป็นผู้นำในการแก้โจทย์ปัญหา ให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาเพื่อทำความเข้าใจ และใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนดังนี้</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- โจทย์ต้องการให้หาอะไร (ระยะทางจากจุดชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว)</li> <li>- มีข้อมูลอะไรมาให้บ้าง (สะพานมีความยาว 20 กิโลเมตร เมื่อวัดระยะทางจากเขตแดนประเทศไทย</li> </ul>



ตารางที่ 3.5 ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว  
ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม (ต่อ)

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	กิจกรรมการจัดการเรียนรู้แบบปกติ
	<p>ถึงตำแหน่งที่สะพานชำรุด มีระยะทางเท่ากับกำลังสองของระยะทางที่เหลือ)</p> <p>- นักเรียนต้องให้อะไรเป็นตัวแปร (ระยะทางจากจุดชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว)</p> <p>4. ครูแสดงวิธีทำให้นักเรียนเป็นตัวอย่าง พร้อมทั้งให้นักเรียนมีส่วนร่วมดังนี้</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>ให้ <math>x</math> แทนระยะทางจากตำแหน่งที่ชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว มีหน่วยเป็น กิโลเมตร เนื่องจากสะพานมีความยาว 20 กิโลเมตร จะได้ว่า ระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งชำรุด มีระยะทางเท่ากับ <math>20 - x</math> กิโลเมตร และระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่ชำรุดยาวเท่ากับกำลังสองของระยะทางที่เหลือ</p> <p>จากเงื่อนไขสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้</p> $20 - x = x^2$ $x^2 + x - 20 = 0$ <p>สามารถแยกตัวประกอบได้ดังนี้</p> $(x + 5)(x - 4) = 0$ <p>จะได้ว่า <math>x + 5 = 0</math> หรือ <math>x - 4 = 0</math></p> $x = -5 \text{ หรือ } x = 4$ <p>เนื่องจากระยะทางมีค่าเป็นบวก</p> <p>ดังนั้น ระยะทางจากตำแหน่งที่ชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว มีระยะทางเท่ากับ 4 กิโลเมตร</p> <p>ตรวจสอบคำตอบ</p> <p>จากสมการ <math>20 - x = x^2</math> แทน <math>x = 4</math> ในสมการ จะได้ว่า</p> $20 - 4 = 4^2$ $16 = 16 \text{ เป็นจริง}$ <p>5. ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำใบงาน และเปิดโอกาสให้ปรึกษากันภายในกลุ่ม โดยครูคอยตรวจสอบความถูกต้อง</p>

ตารางที่ 3.5 ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว  
ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบปกติ สำหรับกลุ่มควบคุม (ต่อ)

ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้	กิจกรรมการจัดการเรียนรู้แบบปกติ
ชั่วโมงที่ 2 3. ขั้นสรุป (30 นาที)	1. ครูให้นักเรียนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนและร่วมกันสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนในชั่วโมงนั้น 2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน

### 3.3.2 เครื่องมือสำหรับเก็บรวบรวมข้อมูล

#### 3.3.2.1 แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ เป็นแบบคู่ขนานทั้งในด้านเนื้อหาและในด้านการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากผู้เรียนมีความรู้เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวมาแล้ว เพราะในการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เนื้อหาที่ใช้ในการวัดต้องเป็นเนื้อหาที่ผู้เรียนมีความรู้มาก่อนแล้ว

ขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

(1) กำหนดวัตถุประสงค์ เนื้อหาและขอบเขตของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

(2) ศึกษาเอกสารงาน วิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบทดสอบ

(3) ดำเนินการสร้างแบบทดสอบก่อนเรียน และหลังเรียนแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ เป็นแบบคู่ขนานทั้งในด้านเนื้อหาและในด้านการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

(4) กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

(5) นำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พร้อมเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้ว เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม และดำเนินการปรับปรุงแก้ไขตามที่ปรึกษาให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะ

(6) นำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแล้ว เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างตัวชี้วัดกับข้อสอบด้วยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of objective congruence: IOC) โดยมีเกณฑ์การให้ความคิดเห็นดังที่ได้กล่าวมาข้างต้น

ผลการตรวจสอบพบว่าแบบทดสอบทั้ง 5 ข้อ พบว่า มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 1 ทุกข้อ จากนั้นผู้วิจัยก็ได้ปรับแก้ไขแบบทดสอบตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ

(ผลการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) สามารถดูได้ในภาคผนวก ค) และนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์อีกครั้ง ตัวอย่างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ข้อที่ 5 และหลังเรียน ข้อที่ 5 ซึ่งเป็นแบบคู่ขนานทั้งในด้านเนื้อหาและในด้านการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถแสดงตารางที่ 3.6 ได้ดังนี้ (แบบทดสอบก่อนเรียนทั้งหมด สามารถดูได้ในภาคผนวก จ.1 และแบบทดสอบหลังเรียนทั้งหมด สามารถดูได้ในภาคผนวก จ.3)

ตารางที่ 3.6 ตัวอย่างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบ	ข้อที่	รายละเอียด
ก่อนเรียน	5	<p>สนามหญ้าแห่งหนึ่งกว้าง 10 เมตร ยาว 12 เมตร รอบนอกของสนามมีถนนกว้าง เท่า ๆ กันทั้งสี่ด้าน ถ้าพื้นที่ถนนเป็น 104 ตารางเมตร จงหาว่าถนนนี้กว้างกี่เมตร</p> <p>5.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....</p> <p>5.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....</p> <p>5.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร</p> <p>.....</p> <p>5.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....</p> <p>5.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....</p>
หลังเรียน	5	<p>สระเก็บน้ำประจำอำเภอสนมมีความกว้าง 10 เมตร ยาว 15 เมตร รอบนอกของสระมีถนนกว้าง เท่า ๆ กันทั้งสี่ด้าน ถ้าพื้นที่ถนนเป็น 116 ตารางเมตร จงหาว่าถนนกว้างกี่เมตร</p> <p>5.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....</p> <p>5.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....</p> <p>5.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร</p> <p>.....</p> <p>5.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....</p> <p>5.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....</p>

### 3.3.2.2 หลักเกณฑ์การให้คะแนน

เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีหลักเกณฑ์การให้คะแนนทั้งหมดข้อละ 4 ขั้นตอน ขั้นตอนละ 3 คะแนน รวมทั้งหมดข้อละ 12 คะแนน ซึ่งแสดงได้ดังนี้

1) เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา: โจทย์ต้องการให้หาอะไร และโจทย์กำหนดอะไร มาให้บ้าง แสดงได้ดังตารางที่ 3.7 ต่อไปนี้

ตารางที่ 3.7 เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา: โจทย์ต้องการให้หาอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา		
รายการประเมิน	เกณฑ์การพิจารณา	คะแนน
- โจทย์ต้องการให้หาอะไร - โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง	- มีการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาโดยเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการหา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องครบถ้วน	3
	- มีการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาโดยเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการหา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วน	2
	- มีการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาโดยเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการหา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา	1
	- ไม่มีร่องรอยการเขียน หรือเขียนแต่ไม่มีความเกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหา	0

จากหลักเกณฑ์การให้คะแนนดังกล่าว สามารถแสดงตัวอย่างการตรวจให้คะแนน ดังรูปภาพที่ 3.1 ต่อไปนี้

5. สนามหญ้าแห่งหนึ่งกว้าง 10 เมตร ยาว 12 เมตร รอบนอกของสนามมีถนนกว้างเท่า ๆ กันทั้งสี่ด้าน ถ้าพื้นที่ถนนเป็น 104 ตารางเมตร จงหาว่าถนนนี้กว้างกี่เมตร	
5.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....	0
5.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....	
5.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....	1
5.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....	
5.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....	2
5.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....	
5.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....	3
5.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....	

ภาพที่ 3.1 ตัวอย่างการให้คะแนน สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
 ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา: โจทย์ต้องการให้หาอะไร และโจทย์กำหนดอะไร  
 มาให้บ้าง ที่มีคะแนนเป็น 0, 1, 2 และ 3 คะแนน ตามลำดับ (ก่อนเรียน ข้อที่ 5)

จากภาพที่ 3.1 จะเห็นว่า ในส่วนที่ได้ 0 คะแนน เพราะไม่มีร่องรอยการเขียน  
 ในส่วนที่ได้ 1 คะแนน เพราะบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ถูกต้อง ในส่วนที่ได้ 2 คะแนน เพราะบอก  
 สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ถูกต้องและบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้แต่ไม่ครบถ้วน และในส่วนที่ได้  
 3 คะแนน เพราะบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาได้ถูกต้องและบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างครบถ้วน

2) เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา: นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร แสดงได้ดังตารางที่ 3.8 ต่อไปนี้

ตารางที่ 3.8 เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
ในขั้นตอนที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา: นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร

เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา		
รายการประเมิน	เกณฑ์การพิจารณา	คะแนน
- นักเรียนจะวางแผนแก้ โจทย์ปัญหานี้อย่างไร	- สามารถใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนสิ่งที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้องสมเหตุสมผลสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา ใช้ข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องครบถ้วน เลือกวิธีการแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง และสามารถเขียนในรูปสมการได้ถูกต้องสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา	3
	- สามารถใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนสิ่งที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้องสมเหตุสมผลสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา ใช้ข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้องครบถ้วน เลือกวิธีการแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่เขียนในรูปสมการไม่ถูกต้อง /หรือไม่สามารถเขียนในรูปสมการได้	2
	- สามารถใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนสิ่งที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้องสมเหตุสมผลสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา แต่ใช้ข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ถูกต้อง เลือกวิธีการแก้โจทย์ปัญหาไม่ถูกต้อง ไม่สามารถเขียนในรูปสมการได้ /หรือเขียนในรูปสมการได้แต่ไม่ถูกต้อง	1
	- ไม่มีร่องรอยการเขียน /หรือไม่สามารถใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง ไม่สามารถใช้ข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ เลือกวิธีการไม่ถูกต้อง และเขียนสมการไม่ถูกต้อง	0

จากหลักเกณฑ์การให้คะแนนดังกล่าว สามารถแสดงตัวอย่างการตรวจให้คะแนน ดังรูปภาพที่ 3.2 ต่อไปนี้

1. จำนวนสองจำนวนต่างกันอยู่ 3 ถ้าผลต่างของกำลังสองของสองจำนวนนั้นเท่ากับ 111 จงหาจำนวนทั้งสองจำนวนนั้น
<p>1.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร..... 0</p> <p>ให้ <math>x</math> แทนจำนวน ๑ จำนวน</p> <p>จำนวนสองจำนวนต่างกันอยู่ 3 ผลต่างของกำลังสองจำนวนนั้น เท่ากับ 111</p>
<p>1.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร..... 1</p> <p>ให้ <math>x</math> แทนจำนวนที่มีค่ามากกว่า</p> <p>จะได้ว่า จำนวนที่มีค่ามากกว่า คือ <math>x-3</math></p> <p>และผลบวกของกำลังสองจำนวนเท่ากับ 111</p>
<p>1.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร..... 2</p> <p>ให้ <math>x</math> แทนจำนวนที่มีค่าที่น้อยกว่า</p> <p>ให้ <math>y</math> แทนจำนวนที่มีค่ามากกว่า จะเท่ากับ <math>x+3</math></p> <p>ผลบวกของกำลังสองจำนวน เท่ากับ 111</p> <p>จะได้สมการว่า</p>
<p>1.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร..... 3</p> <p>โจทย์ต้องการหาจำนวนสองจำนวน</p> <p>ที่มีค่าต่างกันอยู่ 3 ให้ <math>x</math> แทนจำนวนที่มีค่าที่น้อยกว่า และจำนวนที่มีค่ามากกว่า</p> <p>เป็น <math>x+3</math></p> <p>ถ้าผลต่างกำลังสองของจำนวนนั้น เท่ากับ 111</p> <p>จะได้ สมการ ดังนี้ <math>(x+3)^2 - x^2 = 111</math></p>

ภาพที่ 3.2 ตัวอย่างการให้คะแนน สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
 ขั้นตอนที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา: นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร  
 ที่มีคะแนนเป็น 0, 1, 2 และ 3 คะแนน ตามลำดับ (หลังเรียน ข้อที่ 1)

จากภาพที่ 3.2 จะเห็นได้ว่า ในส่วนที่ได้ 0 คะแนน เพราะไม่สามารถกำหนดตัวแปรได้ ในส่วนที่ได้ 1 คะแนน เพราะกำหนดตัวแปรได้ถูกต้อง แต่ใช้เงื่อนไขไม่ถูกต้อง ในส่วนที่ได้ 2 คะแนน เพราะกำหนดตัวแปรได้ถูกต้อง ใช้เงื่อนไขได้ถูกต้อง แต่เขียนสมการไม่ได้ และในส่วนที่ได้ 3 คะแนน เพราะกำหนดตัวแปรได้ถูกต้อง ใช้เงื่อนไขที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง และเขียนสมการได้อย่างถูกต้อง

3) เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา: จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด แสดงได้ดังตารางที่ 3.9 ต่อไปนี้

ตารางที่ 3.9 เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
ในขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา: จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา		
รายการประเมิน	เกณฑ์การพิจารณา	คะแนน
- จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน สรุปลำดับคำตอบถูกต้อง	3
	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่แสดงการแก้ปัญหาที่เป็นลำดับขั้นตอนไม่ชัดเจน สรุปลำดับคำตอบ / หรือแสดงการแก้ปัญหาที่เป็นลำดับขั้นตอนได้ชัดเจน แต่สรุปลำดับคำตอบไม่ถูกต้อง / หรือขาดการอธิบายเหตุผลบางส่วน	2
	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้องบางส่วน หรือไม่เป็นลำดับขั้นตอน สรุปลำดับคำตอบไม่ถูกต้อง	1
	- ไม่มีร่องรอยการเขียน หรือนำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง สรุปลำดับคำตอบไม่ถูกต้อง	0

จากหลักเกณฑ์การให้คะแนนดังกล่าว สามารถแสดงตัวอย่างการตรวจให้คะแนน ดังรูปภาพที่ 3.3 ต่อไปนี้



<p>2. ผ้าห่มรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสผืนหนึ่ง เมื่อเอาผ้ากว้าง 1 ฟุต เย็บเป็นขอบทั้ง 4 ด้าน จะมีพื้นที่เพิ่มขึ้นเป็น 49 ตารางฟุต เดิมผ้าห่มผืนนี้กว้างด้านละกี่ฟุต</p>
<p>2.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....</p> <p>จากสมการ <math>x(x+2) = 49</math>  <math>x^2 + 2x - 49 = 0</math></p> <p style="text-align: right;">①</p>
<p>2.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....</p> <p>จ.ได้ กว้างผ้าห่ม = <math>x+2</math>      กว้างขอบผ้าห่ม = <math>x+2</math>      จ.จากสูตร หน้าผ้ารูป ๓ ด้าน <math>=</math> ด้าน <math>\times</math> ด้าน  <math>49 = (x+2)(x+2)</math>  <math>49 = x^2 + 2x + 2x + 4</math>  <math>x^2 + 4x - 45 = 0</math>  <math>(x+9)(x-5) = 0 \Rightarrow x+9=0, x-5=0</math> หรือ <math>x=-9</math> หรือ <math>x=5</math>      เนื่องจาก ความกว้างไม่ติดลบ      ดังนั้น กว้างผ้าห่ม = <math>x+2 = 5+2 = 7</math> ฟุต      นั่นคือ กว้างผ้าห่มมีพื้นที่เท่ากับ 7 ฟุต</p> <p style="text-align: right;">①</p>
<p>2.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....</p> <p>จ.ก <math>(x+2)(x+2) = 49</math>      จ.ได้ <math>x^2 + 4x + 4 = 49</math>  <math>x^2 + 4x - 45 = 0</math>  <math>(x+9)(x-5) = 0</math>      เนื่องจากความกว้างไม่ติดลบ  <math>\therefore x = 5</math>      เดิมผ้าห่มกว้างด้านละ 5 ฟุต</p> <p style="text-align: right;">②</p>
<p>2.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....</p> <p>จากสมการ <math>(x+2)(x+2) = 49</math>  <math>x^2 + 4x + 4 = 49</math>  <math>x^2 + 4x - 45 = 0</math>  <math>(x+9)(x-5) = 0</math>      จ.ได้ว่า <math>x+9=0, x=-9</math> หรือ <math>x-5=0, x=5</math>      เนื่องจาก ความกว้างไม่ติดลบ จึงเท่ากับ 5 ฟุต      ดังนั้น เดิมผ้าห่มมีพื้นที่ด้านละ 5 ฟุต</p> <p style="text-align: right;">③</p>

ภาพที่ 3.3 ตัวอย่างการให้คะแนน สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
 ขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการแก้ปัญหา: จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด ที่มีคะแนนเป็น 0, 1,  
 2 และ 3 คะแนน ตามลำดับ (หลังเรียน ข้อที่ 2)

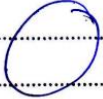
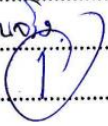

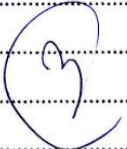
จากภาพที่ 3.3 จะเห็นได้ว่า ในส่วนที่ได้ 0 คะแนน เพราะสมการไม่สอดคล้องกับ โจทย์ปัญหา ในส่วนที่ได้ 1 คะแนน เพราะใช้เงื่อนไขที่กำหนดได้ถูกต้อง เขียนสูตรของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้ถูกต้อง เขียนสมการได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถแก้สมการได้ถูกต้อง ในส่วนที่ได้ 2 คะแนน เพราะเขียนสมการได้ถูกต้อง แก้สมการได้แต่ยังไม่สำเร็จแต่สามารถตอบได้ถูกต้อง และในส่วนที่ได้ 3 คะแนน เพราะเขียนสมการได้ถูกต้อง แก้สมการได้ถูกต้องจนสำเร็จ ให้เหตุผลได้และตอบได้ถูกต้อง

4) เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ : ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่ แสดงได้ดังตารางที่ 3.10 ต่อไปนี้

ตารางที่ 3.10 เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
ในขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ: ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่

เกณฑ์การให้คะแนนสำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ		
รายการประเมิน	เกณฑ์การพิจารณา	คะแนน
- ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่	- แสดงการตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์ตามเงื่อนไข	3
	- แสดงการตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่อธิบายถึงเงื่อนไขที่สอดคล้องให้ชัดเจน	2
	- มีร่องรอยการตรวจสอบคำตอบ แต่ไม่อธิบายถึงเงื่อนไขที่สอดคล้องให้ชัดเจน	1
	- ไม่มีร่องรอยการเขียน หรือใช้ตัวเลขที่ไม่เกี่ยวข้องในโจทย์ปัญหา หรือไม่มีความถูกต้อง	0

จากหลักเกณฑ์การให้คะแนนดังกล่าว สามารถแสดงตัวอย่างการตรวจให้คะแนน ดังรูปภาพที่ 3.4 ต่อไปนี้

<p>1. จำนวนสองจำนวนต่างกันอยู่ 3 ถ้าผลต่างของกำลังสองของสองจำนวนนั้นเท่ากับ 111 จงหาจำนวนทั้งสองจำนวนนั้น</p>
<p>1.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p style="text-align: center;"></p>
<p>1.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....</p> <p>ตรวจสอบคำตอบ <math>(17)^2 - (17-3)^2 = 111</math></p> <p style="text-align: center;"><math>111 = 111</math> เป็นจริง</p> <p style="text-align: center;"></p>
<p>1.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....</p> <p>จากสมการ <math>(x+3)^2 - x^2 = 111</math></p> <p><math>(17+3)^2 - 17^2 = 111</math></p> <p><math>200 - 289 = 111</math></p> <p><math>111 = 111</math></p> <p style="text-align: center;"></p>
<p>1.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....</p> <p>จากสมการ <math>(x+3)^2 - x^2 = 111</math></p> <p>แทน 17 ลงในสมการ จะได้ <math>(17+3)^2 - 17^2 = 111</math></p> <p><math>17^2 + 2(17)(3) + 3^2 - 17^2 = 111</math></p> <p><math>289 + 102 + 9 - 289 = 111</math></p> <p><math>111 = 111</math></p> <p style="text-align: center;"></p>

ภาพที่ 3.4 ตัวอย่างการให้คะแนน สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์  
 ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ: ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่ ที่มีคะแนนเป็น 0,  
 1, 2 และ 3 คะแนน ตามลำดับ (หลังเรียน ข้อที่ 1)

จากภาพที่ 3.4 จะเห็นได้ว่า ในส่วนที่ได้ 0 คะแนน เพราะไม่มีร่องรอยการเขียน  
 ในส่วนที่ได้ 1 คะแนน เพราะไม่อ้างถึงสมการแต่มีการตรวจคำตอบ แต่ไม่อธิบายให้เข้าใจ ในส่วนที่ได้

2 คะแนน เพราะอ้างถึงสมการตรวจคำตอบถูกต้อง แทนค่าตัวแปรได้ แต่ไม่อธิบายให้ชัดเจน และในส่วนที่ได้ 3 คะแนน เพราะอ้างถึงสมการ แทนค่าตัวแปรได้ถูกต้อง อธิบายได้ชัดเจน

3.3.2.3 แบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นแบบมาตรวัดของลิเคิร์ต (Likert Scale) แบบ 5 ระดับ โดย ระดับ 1 หมายถึง พึงพอใจน้อยที่สุด ระดับ 2 หมายถึง พึงพอใจน้อย ระดับ 3 หมายถึง พึงพอใจปานกลาง ระดับ 4 หมายถึง พึงพอใจมาก และระดับ 5 หมายถึง พึงพอใจมากที่สุด (ศิริชัย พงษ์วิชัย, 2551) ซึ่งแบบวัดประกอบด้วยข้อมูลด้านเนื้อหาจำนวน 3 ข้อ ข้อมูลด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จำนวน 7 ข้อ รวมทั้งสิ้น 10 ข้อ ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างแบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ดังต่อไปนี้

(1) ศึกษาเอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบวัดความพึงพอใจ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

(2) กำหนดขอบเขตของการวัดความพึงพอใจออกเป็น 2 ส่วน คือ ด้านเนื้อหา และด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

(3) สร้างแบบวัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มีลักษณะเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating scale) 5 ระดับ ดังนี้

ระดับ 5 หมายถึง มากที่สุด

ระดับ 4 หมายถึง มาก

ระดับ 3 หมายถึง ปานกลาง

ระดับ 2 หมายถึง น้อย

ระดับ 1 หมายถึง น้อยที่สุด

(4) นำแบบวัดความพึงพอใจที่สร้างเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสม และสอดคล้องกับจุดประสงค์ของการประเมินผล แล้วนำข้อเสนอแนะจากอาจารย์ที่ปรึกษามาปรับปรุงแก้ไข เพื่อสร้างแบบวัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาโพลยาฉบับสมบูรณ์ และนำไปใช้กับนักเรียนกลุ่มทดลอง

แบบวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 3.11

**ตารางที่ 3.11 แบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา**

**คำชี้แจง:** ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้ แล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่างให้ตรงกับระดับความพึงพอใจของนักเรียนโดยมีหลักเกณฑ์ในการพิจารณา ดังนี้

- ระดับ 5 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจต่อข้อความนั้นในระดับมากที่สุด  
 ระดับ 4 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจต่อข้อความนั้นในระดับมาก  
 ระดับ 3 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจต่อข้อความนั้นในระดับปานกลาง  
 ระดับ 2 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจต่อข้อความนั้นในระดับน้อย  
 ระดับ 1 หมายถึง นักเรียนมีความพึงพอใจต่อข้อความนั้นในระดับน้อยที่สุด

ข้อที่	รายการ	ระดับความพึงพอใจ				
		5	4	3	2	1
<b>ด้านเนื้อหา</b>						
1	นักเรียนมีความสนใจเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น					
2	นักเรียนคิดว่าโจทย์ปัญหาที่เรียนมีความเหมาะสมเพียงใด					
3	ความรู้ที่ได้รับสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้					
<b>ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้</b>						
4	นักเรียนชอบกิจกรรมการเรียนการสอน					
5	กิจกรรมการเรียนการสอนสนุกและน่าสนใจ					
6	กิจกรรมการเรียนการสอนส่งเสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม					
7	กิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับเนื้อหา					
8	กิจกรรมการเรียนเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักสืบเสาะแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง					

ตารางที่ 3.11 แบบสอบถามวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ  
ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (ต่อ)

ข้อที่	รายการ	ระดับความพึงพอใจ				
		5	4	3	2	1
9	กิจกรรมการเรียนรู้ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจ ในเนื้อหามากขึ้น					
10	ใบงาน/ใบกิจกรรม มีความเหมาะสม น่าสนใจ					

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

### 3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

#### 3.4.1 การเก็บรวบรวมข้อมูลก่อนเรียน

ก่อนดำเนินการทดลอง ผู้วิจัยได้เก็บรวบรวมคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดทักษะการ  
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ก่อนเรียน เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน  
5 ข้อ ได้คะแนนเฉลี่ยของทั้งสองกลุ่ม ดังตารางที่ 3.12

ตารางที่ 3.12 คะแนนสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและ  
กลุ่มควบคุม (ก่อนเรียน)

คนที่	กลุ่มทดลอง							กลุ่มควบคุม						
	ชื่อ สมมติ	คะแนนสอบก่อนเรียน (คะแนน)						ชื่อ สมมติ	คะแนนสอบก่อนเรียน (คะแนน)					
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	รวม 60		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	รวม 60
1	K1	1	2	2	1	2	8	O1	2	2	2	3	1	10
2	K2	2	2	2	3	3	12	O2	3	4	3	2	1	13
3	K3	3	1	1	1	2	8	O3	1	2	2	2	2	9
4	K4	3	2	2	0	0	7	O4	3	1	1	0	0	5
5	K5	2	2	2	1	4	11	O5	2	2	1	1	1	7
6	K6	2	2	2	0	0	6	O6	1	1	2	1	1	6

ตารางที่ 3.12 คะแนนสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและ  
กลุ่มควบคุม (ก่อนเรียน) (ต่อ)

คนที่	กลุ่มทดลอง							กลุ่มควบคุม							
	ชื่อ สมมติ	คะแนนสอบก่อนเรียน (คะแนน)						ชื่อ สมมติ	คะแนนสอบก่อนเรียน (คะแนน)						
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	รวม 60		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	รวม 60	
7	K7	2	2	2	3	4	13	O7	2	3	1	1	1	8	
8	K8	4	2	1	1	4	12	O8	2	2	2	3	3	12	
9	K9	2	2	2	3	2	11	O9	2	2	2	3	3	12	
10	K10	2	2	2	3	3	12	O10	2	2	2	3	3	12	
11	K11	2	2	2	3	3	12	O11	2	2	2	3	3	12	
12	K12	2	2	2	3	3	12	O12	1	3	3	3	3	13	
13	K13	2	2	2	3	3	12	O13	2	2	2	3	3	12	
14	K14	3	2	2	3	1	11	O14	2	2	2	3	3	12	
15	K15	2	0	0	0	0	2	O15	2	2	2	1	2	9	
16	K16	3	1	1	1	2	8	O16	2	2	2	1	2	9	
17	K17	4	2	2	3	3	14	O17	2	1	1	2	0	6	
18	K18	2	2	1	1	2	8	O18	2	2	2	2	2	10	
19	K19	2	2	1	0	0	5	O19	3	2	2	3	3	13	
20	K20	2	2	2	3	3	12	O20	2	1	1	3	0	7	
21	K21	2	2	2	3	3	12	O21	1	0	2	1	3	7	
22	K22	1	2	2	3	3	11	O22	2	3	3	3	3	14	
23	K23	2	2	2	3	4	13	O23	2	2	2	3	3	12	
24	K24	2	2	2	3	3	12	O24	2	1	1	0	0	4	
25	K25	2	2	1	2	2	9	O25	2	2	2	3	3	12	
26	K26	3	1	1	1	4	10	O26	2	2	2	3	3	12	
27	K27	1	1	2	3	1	8	O27	2	2	2	1	1	8	

จากตารางที่ 3.12 แสดงคะแนนสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียน  
ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งในการวิจัยนี้ใช้ชื่อสมมติแทนนักเรียน ดังนี้ K1, K2, K3, ..., K27  
แทน นักเรียนกลุ่มทดลอง คนที่ 1, 2, 3, ..., 27 และตัวอักษร O1, O2, O3, ..., O27 แทน นักเรียน  
กลุ่มควบคุม คนที่ 1, 2, 3, ..., 27 แบบทดสอบมีทั้งหมด 5 ข้อ ข้อละ 12 คะแนน รวมเป็น  
60 คะแนน ซึ่งจากคะแนนสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียน

ทั้งสองกลุ่ม พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม มีคะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนใกล้เคียงกัน สามารถสรุปผลคะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ก่อนเรียน) ได้ดังตารางที่ 3.13

**ตารางที่ 3.13 คะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ก่อนเรียน)**

กลุ่ม	จำนวนนักเรียน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
ทดลอง	27	60	10.04	2.83
ควบคุม	27	60	9.85	2.84

### 3.4.2 การเก็บรวบรวมข้อมูลหลังเรียน

ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลจากนักเรียนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 10 ชั่วโมง ซึ่งมีรายละเอียดการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลดังนี้

3.4.2.1 การวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มหลังได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งได้คะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของทั้งสองกลุ่มหลังเรียน สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 3.14

**ตารางที่ 3.14 คะแนนสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (หลังเรียน)**

คนที่	กลุ่มทดลอง							กลุ่มควบคุม						
	ชื่อ สมมติ	คะแนนสอบก่อนเรียน (คะแนน)						ชื่อ สมมติ	คะแนนสอบก่อนเรียน (คะแนน)					
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	รวม 60		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	รวม 60
1	K1	10	2	10	8	4	34	O1	3	8	3	3	3	20
2	K2	11	8	11	3	4	37	O2	3	4	2	4	1	14
3	K3	9	3	9	4	4	29	O3	10	9	4	5	3	31
4	K4	11	3	10	9	4	37	O4	6	7	1	3	3	20
5	K5	11	8	6	3	3	31	O5	6	7	3	3	3	22
6	K6	9	8	8	9	4	38	O6	3	3	4	3	3	16
7	K7	9	2	8	12	2	33	O7	5	10	4	3	3	25



ตารางที่ 3.14 คะแนนสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (หลังเรียน) (ต่อ)

คนที่	กลุ่มทดลอง							กลุ่มควบคุม						
	ชื่อ สมมติ	คะแนนสอบก่อนเรียน (คะแนน)						ชื่อ สมมติ	คะแนนสอบก่อนเรียน (คะแนน)					
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	รวม 60		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	รวม 60
8	K8	11	10	12	5	4	42	O8	5	7	4	4	3	23
9	K9	10	2	9	10	4	35	O9	5	6	4	3	4	22
10	K10	11	8	8	7	7	41	O10	4	7	2	3	3	19
11	K11	6	8	4	4	9	31	O11	7	8	4	3	3	25
12	K12	3	9	8	10	4	34	O12	8	9	4	3	3	27
13	K13	3	12	5	4	4	28	O13	5	6	3	3	3	20
14	K14	11	3	11	6	4	35	O14	3	7	5	4	4	23
15	K15	9	2	10	2	12	35	O15	5	6	5	4	3	23
16	K16	10	8	5	4	6	33	O16	4	7	3	2	3	19
17	K17	10	2	8	9	10	39	O17	4	6	5	4	4	23
18	K18	12	8	4	7	3	34	O18	4	8	4	4	4	24
19	K19	9	11	12	4	3	39	O19	7	9	4	3	3	26
20	K20	11	11	12	12	3	49	O20	4	4	2	3	4	17
21	K21	6	3	11	8	9	37	O21	2	5	3	3	3	16
22	K22	11	11	11	4	3	40	O22	4	6	6	4	4	24
23	K23	8	12	9	4	4	37	O23	3	6	5	3	3	20
24	K24	11	7	2	4	9	33	O24	3	5	3	3	3	17
25	K25	3	8	8	10	10	39	O25	5	5	4	4	3	21
22	K22	11	11	11	4	3	40	O22	4	6	6	4	4	24
23	K23	8	12	9	4	4	37	O23	3	6	5	3	3	20
24	K24	11	7	2	4	9	33	O24	3	5	3	3	3	17
25	K25	3	8	8	10	10	39	O25	5	5	4	4	3	21
26	K26	3	9	4	12	3	31	O26	6	5	4	4	3	22
27	K27	11	5	11	10	11	48	O27	3	7	6	3	5	24

จากตารางที่ 3.14 แสดงคะแนนสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ซึ่งในการวิจัยนี้ใช้ชื่อสมมติแทนนักเรียน ดังนี้ K1, K2, K3, ..., K27 แทน นักเรียนกลุ่มทดลอง คนที่ 1, 2, 3, ..., 27 และตัวอักษร O1, O2, O3, ..., O27 แทน

นักเรียนกลุ่มควบคุม คนที่ 1, 2, 3, ..., 27 แบบทดสอบมีทั้งหมด 5 ข้อ ข้อละ 12 คะแนน รวมเป็น 60 คะแนน ซึ่งจากคะแนนสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เพิ่มขึ้นกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม สามารถสรุปผลคะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (หลังเรียน) ได้ดังตารางที่ 3.15

ตารางที่ 3.15 คะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (หลังเรียน)

กลุ่ม	จำนวนนักเรียน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
ทดลอง	27	60	36.26	5.01
ควบคุม	27	60	21.59	3.79

3.4.2.2 การวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา โดยใช้แบบวัดความพึงพอใจที่มีรายการคำถามจำนวน 10 ข้อ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ทำการวัดความพึงพอใจของนักเรียนกลุ่มทดลอง แล้วนำผลที่ได้ไปทำการวิเคราะห์ต่อไป คะแนนที่ได้จากการวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 3.16

ตารางที่ 3.16 คะแนนจากการวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

คนที่	ชื่อ สมมติ	คะแนนข้อที่									
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7	ข้อ 8	ข้อ 9	ข้อ 10
1	K1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
2	K2	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
3	K3	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5
4	K4	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5
5	K5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5
6	K6	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5
7	K7	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
8	K8	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
9	K9	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5

ตารางที่ 3.16 คะแนนจากการวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ  
ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (ต่อ)

คนที่	ชื่อ สมมติ	คะแนนข้อที่									
		ข้อ 1	ข้อ 2	ข้อ 3	ข้อ 4	ข้อ 5	ข้อ 6	ข้อ 7	ข้อ 8	ข้อ 9	ข้อ 10
10	K10	4	4	4	5	5	5	5	5	5	5
11	K11	4	4	4	5	5	5	5	4	5	5
12	K12	4	4	4	5	4	5	5	4	4	5
13	K13	4	4	4	4	4	5	5	4	4	5
14	K14	4	4	4	4	4	5	4	4	4	4
15	K15	4	4	4	4	4	5	4	4	4	4
16	K16	4	4	4	4	4	5	4	4	4	4
17	K17	4	4	4	4	4	5	4	4	4	4
18	K18	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
19	K19	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
20	K20	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
21	K21	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
22	K22	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
23	K23	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4
24	K24	3	3	3	4	3	4	4	4	3	4
25	K25	3	3	3	4	3	4	4	4	3	4
26	K26	3	3	3	4	3	3	4	4	3	3
27	K27	3	3	3	3	3	3	4	3	3	3

จากตารางที่ 3.16 แสดงคะแนนแบบวัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ของกลุ่มทดลอง ซึ่งในการวิจัยนี้ใช้ชื่อสมมติแทนนักเรียน ดังนี้ K1, K2, K3, ..., K27 แทน นักเรียนกลุ่มทดลอง คนที่ 1, 2, 3, ..., 27 ซึ่งจากคะแนนแบบวัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ของกลุ่มทดลอง พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความพึงพอใจอยู่ในระดับ 3-4 และสามารถสรุปผลคะแนนเฉลี่ยจากการวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาแต่ละข้อ ได้ดังตารางที่ 3.17

ตารางที่ 3.17 คะแนนเฉลี่ยจากการวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

รายการ	ค่าเฉลี่ย
<b>ด้านเนื้อหา</b>	
1. นักเรียนมีความสนใจเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น	4.04
2. นักเรียนคิดว่าโจทย์ปัญหาที่เรียนมีความเหมาะสมเพียงใด	3.89
3. ความรู้ที่ได้รับสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้	3.89
<b>ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้</b>	
4. นักเรียนชอบกิจกรรมการเรียนการสอน	4.41
5. กิจกรรมการเรียนการสอนสนุกและน่าสนใจ	4.26
6. กิจกรรมการเรียนการสอนส่งเสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม	4.56
7. กิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับเนื้อหา	4.48
8. กิจกรรมการเรียนเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักสืบเสาะแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง	4.33
9. กิจกรรมการเรียนรู้ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหามากขึ้น	4.26
10. ใบงาน/ใบกิจกรรม มีความเหมาะสม น่าสนใจ	4.41
<b>เฉลี่ยรวม</b>	4.25

### 3.5 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

#### 3.5.1 ค่าเฉลี่ยคณิต (mean: $\bar{X}$ ) (บุญชม ศรีสะอาด, 2545) โดยใช้สูตรดังนี้

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} \quad (3.1)$$

เมื่อ  $\bar{X}$  แทน ค่าเฉลี่ยเลขคณิต  
 $\sum X$  แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด  
 $n$  แทน จำนวนคะแนน หรือข้อมูลทั้งหมด

3.5.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation: SD) (บุญชม ศรีสะอาด, 2545) โดยใช้สูตรดังนี้

$$SD = \sqrt{\frac{n\sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)}} \quad (3.2)$$

เมื่อ	SD	แทน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
	x	แทน	คะแนนแต่ละตัว
	$\sum x$	แทน	ผลรวมของคะแนนทั้งหมด
	n	แทน	จำนวนคะแนน หรือข้อมูลทั้งหมด

3.5.3 การทดสอบทีแบบอิสระ (t-independent sample test) (บุญชม ศรีสะอาด, 2545) เมื่อข้อมูลสองชุดได้มาจากกลุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระต่อกัน

$$\text{สูตรที่ใช้ในการคำนวณ } t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left[ \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right]}} \quad (3.3)$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้เปรียบเทียบค่าวิกฤตจากตารางการแจกแจงปกติ เพื่อทราบความมีนัยสำคัญ
	$\bar{X}_1, \bar{X}_2$	แทน	ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่ 1, 2 ตามลำดับ
	$s_1^2, s_2^2$	แทน	ความแปรปรวนของกลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่ 1, 2 ตามลำดับ
	$n_1, n_2$	แทน	ขนาดของกลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่ 1, 2 ตามลำดับ

เมื่อทราบค่า t ที่ได้จากการคำนวณจากสูตร แล้วจะนำไปหาค่า p โดยการเปิดตารางการแจกแจง t ซึ่งในการเปิดตารางการแจกแจง t จะต้องใช้ค่า df (ชั้นแห่งความเป็นอิสระ (degree of freedom)) ซึ่ง  $df = n_1 + n_2 - 2$  และค่า t ที่ได้จากการคำนวณ โดยการเทียบค่า t ในตาราง เพื่อหาค่า p

จากนั้นนำค่า p มาเปรียบเทียบกับระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  ถ้าค่า p ที่ได้มีค่ามากกว่าค่าระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  แสดงว่านักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน แต่ถ้าค่า p ที่ได้มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่า

ระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  แสดงว่านักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแตกต่างกัน

**3.5.4 การทดสอบทีแบบไม่อิสระ (t-dependent sample test)** (บุญชม ศรีสะอาด, 2545) เมื่อข้อมูล 2 ชุดได้มาจากกลุ่มตัวอย่างเดียวกัน หรือมาจากกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มที่มีความสัมพันธ์กัน

$$\text{สูตรที่ใช้ในการคำนวณ } t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{n \sum D^2 - (\sum D)^2}{n-1}}} \quad (3.4)$$

เมื่อ	t	แทน	ค่าสถิติที่ใช้เปรียบเทียบค่าวิฤตจากตารางการแจกแจงปกติเพื่อทราบความมีนัยสำคัญ
	D	แทน	ผลต่างของคะแนนแต่ละคู่
	$\sum D$	แทน	ผลรวมของผลต่างของคะแนนแต่ละคู่
	$\sum D^2$	แทน	ผลรวมของ D แต่ละตัวยกกำลังสอง
	$(\sum D)^2$	แทน	ผลรวมของ D ทั้งหมดยกกำลังสอง
	n	แทน	จำนวนคู่ของตัวอย่าง

เมื่อทราบค่า t ที่ได้จากการคำนวณจากสูตร แล้วจะนำไปหาค่า p โดยการเปิดตารางการแจกแจง t ซึ่งในการเปิดตารางการแจกแจง t จะต้องใช้ค่า df (ชั้นแห่งความเป็นอิสระ (degree of freedom)) ซึ่ง  $df = n - 1$  และค่า t ที่ได้จากการคำนวณ โดยการเทียบค่า t ในตาราง เพื่อหาค่า p จากนั้นนำค่า p มาเปรียบเทียบกับระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  ถ้าค่า p ที่ได้มีค่ามากกว่าค่าระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  แสดงนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน แต่ถ้าค่า p ที่ได้มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  แสดงว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มีวัตถุประสงค์เพื่อ

(1) ศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาก่อนเรียนและหลังเรียน

(2) เปรียบเทียบผลการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยากับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

(3) ศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

ดังนั้นผู้วิจัยจึงแบ่งการนำเสนอผลการวิจัย ดังนี้

4.1 ผลการเปรียบเทียบการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

4.2 ผลการเปรียบเทียบการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

4.3 ผลการวัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

โดยมีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

**4.1 ผลการเปรียบเทียบการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม**

**4.1.1 ผลการเปรียบเทียบการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม**

การวิจัยครั้งนี้ต้องการเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ระหว่างการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา และการจัดการเรียนรู้แบบปกติ ดังนั้นก่อนการจัดการเรียนรู้จึงจำเป็นต้องเลือกกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่แตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงได้ทำการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม โดยใช้แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน แล้วนำ

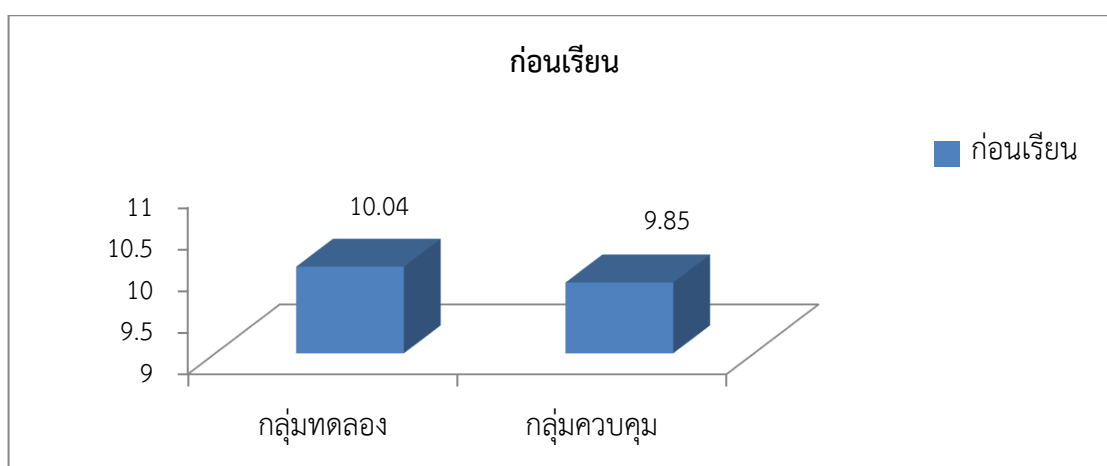
คะแนนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม ที่ได้จากรายที่ 3.13 มาทำการทดสอบโดยใช้การทดสอบทีแบบอิสระ (t-independent sample test) ซึ่งสามารถแสดงผลได้ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ผลการเปรียบเทียบการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่ม	จำนวนนักเรียน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	<i>t</i>	<i>p</i>
ทดลอง	27	60	10.04	2.83	0.24	0.406
ควบคุม	27	60	9.85	2.84		

จากตารางที่ 4.1 พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียน เท่ากับ 10.04 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.83 และนักเรียนกลุ่มควบคุมมีคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียน เท่ากับ 9.85 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.84 เมื่อทำการทดสอบค่าเฉลี่ยโดยใช้การทดสอบทีแบบอิสระ (t-independent sample test) พบว่า ผลการวิเคราะห์ค่าสถิติ  $t = 0.24$  และมีค่า  $p = 0.406$  ซึ่งมากกว่า  $\alpha = .05$  แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน

จากข้อมูลในตารางที่ 4.1 สามารถนำมาเขียนแสดงเป็นแผนภูมิแท่ง ได้ดังนี้



ภาพที่ 4.1 คะแนนเฉลี่ยทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม



นอกจากข้อมูลทางสถิติที่แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน ยังพบว่า จากการตรวจกระดาษคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม ในแต่ละข้อนักเรียนทั้งสองกลุ่มสามารถแก้ปัญหาได้คล้ายคลึงกัน และส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาได้เฉพาะในขั้นทำความเข้าใจปัญหา ในที่นี้ผู้วิจัยจะขอยกตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง K8 และนักเรียนกลุ่มควบคุม O16 ที่ได้แสดงการแก้ปัญหาในแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ข้อที่ 3 ได้ดังภาพที่ 4.2 และภาพที่ 4.3 ต่อไปนี้

ตัวอย่างกระดาษคำตอบก่อนเรียน ข้อที่ 3 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง K8 สามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.2 ดังนี้

3. พรหมสี่เหลี่ยมจัตุรัสผืนหนึ่ง เมื่อเอาผ้ากว้าง 1 ฟุต เย็บเป็นขอบทั้ง 4 ด้าน จะมีพื้นที่เพิ่มขึ้นเป็น 36 ตารางฟุต เดิมพรหมผืนนี้กว้างด้านละกี่ฟุต	6.06
3.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....	36
3.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....	35
3.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร.....	6
	5 x 3
	46 06
	25
	24
3.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....	
3.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....	

ภาพที่ 4.2 ตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียน K8 สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของกลุ่มทดลอง ข้อที่ 3

จากภาพที่ 4.2 พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลอง K8 สามารถตอบได้เพียงว่าโจทย์ต้องให้หา “พรมผืนนี้กว้างด้านละกี่ฟุต” แต่ไม่บอกว่าพรมมีลักษณะอย่างไร ซึ่งคำตอบคือ “พรมรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสผืนนี้กว้างด้านละกี่ฟุต” นอกจากนี้ยังบอกข้อมูลที่กำหนดให้ได้น้อยมาก ซึ่งบอกเพียงว่า “พื้นที่เพิ่มขึ้น 36 ตร.ฟุต” และมีร่องรอยการวาดรูปประกอบแต่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งไม่สอดคล้องกับโจทย์ ทำให้ได้คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา 1 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) ในขั้นวางแผนแก้ปัญหา มีร่องรอยการวาดรูปประกอบ แต่ไม่เขียนอธิบายใด ๆ มีเพียงการทดเลขเท่านั้น ทำให้ได้ 0 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) ในส่วนของขั้นตอนการแก้ปัญหา ไม่มีร่องรอยการเขียน ทำให้ได้ 0 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) และในส่วนของขั้นตอนตรวจสอบคำตอบ ไม่มีร่องรอยการเขียน ทำให้ได้ 0 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) จึงได้คะแนนทั้งหมด 1 คะแนน

ตัวอย่างกระดาษคำตอบก่อนเรียน ข้อที่ 3 ของนักเรียนกลุ่มควบคุม O16 สามารถแสดงได้ดังภาพที่ 4.3 ดังนี้

3. พรมสี่เหลี่ยมจัตุรัสผืนหนึ่ง เมื่อเอาผ้ากว้าง 1 ฟุต เย็บเป็นขอบทั้ง 4 ด้าน จะมีพื้นที่เพิ่มขึ้นเป็น 36 ตารางฟุต  
เดิมพรมผืนนี้กว้างด้านละกี่ฟุต

3.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร..... เดิมพรมผืนนี้กว้างด้านละกี่ฟุต..... 2

3.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง..... กว้าง 1 ฟุต..... ใช้พื้นที่เพิ่ม 36 ตร.ฟุต..... 36 ตารางฟุต

3.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร.....

3.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....

3.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....

ภาพที่ 4.3 ตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียน O16 สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของกลุ่มควบคุม ข้อที่ 3

จากภาพที่ 4.3 พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลอง O16 สามารถตอบได้เพียงว่าโจทย์ต้องให้หา “พรมผืนนี้กว้างด้านละกี่ฟุต” แต่ไม่บอกว่าพรมมีลักษณะอย่างไร ซึ่งคำตอบคือ “พรมรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสผืนนี้กว้างด้านละกี่ฟุต” และบอกข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ได้ แต่ไม่บอกว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เป็นข้อมูลที่เกี่ยวกับพรมรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ทำให้ได้คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) ในขั้นวางแผนแก้ปัญหาไม่มีร่องรอยการเขียน ทำให้ได้ 0 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) ในส่วนของขั้นตอนการแก้ปัญหา ไม่มีร่องรอยการเขียน ทำให้ได้ 0 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) และในส่วนของขั้นตรวจสอบคำตอบ ไม่มีร่องรอยการเขียน ทำให้ได้ 0 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) จึงได้คะแนนทั้งหมด 2 คะแนน

จากการตรวจกระดาษคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม พบว่า ในการแก้ปัญหาจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม ในภาพรวมนักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้เฉพาะในขั้นทำความเข้าใจปัญหา แต่ไม่สามารถแก้ปัญหาในขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นตอนการแก้ปัญหา และขั้นตรวจสอบคำตอบ ได้เช่นเดียวกัน ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนทั้งสองกลุ่มมีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่แตกต่างกัน

#### 4.1.2 ผลการเปรียบเทียบการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

ผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาและการจัดการเรียนรู้แบบปกติ โดยใช้แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน แล้วนำมาคะแนนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสองกลุ่ม ที่ได้จากตารางที่ 3.15 มาทำการทดสอบโดยใช้การทดสอบที่แบบอิสระ (t-independent sample test) ซึ่งผลการทดสอบสามารถแสดงได้ดังตารางที่ 4.2

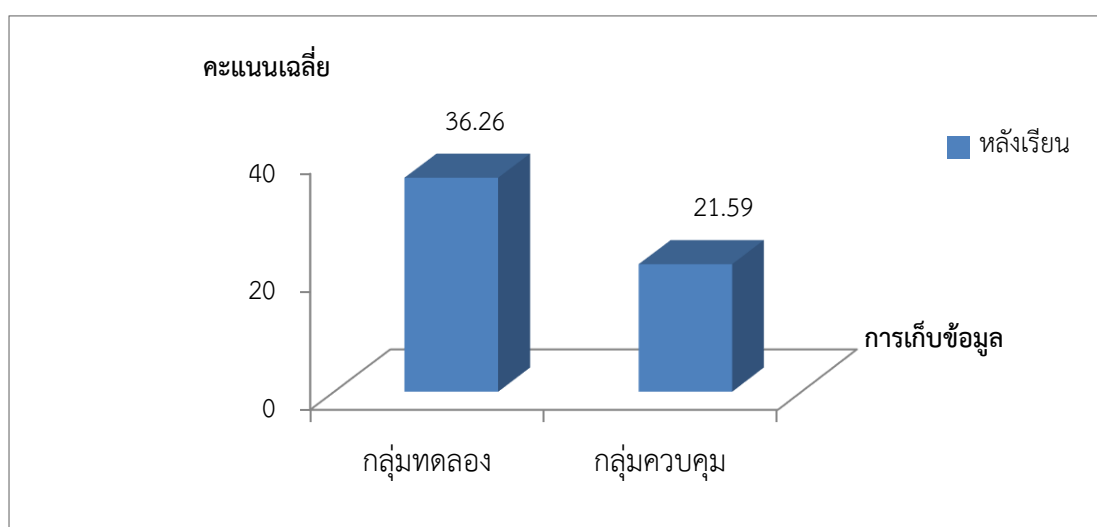
ตารางที่ 4.2 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่ม	จำนวนนักเรียน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	t	p
ทดลอง	27	60	36.26	5.01	12.134	0.000*
ควบคุม	27	60	21.59	3.79		

หมายเหตุ: \*นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 4.2 พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียน เท่ากับ 36.26 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 5.01 และกลุ่มควบคุมมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียน เท่ากับ 21.59 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 3.79 เมื่อทำการทดสอบค่าเฉลี่ยโดยใช้การทดสอบทีแบบอิสระ (t-independent sample test) พบว่า ผลการวิเคราะห์ค่าสถิติ  $t = 12.134$  และมีค่า  $p = .000$  ซึ่งน้อยกว่า  $\alpha = .05$  แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .05

จากข้อมูลในตารางที่ 4.4 สามารถนำมาเขียนแสดงเป็นแผนภูมิแท่ง ได้ดังนี้



ภาพที่ 4.4 คะแนนเฉลี่ยทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

นอกจากข้อมูลทางสถิติที่แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมแล้วนั้น จากการตรวจกระดาษคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุม พบว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละข้อ นักเรียนกลุ่มทดลองสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม ซึ่งสามารถแสดงตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียน โดยเปรียบเทียบหลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ในที่นี้ผู้วิจัยจะขอยกตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง K8 และนักเรียนกลุ่มควบคุม O16 ซึ่งเป็นนักเรียนที่ได้แสดงการแก้ปัญหาในแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ข้อที่ 3 ในภาพที่ 4.2 และภาพที่ 4.3 ที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น ในส่วนของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน จะขอยกตัวอย่างแบบทดสอบ ข้อที่ 2 ซึ่งเป็นแบบทดสอบคู่ขนานกับแบบทดสอบก่อนเรียนข้อที่ 3 ดังภาพที่ 4.5 และภาพที่ 4.6 ต่อไปนี้

ตัวอย่างกระดาษคำตอบหลังเรียน ข้อที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มทดลอง K8 สามารถแสดงตัวอย่างได้ดังภาพที่ 4.5 ดังนี้

2. ผ้าห่มรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสผืนหนึ่ง เมื่อเอาผ้ากว้าง 1 ฟุต เย็บเป็นขอบทั้ง 4 ด้าน จะมีพื้นที่เพิ่มขึ้นเป็น 49 ตารางฟุต เดิมผ้าห่มผืนนี้กว้างด้านละกี่ฟุต

2.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร... ผ้าห่มผืนเดิมนี้กว้างกี่ฟุต ②

2.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง... ผ้าห่มรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสผืนหนึ่ง เมื่อเอาผ้ากว้าง 1 ฟุต เย็บเพิ่มขอบทั้ง 4 ด้าน จะมีพื้นที่เพิ่มขึ้นเป็น 49 ตารางฟุต

2.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร...  
 โจทย์ต้องการหาความกว้างผ้าห่มผืนเดิม  
 9 ที่  $x$  คือ ความกว้างของผ้า จากสูตรพื้นที่ของสี่เหลี่ยม ผ.ท.เดิม  
 $x \times 49$   
 $x \times x$  ซึ่ง เกณฑ์ เมื่อเย็บเพิ่มขอบทั้ง 4 ด้าน จะมีความกว้าง  
 เพิ่มขึ้น  $x + 2$  และ ยาวจากสูตรการหา ผ.ท. จะใช้ความ  
 กว้าง  $(x + 2)(x + 2) = 49$  ③

ผ้ากว้าง 1 ฟุต จะไปเป็น  $x + 2$  เพราะเพิ่มด้านละ 1 ฟุต ก็จะกลายเป็น  $x + 2$

2.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด  
 วิธีแก้  $(x + 2)(x + 2) = 49$   
 $x^2 + 4x + 4 - 49 = 0$   
 $x^2 + 4x + 4 - 49 = 0$   
 $(x - 9)(x - 5) = 0$   
 $x + 9 = 0 \quad | \quad x - 5 = 0$   
 $x = -9 \quad | \quad x = 5$   
 หมายเหตุ: เนื่องจากความกว้างไม่ติดลบ ดังนั้น  
 ความกว้าง จึงเป็น 5 ฟุต

$\therefore$  ... ความกว้างผ้าห่มผืนเดิมกว้าง 5 ฟุต

2.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่  
 จากสูตร  $(x + 2)(x + 2) = 49$   
 แทน  $x = 5$  ในสูตรจะได้  
 $(5 + 2)(5 + 2) = 49$   
 $49 = 49 \quad \#$  ④

ภาพที่ 4.5 ตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียน K8 สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลอง ข้อที่ 2

จากภาพที่ 4.5 พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลอง K8 สามารถแก้ปัญหาได้ในทุกขั้นตอน แต่ในขั้นทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนสามารถตอบได้เพียงว่าโจทย์ต้องการให้หา “ผ้าห่มผืนเดิมนี้กว้างกี่ฟุต”



แต่ไม่บอกว่าผ้าห่มผืนเดิมมีลักษณะอย่างไร และบอกข้อมูลที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนตามที่โจทย์กำหนด ทำให้ได้คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) จากนั้นนักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง มีการวาดรูปประกอบ สามารถบอกสูตรการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้ ใช้เงื่อนไขที่กำหนดให้และเขียนสมการได้ถูกต้อง ทำให้ได้ 3 คะแนนเต็ม จากนั้นนักเรียนอ้างอิงถึงสมการและสามารถแก้สมการได้ถูกต้อง ให้เหตุผลได้ถูกต้องและสรุปคำตอบที่สอดคล้องกับโจทย์ได้ ทำให้ได้ 3 คะแนนเต็ม และมีการตรวจสอบคำตอบที่มีความสอดคล้องกับโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง ทำให้ได้ 3 คะแนนเต็ม รวมทั้งหมดได้ 11 คะแนน

ตัวอย่างกระดาษคำตอบหลังเรียน ข้อที่ 2 ของนักเรียนกลุ่มควบคุม O16 สามารถแสดงตัวอย่างได้ดังภาพที่ 4.6 ดังนี้

2. ผ้าห่มรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสผืนหนึ่ง เมื่อเอาผ้ากว้าง 1 ฟุต เย็บเป็นขอบทั้ง 4 ด้าน จะมีพื้นที่เพิ่มขึ้นเป็น 49 ตารางฟุต เดิมผ้าห่มผืนนี้กว้างด้านละกี่ฟุต

2.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร..... เดิมผ้าห่มกว้างด้านละกี่ฟุต

2.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง..... เดิมผ้าห่มกว้างด้านละกี่ฟุต เย็บขอบทั้ง 4 ด้าน 1 ฟุต เพิ่มขึ้น 49 ตารางฟุต

2.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร.....

ให้  $x$  แทนเดิมกับโจทย์  
 เมื่อเอาผ้ากว้าง 1 ฟุต เย็บขอบทั้ง 4 ด้าน 1 ฟุต เพิ่มขึ้น 49 ตารางฟุต  
 $x+1$  แทนกว้าง  $x+2$

ดังที่ได้  $5$  ฟุต  $5$  ฟุต = ด้าน  $1$  ด้าน

2.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....

มุม  $O$  จตุรัส = ด้าน  $x$  ด้าน

$$49 = (x+1)(x+2)$$

$$49 = x^2 + 2x + x + 2$$

$$x + x - 47 = 0$$

$$(x+9)(x-5) = 0$$

จากนี้  $x+9=0$   $x = -9$  หรือ  $x-5=0$   $x=5$

ดังนั้น เดิมผ้าห่มกว้างด้านละ  $5$  ฟุต

2.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....

ภาพที่ 4.6 ตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียน O16 สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มควบคุม ข้อที่ 2

จากภาพที่ 4.6 พบว่า นักเรียนกลุ่มควบคุม O16 สามารถตอบได้เพียงว่าโจทย์ต้องการให้หา “เดิมผ้าห่มกว้างด้านละกี่ฟุต” แต่ไม่บอกว่าผ้าห่มผืนเดิมมีลักษณะอย่างไร และบอกข้อมูลที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนตามที่โจทย์กำหนด ทำให้ได้คะแนนในขั้นทำความเข้าใจปัญหา 2 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) จากนั้นนักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ได้ สามารถบอกสูตรการหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้ แต่ไม่แสดงการใช้เงื่อนไขที่กำหนดให้และไม่เขียนสมการ ทำให้ได้ 2 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) จากนั้นนักเรียนอ้างถึงสูตรพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เขียนสมการ แก้สมการผิดบางขั้นตอนและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง ทำให้ได้ 2 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) แต่ไม่มีการตรวจสอบคำตอบ ทำให้ได้ 0 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) รวมทั้งหมดได้ 6 คะแนน

จากการตรวจกระดาษคำตอบของนักเรียนกลุ่มทดลอง K8 และนักเรียนกลุ่มควบคุม O16 พบว่า ในการแก้ปัญหาจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มควบคุม นักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้บางส่วน นำข้อมูลที่กำหนดให้มาใช้แก้ปัญหาไม่ถูกต้อง ทำให้แสดงวิธีการหาคำตอบไม่ได้ และจะเห็นว่านักเรียนจะไม่ตรวจคำตอบ เนื่องจากการจัดการเรียนรู้แบบปกติผู้วิจัยไม่ได้เน้นให้นักเรียนกลุ่มควบคุมตรวจสอบคำตอบของปัญหา และสำหรับการแก้ปัญหาจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลอง นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเกือบทุกขั้นตอน ถึงแม้ว่าในบางขั้นตอนจะขาดการอธิบายหรือให้เหตุผล แต่ได้แสดงให้เห็นว่านักเรียนกลุ่มทดลองสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม แสดงให้เห็นว่านักเรียนกลุ่มทดลองซึ่งได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

#### 4.2 ผลการเปรียบเทียบการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

หลังจากทำการทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนแล้ว ผู้วิจัยได้จัดการเรียนรู้ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาสำหรับกลุ่มทดลอง จากนั้นทำการทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เพื่อศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยการเปรียบเทียบผลการทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของกลุ่มทดลอง ทำการทดสอบโดยใช้การทดสอบที่แบบไม่อิสระ (t-dependent sample test) สามารถแสดงผลได้ดังตารางที่ 4.3

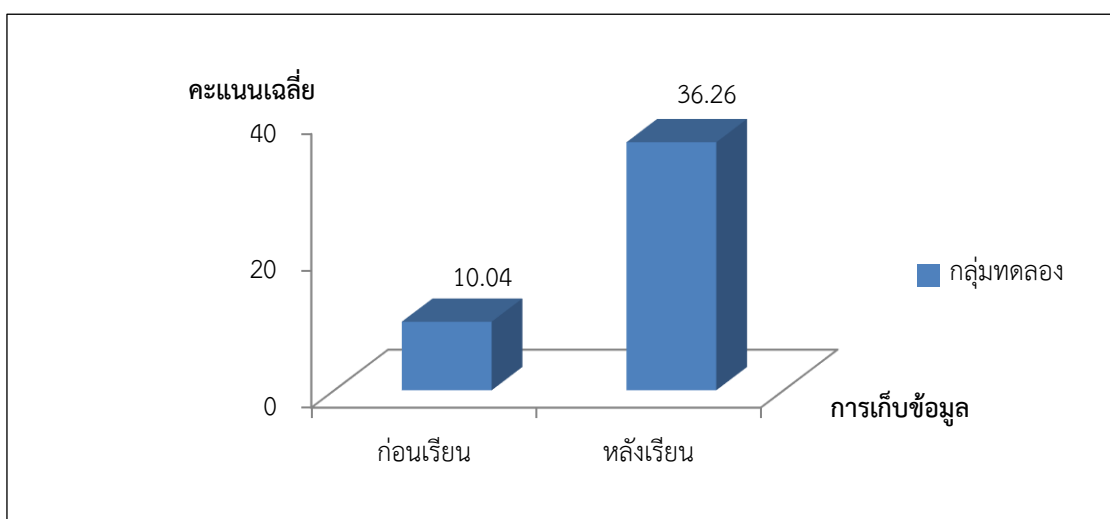
ตารางที่ 4.3 ผลการเปรียบเทียบการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนเรียน และหลังเรียนของกลุ่มทดลอง

การทดสอบ	จำนวนนักเรียน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	<i>t</i>	<i>p</i>
ก่อนเรียน	27	60	10.04	2.83	23.71	0.000*
หลังเรียน	27	60	36.26	5.01		

หมายเหตุ: \*นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากตารางที่ 4.3 พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียน เท่ากับ 10.04 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.83 และมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียน เท่ากับ 36.26 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 5.01 เมื่อทำการทดสอบค่าเฉลี่ยโดยใช้การทดสอบที่แบบไม่อิสระ (t-dependent sample test) พบว่า ผลการวิเคราะห์ค่าสถิติ  $t = 23.71$  และมีค่า  $p = .000$  ซึ่งน้อยกว่า  $\alpha = .05$  แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .05

จากข้อมูลในตารางที่ 4.3 สามารถนำมาเขียนแสดงเป็นแผนภูมิแท่ง ได้ดังนี้



ภาพที่ 4.7 คะแนนเฉลี่ยทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน ของกลุ่มทดลอง

นอกจากข้อมูลทางสถิติที่แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนแล้วนั้น จากการตรวจกระดาษคำตอบ



ของนักเรียน K9 ซึ่งเป็นนักเรียนที่มีระดับผลการเรียนระดับปานกลาง ก่อนเรียนนักเรียน K9 ทำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้ 11 คะแนน จากคะแนนเต็ม 60 คะแนน (คะแนนเฉลี่ยก่อนเรียนของกลุ่มทดลอง เท่ากับ 10.04 คะแนน) แต่เมื่อได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาแล้ว ทำให้นักเรียน K9 ทำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ได้ 35 คะแนน จากคะแนนเต็ม 60 คะแนน (คะแนนเฉลี่ยหลังเรียนของกลุ่มทดลอง เท่ากับ 36.26 คะแนน) แสดงให้เห็นว่า นักเรียน K9 สามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น ซึ่งสามารถแสดงตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียน K9 เปรียบเทียบก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งจะขอยกตัวอย่างกระดาษคำตอบจากการทำแบบทดสอบก่อนเรียน ข้อที่ 1 และกระดาษคำตอบจากการทำแบบทดสอบหลังเรียน ข้อที่ 3 ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบคู่ขนานกัน ดังภาพที่ 4.8 และภาพที่ 4.9 ต่อไปนี้

1. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหนึ่ง เมื่อเพิ่มความยาวของด้าน ด้านละ 4 เซนติเมตร รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหม่และรูปเดิมจะมีพื้นที่รวมกันเท่ากับ 346 ตารางเซนติเมตร จงหาความยาวด้านของรูปเดิม

1.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....ความยาวของรูป สี่เหลี่ยมเดิม. (๑)

1.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....รู้สี่เหลี่ยมจัตุรัส, เมื่อความยาวด้านละ 4 ซม. พื้นที่ รวมกัน เท่ากับ 346 ตารางเซนติเมตร.

1.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหาน้อย่างไร.....  
ตัวสมการ.  $(x+4)^2 + x^2$

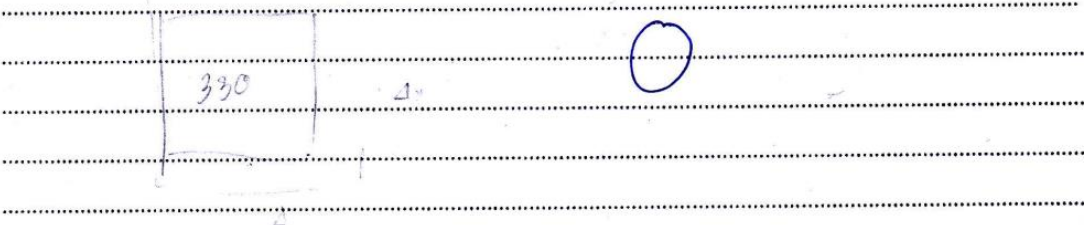
$$x - (x+4)^2 = 346$$

$$16 = 346$$


$$330$$

ภาพที่ 4.8 ตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียน K9 สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ข้อที่ 1

1.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....



1.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....



ภาพที่ 4.8 ตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียน K9 สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ข้อที่ 1 (ต่อ)

จากภาพที่ 4.8 จะเห็นว่า การทำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียน K9 พบว่า นักเรียนสามารถบอกได้เพียงว่าโจทย์ต้องการให้หา “ความยาวของรูปสี่เหลี่ยมเต็ม” แต่ไม่บอกว่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส นอกจากนี้สามารถระบุข้อมูลที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนตามที่โจทย์กำหนด ทำให้ได้ 2 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) จากนั้นไม่สามารถนำข้อมูลที่กำหนดให้มาวางแผนแก้ปัญหาได้สำเร็จ ทำให้ได้ 0 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) ส่วนในขั้นตอนการแก้ปัญหามีร่องรอยการวาดภาพแต่ไม่มีร่องรอยการแก้ปัญหา ทำให้ได้ 0 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) และไม่มีการตรวจคำตอบ ทำให้ได้ 0 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) รวมทั้งหมดได้ 2 คะแนน

3. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่ง เมื่อเพิ่มความยาวของด้าน ด้านละ 5 เซนติเมตร รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหม่และรูปเดิมจะมีพื้นที่รวมกันเท่ากับ 325 ตารางเซนติเมตร จงหาความยาวด้านของรูปเดิม

22๕

3.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร..... ความยาวของรูปเดิม. ①

3.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่ง และ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหม่และรูปเดิม จงหาพื้นที่รวมกันเท่ากับ 325 ตารางเซนติเมตร เพื่อเพิ่มความยาวด้านละ 5 เซนติเมตร.

3.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร.....  
 โจทย์ ต้องการ ความยาวด้านของรูปเดิม  
 9๗ x แทน ความยาวของรูปเดิม.  
 ความยาวด้านเพื่อเพิ่มความยาวด้านละ 5 เซนติเมตร  $9+10 (x+5)$   
 เมื่อ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหม่ และ รูปเดิม มีพื้นที่รวมกันเท่ากับ 325 ตารางเซนติเมตร.  
 ความยาวด้านสมการได้ จากความรู้ด้านที่ □ จตุรัส เท่ากับ  $๓ \times ๓$ .  
 จงได้  $x^2 + (x+5)^2 = 325$ . ③

3.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....  
 จากสมการ  $x^2 + (x+5)^2 = 325$   
 $x^2 + x^2 + 10x + 25 - 325 = 0$   
 $2x^2 + 10x - 300 = 0$   
 $x^2 + 5x - 150 = 0$   
 $(x+10)(x-15) = 0$ ;  $x = 10$  ;  $x = -15$ . ②  
 เนื่องจาก ความยาวด้านเป็นบวก  
 ดังนั้น ความยาวของรูปด้านแต่ละด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหม่ เท่ากับ 10 เซนติเมตร.

3.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....  
 จากสมการ  $(x+10)(x+5) = 325$   
 $10 \times 15 = 325$  ;  $= 325$   
 $15 \times 15 = 325$  ;  $= 325$   
 $(15)(15) = 325 = 325$  ✓ เป็นจริง ④

ภาพที่ 4.9 ตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียน K9 สำหรับแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ข้อที่ 3

จากภาพที่ 4.9 จะเห็นว่า การทำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน K9 พบว่า นักเรียนสามารถบอกได้เพียงว่าโจทย์ต้องการหา “ความยาวของรูปเดิม” แต่ไม่บอกว่า “ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเดิม” นอกจากนี้ยังสามารถระบุข้อมูลที่กำหนดให้ได้ครบถ้วนตามที่โจทย์กำหนด ทำให้ได้ 2 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) จากนั้นสามารถกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ ใช้ข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องและเขียนสมการได้ ทำให้ได้ 3 คะแนนเต็ม จากนั้นได้ดำเนินการแก้สมการจนได้คำตอบแต่ขาดการให้เหตุผลและอธิบายเพิ่มเติม

บางส่วน แต่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้อง ทำให้ได้ 2 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) จากนั้นมีการตรวจสอบคำตอบแต่ไม่อธิบายเหตุผล ทำให้ได้ 2 คะแนน (จากคะแนนเต็ม 3 คะแนน) รวมทั้งหมดได้ 9 คะแนน

จากตัวอย่างกระดาษคำตอบของนักเรียน K9 พบว่า ในการแก้โจทย์ปัญหาจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ข้อที่ 1 นักเรียน K9 สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ในขั้นทำความเข้าใจปัญหา คือสามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา และข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ได้ แต่ไม่สามารถนำข้อมูลและเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้มาแก้ปัญหาในขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา และขั้นตรวจสอบคำตอบได้ และพบว่าจากการทำแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ข้อที่ 3 นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้สำเร็จในทุกขั้นตอน ถึงแม้ว่าในบางขั้นตอนจะอธิบายไม่ชัดเจนและให้เหตุผลไม่ครบก็ตาม ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

#### 4.3 ผลการวัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

หลังจากการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้ทำการวัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาสำหรับกลุ่มทดลอง โดยใช้แบบวัดความพึงพอใจสามารถสรุปผลได้ดังตารางที่ 4.4

#### ตารางที่ 4.4 ผลการวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

รายการ	ค่าเฉลี่ย	แปลผล
<b>ด้านเนื้อหา</b>		
1. นักเรียนมีความสนใจเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น	4.04	มาก
2. นักเรียนคิดว่าโจทย์ปัญหาที่เรียนมีความเหมาะสมเพียงใด	3.89	มาก
3. ความรู้ที่ได้รับสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้	3.89	มาก
<b>ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้</b>		
4. นักเรียนชอบกิจกรรมการเรียนการสอน	4.41	มากที่สุด
5. กิจกรรมการเรียนการสอนสนุกและน่าสนใจ	4.26	มากที่สุด
6. กิจกรรมการเรียนการสอนส่งเสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม	4.56	มากที่สุด

ตารางที่ 4.4 ผลการวัดความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับ  
กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา (ต่อ)

รายการ	ค่าเฉลี่ย	แปลผล
7. กิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับเนื้อหา	4.48	มากที่สุด
8. กิจกรรมการเรียนรู้ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักสืบเสาะแสวงหา ความรู้ด้วยตนเอง	4.33	มากที่สุด
9. กิจกรรมการเรียนรู้ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหามากขึ้น	4.26	มากที่สุด
10. ใบงาน/ใบกิจกรรม มีความเหมาะสม น่าสนใจ	4.41	มากที่สุด
<b>เฉลี่ยรวม</b>	<b>4.25</b>	<b>มากที่สุด</b>

จากตารางที่ 4.4 พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาในภาพรวม อยู่ในระดับมากที่สุด โดยมีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 4.25 ในส่วนที่นักเรียนมีความพึงพอใจมากที่สุดคือ นักเรียนมีความเห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมากที่สุด และในส่วนที่นักเรียนมีความพึงพอใจน้อยที่สุด คือในด้านเนื้อหา ซึ่งนักเรียนคิดว่าโจทย์ปัญหาที่เรียนมีความเหมาะสมเพียงใด และความรู้ที่ได้รับสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ นักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมาก เนื่องจากโจทย์ปัญหาที่นำมาจัดการเรียนการสอนต้องอาศัยความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์แต่ไม่สามารถนำความรู้เหล่านั้นมาดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบได้ แสดงให้เห็นว่ายังมีนักเรียนบางส่วนที่ขาดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และพบว่าการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักสืบเสาะหาความรู้ด้วยตนเอง อยู่ในระดับมากที่สุด

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ทำการสรุปข้อเสนอแนะและความคิดเห็นเพิ่มเติมของนักเรียนกลุ่มทดลองจากแบบวัดความพึงพอใจต่อการเรียนจัดเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

- (1) นักเรียนอยากให้เพิ่มเวลาในการทำกิจกรรม
- (2) นักเรียนบอกว่ากิจกรรมการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับเนื้อหา
- (3) นักเรียนอยากให้เพิ่มใบความรู้ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่ทำกิจกรรมเพื่อจะได้เข้าใจมากขึ้น
- (4) นักเรียนอยากให้มีกิจกรรมที่มีความสนุกสนานมากขึ้น เพื่อให้ให้นักเรียนคลายเครียด
- (5) นักเรียนอยากให้มีการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

ต่อไป

## บทที่ 5

### สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

#### 5.1 สรุปผลการวิจัย

ในการศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา การวิจัยนี้เป็นการวิจัยแบบกึ่งทดลอง กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสนมวิทยาคาร ประจำภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 54 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 27 คน และกลุ่มควบคุม 27 คน ซึ่งทั้งสองกลุ่มมีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน ในการจัดการเรียนรู้กลุ่มทดลองใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา และกลุ่มควบคุมใช้การจัดการเรียนรู้แบบปกติ ซึ่งการวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาก่อนเรียนและหลังเรียน พร้อมทั้งทำการเปรียบเทียบผลการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยากับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ และศึกษาความพึงพอใจของนักเรียนต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว ผลการวิจัยสามารถสรุปได้ว่าการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาสามารถพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น และสูงกว่าการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา อยู่ในระดับมากที่สุด

#### 5.2 อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิจัยที่สรุปว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาสามารถพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น พิจารณาได้จากผลการวิจัยที่ชี้ให้เห็นว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้เนื่องจากการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนได้ฝึกแสวงหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในชั้นเรียนสามารถแลกเปลี่ยนแสดงความคิดเห็นร่วมภายในกลุ่มเพื่อสรุปองค์ความรู้ที่ถูกต้องในการแก้ปัญหา โดยครูเป็นผู้ให้คำแนะนำและ

คอยอำนวยความสะดวกแก่นักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับภพ เลหาไพบูลย์ (2542) ที่กล่าวไว้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะทำให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึก พัฒนาความคิดอย่างเต็มที่ ได้ศึกษาค้นคว้า ด้วยตนเองทำให้นักเรียนรู้วิธีการจัดการกับระบบความคิดและวิธีการแสวงหาความรู้ด้วยตนเอง นักเรียนสามารถจดจำได้นานและนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ได้อีกด้วย สอดคล้องกับงานวิจัยของ โฮเวอร์มิลล์ (มาลัย ปะติเพนัง, 2550; อ้างอิงจาก Hovermill, 2004) ได้ศึกษาการเรียนแบบสืบเสาะ โดยใช้เทคโนโลยีในวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ ในโครงการพัฒนาอย่างมืออาชีพ ผลการศึกษาพบว่าการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะโดยใช้เทคโนโลยีสนับสนุน สามารถพัฒนาและลดความยุ่งยากในการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งได้แสดงให้เห็นจุดสำคัญของการจัดการเรียนรู้ว่า การพัฒนาการเรียนการสอนแบบมืออาชีพ เพื่อให้เกิดความสำเร็จโดยใช้การสอนแบบสืบเสาะนั้น ครูสามารถเรียนรู้และฝึกปฏิบัติได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Goodchild, S., Fuglestad, A. B. and Jaworski, B. (2013) ที่พบว่าการพัฒนาประสบการณ์ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน และพัฒนาการสอนของครูให้มีจุดเปลี่ยนที่เป็นแนวเดียวกัน โดยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ ทำให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดีขึ้น สืบเนื่องจากการแก้โจทย์ปัญหาในการทำกิจกรรมกลุ่ม และครูที่เข้าร่วมโครงการมีแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นแนวเดียวกัน สอดคล้องกับงานวิจัยของ อนุรักษ์ สุวรรณสนธิ (2550) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเน้นขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มเป้าหมายในการวิจัยมีจำนวน 14 คน รูปแบบการวิจัยเป็นแบบที่มีการทดสอบเฉพาะหลังทดลอง (one group posttest design) ใช้แบบทดสอบแบบอัตนัยที่มีการให้คะแนนแบบ Rubric Score ผลการวิจัยพบว่า จำนวนนักเรียนที่ผ่านเกณฑ์มีจำนวน 7 คน ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด แต่เมื่อมาวิเคราะห์จากแบบฝึกหัดท้ายแผนการจัดการเรียนรู้และพฤติกรรมการแสดงออกในการทำกิจกรรมตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาตามแผนการจัดการเรียนรู้ จะเห็นว่านักเรียนได้แสดงพัฒนาการในการแก้โจทย์ปัญหา แสดงว่าขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาสามารถพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ สอดคล้องกับงานวิจัยของ พินเทอร์ (Pinter, 2012) ได้ศึกษาการสอนวิธีแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนของโพลยาและซอนเฟล ได้กล่าวถึงสติปัญญาและกระบวนการรับรู้ของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า จำเป็นอย่างยิ่งที่นักเรียนควรจะได้รับฝึกให้พิสูจน์และให้เหตุผลผ่านวิธีการวาดภาพ ครูผู้สอนควรฝึกให้นักเรียนมีความรู้พื้นฐานในการคำนวณ ซึ่งหน้าที่สำคัญของครูผู้สอนคือ จะต้องคำนึงถึงความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และการค้นพบการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับนักเรียน ความกระตือรือร้นในการตั้งคำถามและการตั้งปัญหาของนักเรียนแสดงให้เห็นถึงเจตคติที่ดีต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ นวภัทร ศรีชูทอง (2550) ได้ศึกษาผลของการใช้วิธีสอนแบบสืบเสาะหาความรู้และการใช้แผนภาพเป็นสื่อที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4



โรงเรียนอนุบาลป่าบอน จังหวัดพัทลุง จำนวน 30 คน ดำเนินการวิจัยโดยใช้รูปแบบการวิจัยเชิงทดลองแบบกลุ่มทดลองกลุ่มเดียว วัดผลก่อนและหลังการทดลอง ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการเรียนรู้สูงกว่าก่อนเรียนรู้ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับมาก และนอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ ปาณิสรา จิตรประทักษ์ (2553) ได้ศึกษาผลการเรียนรู้แบบสืบเสาะด้วยการเรียนแบบผสมผสาน เรื่อง ประวัติศาสตร์ไทยสมัยอยุธยา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 33 คน ผลการวิจัยพบว่าการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะด้วยการเรียนแบบผสมผสานหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะด้วยการเรียนแบบผสมผสาน โดยภาพรวมเห็นด้วยอยู่ในระดับมาก

นอกจากนี้ยังพบว่าการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยายังสามารถพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้สูงกว่าการจัดการเรียนรู้แบบปกติที่เน้นให้นักเรียนได้ศึกษาจากตัวอย่างในแบบเรียนและมีครูเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้ผ่านการอธิบายบนกระดาน ซึ่งทำให้ค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ เดวิส (1979) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลการสอนแบบสืบเสาะโดยการชี้แนะแนวทางในการค้นพบ (Guided Inquiry Discovery Approach) กับการสอนแบบครูบอกให้รู้ตามตำรา (Expository-Text Approach) ที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทัศนคติต่อวิชาวิทยาศาสตร์ ผลการทดลองพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 สอดคล้องกับงานวิจัยของ กมลทิพย์ ต่อติด (2544) ได้ศึกษาผลของการฝึกกระบวนการสืบเสาะที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า หลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการฝึกกระบวนการสืบเสาะมีความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลสูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกกระบวนการสืบเสาะอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 หลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการฝึกกระบวนการสืบเสาะมีความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ยังพบว่าหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการฝึกกระบวนการสืบเสาะนั้น นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา สูงกว่านักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึกกระบวนการสืบเสาะ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนที่ได้รับการฝึกกระบวนการสืบเสาะมีความสามารถในการแก้ปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 สอดคล้องกับงานวิจัยของ วิวัฒน์ ผลประเสริฐ (2549) ได้ทำการวิจัยเรื่องการศึกษาผลของการเรียนการสอนแบบสืบเสาะร่วมกับการสืบค้นบนเว็บ ที่มีต่อความสามารถในการสืบค้นข้อมูลการใช้แผนที่ดาวและมโนทัศน์ในวิชาดาราศาสตร์ของนักเรียนโรงเรียนเตรียมทหาร ผลการวิจัยพบว่า



นักเรียนได้คะแนนโน้ตสนธิในวิชาดาราศาสตร์ เกี่ยวกับการใช้แผนที่ดาว มากกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนอกจากนี้ยัง สอดคล้องกับงานวิจัยของ อัจฉราภรณ์ บุญจริง (2551) ซึ่งได้ทำการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยา กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการ ผลของการวิจัย พบว่านักเรียนทำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในภาพรวมมีคะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ที่กำหนด เนื่องจากกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา มีขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่เป็นลำดับขั้นตอนที่ชัดเจน เมื่อได้รับการฝึกฝนอย่างต่อเนื่องนักเรียนจึงเกิดความเข้าใจในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา และสามารถดำเนินการแก้ปัญหาจนสำเร็จในทุกขั้นตอน

นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาในภาพรวมอยู่ในระดับมากที่สุด จะเห็นได้จากผลของแบบวัดความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ พบว่านักเรียนมีความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวโดยรวมอยู่ในระดับมากที่สุด ในส่วนที่นักเรียนมีความพึงพอใจมากที่สุดคือ นักเรียนมีความเห็นว่าการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เป็นกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม เนื่องจากการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มนั้นทำให้เกิดความสนุก ไม่เครียด และได้แลกเปลี่ยนความรู้กัน ได้ปรึกษา ได้ความรู้ใหม่ ๆ และเกิดความเข้าใจที่ถูกต้อง ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหามากขึ้น สอดคล้องกับงานวิจัยของ นวภัทร ศรีชูทอง (2550) ได้ศึกษาผลของการใช้วิธีสอนแบบสืบเสาะหาความรู้และการใช้แผนภาพเป็นสื่อที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ดำเนินการวิจัยโดยใช้รูปแบบการวิจัยเชิงทดลอง แบบกลุ่มทดลองกลุ่มเดียววัดผลก่อนและหลังการทดลอง ผลการวิจัยพบว่า ความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับมากที่สุด สอดคล้องกับงานวิจัยของ ปาณิสรา จิตรประทักษ์ (2553) ได้ศึกษาผลการเรียนรู้แบบสืบเสาะด้วยการเรียนแบบผสมผสาน เรื่อง ประวัติศาสตร์ไทยสมัยอยุธยา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 33 คน ผลการวิจัยพบว่าความคิดเห็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่มีต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะด้วยการเรียนแบบผสมผสาน โดยภาพรวมเห็นด้วยอยู่ในระดับมาก และนอกจากนี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ ชุติพร ปิ่นธนสุวรรณ (2556) ได้ศึกษาผลการเรียนแบบอีเลิร์นนิ่งด้วยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะเพื่อการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี วิชาชีพครู ผลการวิจัยพบว่า ผลการศึกษาความคิดเห็นของนักศึกษาระดับปริญญาตรี วิชาชีพครู ที่มีต่อการเรียนแบบอีเลิร์นนิ่งด้วยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะเพื่อการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ อยู่ในระดับมาก

### 5.3 ข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ถึงแม้ว่าการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา จะส่งผลให้นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น แต่ไม่ได้รับรองว่าผลของการดำเนินการวิจัยในครั้งนี้จะสามารถนำไปใช้ในวงกว้างได้ เนื่องจากกลุ่มตัวอย่างที่นำมาศึกษานั้นเป็นนักเรียนที่เรียนคนละแผนการเรียน กระบวนการจัดการเรียนการสอนควรปรับให้มีความสอดคล้องกับบริบทของแต่ละโรงเรียน และเนื้อหาที่ใช้ควรเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียนและเป็นเนื้อหาที่นักเรียนมีความรู้มาก่อน เนื่องจากผลการวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยความพึงพอใจต่อการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาในด้านเนื้อหา นักเรียนคิดว่ ำหุญปัญหาที่เรียนมีความเหมาะสมเพียงใด และความรู้ที่ได้รับสามารถนำไปประยุกต์ใช้ใน ชีวิตประจำวันได้ ซึ่งนักเรียนมีความพึงพอใจอยู่ในระดับมาก แต่ก็ถือว่านักเรียนมีความพึงพอใจ น้อยที่สุดเมื่อเทียบกับทุกประเด็น เนื่องจากโจทย์ปัญหาที่นำมาจัดการเรียนการสอนต้องอาศัยความรู้ พื้นฐานทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนแต่ละคนมีความรู้พื้นฐานทาง คณิตศาสตร์แต่ไม่สามารถนำความรู้เหล่านั้นมาดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบได้ แสดงให้เห็นว่า ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ขาดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นครูผู้สอนควรเน้นโจทย์ปัญหา ทางคณิตศาสตร์และเลือกโจทย์ปัญหาที่เหมาะสมกับเนื้อหาและความสามารถของผู้เรียน ให้ผู้เรียนได้ คำนึงเคยกับโจทย์ปัญหาและฝึกดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มากขึ้น และนอกจากนี้นักเรียน จะต้องเข้าใจถึงขั้นตอนและกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และควรเน้นให้นักเรียนเห็น ความสำคัญของกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้การแก้ปัญหาคำเนินการจนสำเร็จ ในทุกขั้นตอน

ดังนั้นในการศึกษาครั้งต่อไปถ้าต้องการนำผลการวิจัยไปใช้ การเลือกกลุ่มนักเรียนควรคำนึงถึง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่แตกต่างกัน หรืออาจใช้การจัดการเรียนรู้ แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาในการศึกษาทักษะหรือความสามารถในด้านอื่น ๆ ของนักเรียน หรืออาจใช้วิธีการสอนรูปแบบอื่น ๆ ในศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียน เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุดแก่นักเรียน

เอกสารอ้างอิง

## เอกสารอ้างอิง

- กนกวรรณ แก้วชารุณ. ผลการเรียนรู้และการคิดวิเคราะห์กิจกรรมการเรียนรู้แบบใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) เรื่องการใช้โปรแกรมคำนวณ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, 2553.
- กมลทิพย์ ต่อติด. ผลการฝึกกระบวนการสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.
- กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์, 2544.
- \_\_\_\_\_. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: ชุมชนุสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย, 2551.
- จันจิรา หมุดหวาน. การศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการทำงานกลุ่ม ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค STAD ร่วมกับเทคนิค KWDL. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยทักษิณ, 2552.
- ชุลีพร ปิ่นธนาสุวรรณ. ผลการเรียนรู้แบบอิลีร์นิงด้วยการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะเพื่อการแก้ปัญหาเชิงสร้างสรรค์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี วิชาชีพรู. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยศิลปากร, 2556.
- ถวัลย์ ธาราโกชน. จิตวิทยาสังคม. กรุงเทพมหานคร: โอเดียนสโตร์, 2536.
- นงเยาว์ ศรีประดู่. การพัฒนาแผนการเรียนรู้และแบบฝึกเสริมทักษะการเขียนภาพยนตร์ 11 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้ภาษาไทย ด้วยกระบวนการเรียนรู้แบบกลุ่มเพื่อนเตือนเพื่อน. การค้นคว้าอิสระปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, 2546.
- นวกัทร ศรีชูทอง. ผลของการใช้วิธีสอนแบบสืบเสาะหาความรู้และการใช้แผนภาพเป็นสื่อที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอนุบาลป่าบอน จังหวัดพัทลุง. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยทักษิณ, 2550.
- บุญชม ศรีสะอาด. การวิจัยเบื้องต้น. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพมหานคร: สุวีริยาสาส์น, 2545.

### เอกสารอ้างอิง (ต่อ)

- ปฐพร บุญลี. การสร้างแบบฝึกทักษะเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญา การศึกษามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2545.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. “การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์”, ใน **ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธี ทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12-15**. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2537.
- ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์. **จิตวิทยาการบริหารงานบุคคล**. กรุงเทพมหานคร: พิมพ์ดี, 2544.
- ปานิสรา จิตรประทักษ์. การศึกษาผลการเรียนรู้แบบสืบเสาะด้วยการเรียนแบบผสมผสาน เรื่อง ประวัติศาสตร์ไทยสมัยอยุธยา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยศิลปากร, 2553.
- พิณ คงพูน. **ความพึงพอใจต่อบทบาทหน้าที่ความรับผิดชอบของคณะกรรมการประถมศึกษา จังหวัด 14 จังหวัดภาคใต้**. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ สงขลา, 2529.
- พิมพ์พันธ์ เดชะคุปต์. **การเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ: แนวคิด วิธี และเทคนิคการสอน 1**. กรุงเทพมหานคร: มาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นต์, 2544.
- ภพ เลหาไพบุลย์. **การสอนวิทยาศาสตร์ในโรงเรียน**. เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, 2542.
- มาลัย ปะติเพ็ญ. **การพัฒนาผลการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะความรู้ (Inquiry Method)**. การค้นคว้าอิสระปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, 2550.
- ยุพิน พิพิธกุล. “การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์”, **วารสาร สสวท**. 27(107): 3-7; ตุลาคม- ธันวาคม, 2542.
- โยธิน ศันสนยุทธ. **มนุษย์สัมพันธ์: จิตวิทยาการทำงานในองค์กร**. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ส่งเสริม วิชาการ, 2530.
- รัชนิวรรณ สุขเสนา. **การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง บทประยุกต์ กลุ่มสาระ การเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดกิจกรรม การเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นฐาน (PBL) กับการเรียนรู้ตามคู่มือครู**. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, 2550.
- วันัญชนา เชิงดี. **การพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการแบบเปิด สำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2**. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี, 2555.

## เอกสารอ้างอิง (ต่อ)

- วัชรภา เล่าเรียนดี. **เทคนิควิธีการจัดการเรียนรู้สำหรับครุมืออาชีพ**. นครปฐม: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร, 2547.
- วาโร เพ็งสวัสดิ์. **การวิจัยในชั้นเรียน**. กรุงเทพมหานคร: สุวีริยาสาส์น, 2546.
- วิชัย เหลืองธรรมชาติ. **ความพึงพอใจและการปรับตัวต่อสภาพแวดล้อมใหม่ของประชากรในหมู่บ้านอพยพ โครงการเขื่อนรัชชประภา (เขื่อนลล่าน) จังหวัดสุราษฎร์ธานี**. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์, 2531.
- วีริชดา เลิศมยานันท์. (2559). “ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์”, **ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์**. [http://mcpswis.mcp.ac.th/html\\_edu/cgi-bin/mcp/main\\_php/print\\_informed](http://mcpswis.mcp.ac.th/html_edu/cgi-bin/mcp/main_php/print_informed). ธันวาคม, 2560.
- วิวัฒน์ ผลประเสริฐ. **ผลของการเรียนการสอนแบบสืบสอบ ร่วมกับการสืบค้นบนเว็บที่มีต่อความสามารถในการสืบค้นข้อมูล การใช้แผนที่ดาว และมโนทัศน์ในวิชาดาราศาสตร์ของนักเรียนโรงเรียนเตรียมทหาร**. วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2549.
- วีณา วัชรมะวิชัย. **การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ในชั้นประถมศึกษา**. เชียงใหม่: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, 2523.
- วีรยุทธ วิเชียรโชติ. **เทคนิคการเรียนการสอนแบบอารยวิถี ในกระบวนการวิธีสืบสวน-สอบสวนเพื่อการพัฒนา เบญจลักษณ์**. กรุงเทพมหานคร: ก้าวใหม่, 2546.
- ศิริชัย พงษ์วิชัย. **การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติด้วยคอมพิวเตอร์**. พิมพ์ครั้งที่ 19 (ฉบับปรับปรุง). กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2551.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. **คู่มือวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: ศุภสภาลาดพร้าว, 2546.
- \_\_\_\_\_. **ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: ศุภสภาลาดพร้าว, 2550.
- สมเดช บุญประจักษ์. **การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ**. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษาดุสิตบัณฑิต: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2540.
- สุกัญญา สุขสบาย. **ผลการใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาพร้อมกับแผนผังรูปเพชรและมุมทั้งสี่ที่มีต่อเจตคติและผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์: กรณีศึกษานักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี, 2556.

### เอกสารอ้างอิง (ต่อ)

- สุภาลักษณ์ ชัยอนันต์. ความพึงพอใจของเกษตรกรที่มีต่อโครงการส่งเสริมการปลูกมะเขือเทศแบบมีสัญญาผูกพันในจังหวัดลำปาง. เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, 2540.
- สุวรร กาญจนมยุร. เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา เล่ม 3. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช, 2532.
- โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์. เทคนิคและวิธีสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่. กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช, 2520.
- อนุรักษ์ สุวรรณสนธิ์. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเน้นขั้นตอนการแก้ปัญหาของ Polya ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยขอนแก่น, 2550.
- อมรลักษณ์ ปรีชาหาญ. ความพึงพอใจของสมาชิกที่มีต่อบทบาทของสหกรณ์การเกษตรสารภีจำกัด. วิทยานิพนธ์ปริญญาเทคโนโลยีการเกษตรมหาบัณฑิต: สถาบันเทคโนโลยีแม่โจ้, 2535.
- อัจฉราภรณ์ บุญจริง. การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้ขั้นตอนการแก้ปัญหาของ Polya. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยขอนแก่น, 2551.
- อัมพร ม้าคะนอง. การพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์, 2547.
- อารีสา รัตน์เพชร และจิราพร ชมพิกุล. รายงานผลการวิจัย การพัฒนาทักษะการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน 1 ของนักศึกษาปีที่ 1 คณะวิทยาศาสตร์. สงขลา: ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์, 2544.
- Alberta Learning. (2004). "Focus on Inquiry: A Teacher's Guide to Implementing Inquiry-based Learning", Alberta: Alberta Learning, Learning and Teaching Resources Branch Annual Meeting, March 23-25. Northeastern State University. <http://www.nciia.org>. 6 September 2017
- Davis, M. "The Effectiveness of a Guided Inquiry Discovery Approach in an Elementary School Science Curriculum", *Dissertation Abstracts International*. 39(1): 4161-A; January, 1979.
- Goodchild, S., Fuglestad, A. B. And Jaworski, B. *Critical alignment in inquiry-based practice in developing mathematics teaching*. Kristiansand: Norway, 2013.

### เอกสารอ้างอิง (ต่อ)

- Jaworski, B. “Developmental research in mathematics teaching and learning: Developing learning communities based on inquiry and design”, In **P. Liljedahl (Ed.), Proceedings of the 2006 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group.** p. 3–16.  
Calgary Canada: University of Calgary, 2006.
- Pinter, K. **On Teaching Mathematical Problem-Solving and Problem Posing.**  
Doctor’ s Thesis in Mathematics and Computer Science: University of Szeged, 2012.
- Polya G. **How To Solve It.** New York: Henry Houbleday & Company, 1957.  
\_\_\_\_\_. **How To Solve It: A.** New York: New Aspect of Mathematical Method,  
1985.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).** (1980). “Problem Solving in Mathematics, Grades 3–6”, **An Introduction to Problem Solving.**  
[https://us.corwin.com/sites/default/files/upmbinaries/27316Posamentier\\_ProblemSolving\\_in\\_MathematicsChapter\\_1.pdf](https://us.corwin.com/sites/default/files/upmbinaries/27316Posamentier_ProblemSolving_in_MathematicsChapter_1.pdf). April 22, 2017.



ภาคผนวก

ภาคผนวก ก  
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

### รายนามผู้เชี่ยวชาญ

1. นางภัทรา ประดับศรี                      ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนจอมพระประชาสรรค์  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 33
2. นางกัญญา บุญรอด                     ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์  
โรงเรียนกัลยาณวัตร  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 25
3. นางกชพร ธรรมวิเศษ                    ผู้อำนวยการชำนาญการพิเศษ  
โรงเรียนมัธยมจารพัด  
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 33

ผู้เชี่ยวชาญทั้งสามท่านเป็นครูชำนาญการพิเศษในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่มีความรู้ความสามารถ มีประสบการณ์ในการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์และการทำวิจัยในชั้นเรียน ให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างวัตถุประสงค์ของการวิจัยกับข้อสอบด้วยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of objective congruence: IOC) พร้อมทั้งให้คำแนะนำเกี่ยวกับการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้

ภาคผนวก ข  
การหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับ  
กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

การหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

ตารางที่ ข.1 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา จำนวน 5 แผนการจัดการเรียนรู้

รายการขอความคิดเห็น	ผลการพิจารณา			ค่า IOC	ผลการประเมิน
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1. แผนการจัดการเรียนรู้สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
2. จุดประสงค์การเรียนรู้มีความชัดเจนถูกต้องครอบคลุมเนื้อหาสาระ	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
3. เนื้อหา/กิจกรรมการเรียนรู้เหมาะสมกับจำนวนเวลาที่กำหนด	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
4. การใช้สื่อ/แหล่งเรียนรู้ที่เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
5. มีชิ้นงาน/หลักฐานการเรียนรู้ของผู้เรียน	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
6. กิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนเน้นกระบวนการคิดแก้ปัญหา	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
7. กิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนเหมาะสมต่อกระบวนการพัฒนาผู้เรียน	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
8. กิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนสามารถสร้างความสนใจให้กับผู้เรียน	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
9. กิจกรรมการเรียนรู้หลากหลาย เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน สามารถนำไปใช้ได้จริง	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
10. การวัดผลและประเมินผลที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
<b>เฉลี่ยรวม</b>	<b>+1</b>	<b>+1</b>	<b>+1</b>	<b>1</b>	<b>ใช้ได้</b>

จากผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน พบว่า แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เพื่อศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีทั้งหมด 5 แผนการจัดการเรียนรู้ มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 1 ซึ่งแสดงให้เห็นว่า แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา เพื่อศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้นสามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ได้

ภาคผนวก ค  
การหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหา  
ทางคณิตศาสตร์

การหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ ค.1 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

ข้อที่	ผลการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญท่านที่			รวม	ค่า IOC	ผลการประเมิน
	1	2	3			
1	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้

จากผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่าข้อสอบจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนทุกข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 1.00 ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ข้อสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถนำไปใช้ในการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ทั้ง 5 ข้อ ทั้งนี้เนื่องจากผู้วิจัยได้ทำการศึกษาตัวอย่างแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และได้ปรับแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาเป็นที่เรียบร้อยแล้วก่อนนำไปเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบอีกครั้ง



ตารางที่ ค.2 ค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทาง  
คณิตศาสตร์หลังเรียน

ข้อที่	ผลการประเมินจากผู้เชี่ยวชาญท่านที่			รวม	ค่า IOC	ผลการประเมิน
	1	2	3			
1	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1.00	ใช้ได้

จากผลการประเมินของผู้เชี่ยวชาญ พบว่าข้อสอบจากแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนทุกข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 1.00 ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ข้อสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถนำไปใช้ในการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ทั้ง 5 ข้อ ซึ่งแบบทดสอบหลังเรียนจะสอดคล้องและคู่ขนานกับแบบทดสอบก่อนเรียนทั้งด้านเนื้อหาและการวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ภาคผนวก ง  
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะ  
ร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลย

## ง.1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 สำหรับกลุ่มทดลอง

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 สำหรับกลุ่มทดลอง

โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 2 ชั่วโมง

เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

สถานการณ์ปัญหาที่ 1 สะพานมิตรภาพไทย – ลาว

#### 1. สาระสำคัญ

สมการกำลังสองตัวแปรเดียวคือสมการที่อยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนจริง และ  $a \neq 0$

#### 2. มาตรฐานการเรียนรู้

ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

#### 3. ตัวชี้วัด

ค 4.2 (ม. 4/1) แก้สมการและอสมการตัวแปรเดียวทีกรี่ไม่เกินสองได้

#### 4. จุดประสงค์การเรียนรู้

##### 4.1 ด้านความรู้

4.1.1 หาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง

4.1.2 นำความรู้การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวไปแก้โจทย์ปัญหาได้

##### 4.2 ด้านทักษะกระบวนการ

4.2.1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

4.2.2 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

##### 4.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

4.3.1 มีวินัยใฝ่เรียนรู้

4.3.2 มีความมุ่งมั่นในการทำงาน

4.3.3 มีจิตสาธารณะ

## 5. สารการเรียนรู้

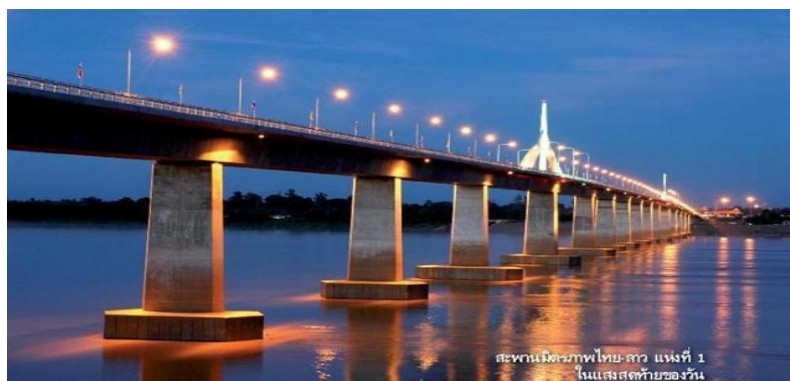
นำความรู้ เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวไปใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะร่วมกับกระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา

### ชั่วโมงที่ 1

#### 6.1 ชั้นสร้างความสนใจ (5 นาที)

- 1) ครูได้นำเสนอเรื่องราวของสะพานมิตรภาพไทย-ลาว แห่งที่ 1 ให้นักเรียนได้รับฟังดังนี้



ที่มา: <https://sites.google.com/site/phkhinmnp67/saphan-mitraphaph-thiy-law-haeng-thi-1>

สะพานข้ามแม่น้ำโขงขนาดใหญ่แห่งแรกของไทย หรือที่เราเคยได้ยินกันในนามว่า สะพานมิตรภาพไทย-ลาว ซึ่งเป็นสะพานแห่งแรก ได้ก่อสร้างขึ้นในบริเวณเขตแดนประเทศไทยในจังหวัดหนองคาย เชื่อมไปยังเขตแดนของฝั่งประเทศลาว ซึ่งมีความยาวประมาณ 20 กิโลเมตร ใช้ระยะเวลาในการก่อสร้างถึง 3 ปี และได้ก่อสร้างขึ้นเพื่อเป็นการรองรับประชาคมเศรษฐกิจอาเซียนที่เกิดขึ้นในปี พ.ศ. 2558 ที่มาผ่าน

- 2) เมื่อนักเรียนได้รับฟังเสร็จ ครูกำหนดสถานการณ์ปัญหาเพื่อกระตุ้นความสนใจของนักเรียน ดังนี้

**สถานการณ์ปัญหา:** สมมติว่านักเรียนไปทัศนศึกษา นั่งรถชมวิวนบนสะพานแห่งนี้ ในระหว่างทางเกิด สะพานชำรุด เมื่อวัดระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่ชำรุด มีระยะทางเท่ากับกำลังสองของระยะทางที่เหลือ อยากทราบว่านักเรียนจะต้องเดินทางอีกกี่กิโลเมตรจึงจะถึงประเทศลาว กำหนดให้สะพานยาว 20 กิโลเมตร

## 6.2 ขั้นทำความเข้าใจและวางแผน (20 นาที)

1) นักเรียนแต่ละคนจะต้องทำความเข้าใจกับสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ โดยอ่านสถานการณ์ปัญหาให้เข้าใจว่าโจทย์ต้องการให้หาอะไร กำหนดข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรมาให้บ้าง จะใช้ข้อมูลหรือเงื่อนไขอย่างไรและหาแนวทางแก้ปัญหาโดยจะต้องอาศัยความรู้แลประสบการณ์เดิม

2) นำมาอภิปรายหาข้อสรุปพร้อมกันในกลุ่ม เพื่อนำมาใช้ในการวางแผนแก้ปัญหา และทำใบกิจกรรมที่ 1 โดยครูคอยกระตุ้นด้วยคำถาม ดังนี้

- ปัญหาถามว่าอย่างไร/ปัญหาต้องการหาอะไร/กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง/มีเงื่อนไขว่าอย่างไร

- นักเรียนมีวิธีการอย่างไร ในการหาระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่นักเรียนกำลังยืนอยู่ และระยะทางที่เหลือเป็นกี่กิโลเมตร

3) ครูคอยตรวจสอบว่านักเรียนมีความเข้าใจถูกต้องหรือไม่ ถ้ากลุ่มใดยังมีความเข้าใจที่ไม่ถูกต้อง ครูต้องคอยกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้คิดและเกิดความเข้าใจที่ตรงกัน

4) นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันศึกษาปัญหาและช่วยกันอภิปรายแสดงความคิดเห็นเพื่อสรุปเป็นข้อมูลกลุ่ม หากมีประเด็นใดที่นักเรียนคนใดคนหนึ่งไม่เข้าใจ ครูให้เพื่อนในกลุ่มช่วยเหลือสมาชิกกลุ่มให้มีความเข้าใจที่สอดคล้องกัน

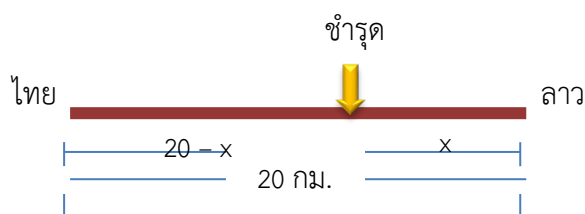
(แนวทางในการทำความเข้าใจและวางแผนแก้ปัญหา มีดังนี้

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร (ระยะทางจากจุดชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว)

- โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้บ้าง (สะพานมีความยาว 20 กิโลเมตร)

- เงื่อนไขคืออะไร (เมื่อวัดระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่สะพานชำรุด มีระยะทางเท่ากับกำลังสองของระยะทางที่เหลือ)

- จากสิ่งที่โจทย์ถามและข้อมูลที่มีอยู่ นักเรียนจะวางแผนแก้ปัญหาได้อย่างไร



ให้  $x$  แทนระยะทางจากตำแหน่งที่ชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว มีหน่วยเป็นกิโลเมตร  
เนื่องจากสะพานมีความยาว 20 กิโลเมตร

จะได้ว่า ระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งชำรุด มีระยะทางเท่ากับ  $20 - x$  กิโลเมตร

และระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่ชำรุดยาวเท่ากับกำลังสองของระยะทางที่เหลือ

จากเงื่อนไขสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$20 - x = x^2$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

### 6.3 ชั้นลงมือทำตามแผน (20 นาที)

นักเรียนแต่ละคนจะต้องจัดระเบียบข้อมูลที่ได้จากการวางแผนแก้ปัญหา และเขียนแสดงวิธีหาคำตอบอย่างสมเหตุสมผล เขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหา ผลของการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยอาจจะใช้การอธิบายร่วมกันในกลุ่มเพื่อหาข้อสรุปที่ถูกต้อง (แนวทางในการดำเนินการแก้ปัญหามีดังนี้

จากสมการ  $x^2 + x - 20 = 0$

สามารถแยกตัวประกอบได้ดังนี้

$$(x + 5)(x - 4) = 0$$

จะได้ว่า  $x + 5 = 0$  หรือ  $x - 4 = 0$

$$x = -5 \text{ หรือ } x = 4$$

เนื่องจากระยะทางมีค่าเป็นบวก

ดังนั้น ระยะทางจากตำแหน่งที่ชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว มีระยะทางเท่ากับ 4 กิโลเมตร)

### 6.4 ชั้นตรวจสอบคำตอบ (15 นาที)

1) นักเรียนจะต้องตรวจสอบคำตอบที่ได้ เริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้อง มีความสมเหตุสมผลของคำตอบกับวิธีการแก้ปัญหานั้น

2) ถ้าคำตอบไม่ถูกต้องนักเรียนจะต้องตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหา จนกระทั่งตรวจสอบขั้นทำความเข้าใจและวางแผน เพื่อให้ทราบว่ามีผิดพลาดส่วนใด

3) ครูชี้แนะแนวทางในการตรวจสอบคำตอบ

(แนวทางในการตรวจสอบคำตอบ มีดังนี้

ระยะทางจากตำแหน่งที่ชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว มีระยะทางเท่ากับ 4 กิโลเมตร

จากสมการ  $20 - x = x^2$

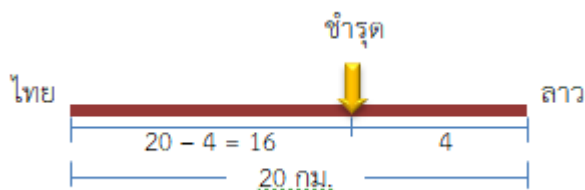
แทน  $x = 4$  ในสมการ จะได้ว่า

$$20 - 4 = 4^2$$

$$16 = 16 \text{ เป็นจริง}$$

สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา  
จาก ระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่ชำรุดยาวเท่ากับกำลังสองของระยะทาง  
ที่เหลือ

ดังนั้น ระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่ชำรุดยาวเท่ากับ 16 กิโลเมตร  
แสดงได้ดังภาพ



นั่นคือ ระยะทางจากตำแหน่งที่ชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว มีระยะทางเท่ากับ 4 กิโลเมตร)

## ชั่วโมงที่ 2

### 6.5 ชั้นออกแบบผลงาน (20 นาที)

นักเรียนแต่ละกลุ่มจะต้องช่วยกันจัดระเบียบข้อมูล คิดออกแบบผลงานของกลุ่ม  
เลือกตัวแทนเพื่อออกมานำเสนอผลงานแก่เพื่อนร่วมชั้นเรียน

### 6.6 ชั้นนำเสนอผลงาน (30 นาที)

- 1) นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอความรู้ใหม่หน้าชั้นเรียน และสามารถซักถาม  
ข้อสงสัยได้
- 2) ครูเพิ่มเติมในส่วนที่นักเรียนเกิดความสงสัย

### 6.7 ชั้นประเมินผล (10 นาที)

- 1) นักเรียนจะต้องประเมินผลงานจากการนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน
- 2) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปผลการดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ในแง่ของปัญหาที่พบในการทำ  
กิจกรรมและสะท้อนผลจากการจัดกิจกรรมร่วมกัน
- 3) ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะ จำนวน 1 ข้อ เป็นการบ้าน เพื่อทบทวนและขยายความรู้  
ความเข้าใจให้มากยิ่งขึ้น

## 7. สื่อ/แหล่งเรียนรู้

### 7.1 สื่อ

7.1.1 ใบความรู้ เรื่องสะพานมิตรภาพไทย- ลาว

7.1.2 สถานการณ์ปัญหา เรื่องสะพานมิตรภาพไทย-ลาว

7.1.3 แบบฝึกทักษะ เรื่องสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

## 7.2 แหล่งเรียนรู้

7.2.1 ห้องสมุด

7.2.2 <https://sites.google.com/site/phkhinmnmp67/saphan-mitrphaph-thiy-law-haeng-thi-1>

## 8. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4 (ดีมาก)	3 (ดี)	2 (พอใช้)	1 (ปรับปรุง)
<b>1. ด้านความรู้</b> 1. หาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง 2. นำความรู้ในการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวไปแก้โจทย์ปัญหาได้	แสดงวิธีทำ ถูกต้อง 81% – 100%	แสดงวิธีทำ ถูกต้อง 61% – 80%	แสดงวิธีทำ ถูกต้อง 50% – 60%	แสดงวิธีทำ ถูกต้อง 50%
<b>2. ด้านทักษะกระบวนการ</b> 1. การให้เหตุผล	1. ให้เหตุผล ผลได้ชัดเจน ครอบคลุม ทั้งหมดได้ อย่างสมบูรณ์	1. ให้เหตุผล ชัดเจนถูกต้อง	1. ให้เหตุผลได้ พอสมควร	1. แสดงเหตุผล ไม่ถูกต้อง
<b>3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์</b> 1. มีวินัย ใฝ่เรียนรู้ 2. มุ่งมั่นในการทำงาน 3. มีจิตสาธารณะ	1. ส่งงานครบ ทุกชิ้นก่อน เวลาทุกครั้ง ตั้งใจเรียน มี ความขยัน ค้นหาความรู้ จากแหล่ง เรียนรู้ต่าง ๆ 2. รับผิดชอบ งานดีมากทุก ครั้ง 3. อาสา ทำงานให้ผู้อื่น ทุกครั้ง	1. ส่งงานครบ ทุกชิ้นตาม เวลาที่กำหนด ตั้งใจเรียนใน ห้องมีความ พยายามใน การเรียน 2. รับผิดชอบ งานดี 3. ช่วยเหลือ ผู้อื่นด้วยความ เต็มใจ	1. ส่งงานช้าเป็น บางครั้ง ตั้งใจ เรียน ขาดความ พยายาม 2. รับผิดชอบ งานพอใช้ 3. ทำงานให้ ผู้อื่นตามหน้าที่	1. ส่งงานช้า ประจําไม่ตั้งใจ เรียน 2. ไม่รับผิดชอบ งาน 3. ช่วยเหลือ ผู้อื่นเพราะถูก บังคับ



บันทึกหลังจัดการเรียนรู้

ผลการจัดการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ปัญหา/อุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

แนวทางแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ  
(นางสุพัตรา ฉลาดเลิศ)  
ตำแหน่ง ครู  
วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

## ใบความรู้ สะพานมิตรภาพไทย-ลาว

### สะพานมิตรภาพไทย-ลาว



ที่มา: <https://sites.google.com/site/phkhinmnmp67/saphan-mitrphaph-thiy-law-haeng-thi-1>

สะพานข้ามแม่น้ำโขงขนาดใหญ่แห่งแรกของไทย หรือที่เราเคยได้ยินกันในนามว่า สะพานมิตรภาพไทย-ลาว ซึ่งเป็นสะพานแห่งแรก ได้ก่อสร้างขึ้นในบริเวณเขตแดนประเทศไทยในจังหวัดหนองคาย เชื่อมไปยังเขตแดนของฝั่งประเทศลาว ซึ่งมีความยาวประมาณ 20 กิโลเมตร ใช้ระยะเวลาในการก่อสร้างถึง 3 ปี และได้ก่อสร้างขึ้นเพื่อเป็นการรองรับประชาคมเศรษฐกิจอาเซียนที่เกิดขึ้นในปี พ.ศ. 2558 ที่มาผ่าน

**สถานการณ์ที่ 1**  
**สะพานมิตรภาพไทย-ลาว**

ชื่อ-สกุล .....ชั้น.....เลขที่.....กลุ่ม.....

**คำชี้แจง:** ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้แล้วตอบคำถามในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

**สถานการณ์ปัญหา:** สมมติว่านักเรียนไปทัศนศึกษา นั่งรถชมวิวนบนสะพานแห่งนี้ ในระหว่างทางเกิด สะพานชำรุด เมื่อวัดระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่ชำรุด มีระยะทางเท่ากับ กำลังสองของระยะทางที่เหลือ อยากทราบว่านักเรียนจะต้องเดินทางอีกกี่กิโลเมตรจึงจะถึงประเทศลาว กำหนดให้สะพานยาว 20 กิโลเมตร

**1. ชั้นทำความเข้าใจและวางแผน**

1.1 สิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร.....

1.2 ข้อมูลมีอะไรบ้าง.....

1.3 เงื่อนไขคืออะไร.....

1.4 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร (นักเรียนสามารถวาดรูปประกอบและใช้สัญลักษณ์ที่เหมาะสมแทนสถานการณ์ของโจทย์ปัญหา).....

**2. ชั้นลงมือทำตามแผน**

จงแสดงวิธีหาคำตอบให้ถูกต้องอย่างสมเหตุสมผล

**3. ชั้นตรวจสอบคำตอบ**

## เฉลยสถานการณ์ที่ 1 สะพานมิตรภาพไทย-ลาว

**คำชี้แจง:** ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้แล้วตอบคำถามในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

**สถานการณ์ปัญหา:** สมมติว่านักเรียนไปทัศนศึกษา นั่งรถชมวิวนบนสะพานแห่งนี้ ในระหว่างทางเกิด สะพานชำรุด เมื่อวัดระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่ชำรุด มีระยะทางเท่ากับกำลังสองของระยะทางที่เหลือ อยากรทราบว่านักเรียนจะต้องเดินทางอีกกี่กิโลเมตรจึงจะถึงประเทศลาว กำหนดให้สะพานยาว 20 กิโลเมตร

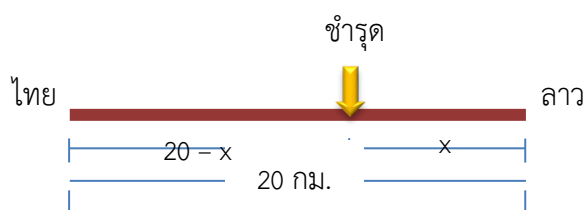
### 1. ขั้นทำความเข้าใจและวางแผน

1.1 สิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร ระยะทางจากจุดชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว

1.2 ข้อมูลมีอะไรบ้าง สะพานมีความยาว 20 กิโลเมตร

1.3 เงื่อนไขคืออะไร เมื่อวัดระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่สะพานชำรุด มีระยะทางเท่ากับกำลังสองของระยะทางที่เหลือ

1.4 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร (นักเรียนสามารถวาดรูปประกอบและใช้สัญลักษณ์ที่เหมาะสมแทนสถานการณ์ของโจทย์ปัญหา)



สิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร ระยะทางจากจุดชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว

ให้  $x$  แทนระยะทางจากตำแหน่งที่ชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว มีหน่วยเป็นกิโลเมตร

เนื่องจากสะพานมีความยาว 20 กิโลเมตร

จะได้ว่า ระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งชำรุด มีระยะทางเท่ากับ  $20 - x$  กิโลเมตร และระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่ชำรุดยาวเท่ากับกำลังสองของระยะทางที่เหลือ

จากเงื่อนไขสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$20 - x = x^2$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

## 2. ชั้นลงมือทำตามแผน

จงแสดงวิธีหาคำตอบให้ถูกต้องอย่างสมเหตุสมผล

จากสมการ  $x^2 + x - 20 = 0$

สามารถแยกตัวประกอบได้ดังนี้  $(x + 5)(x - 4) = 0$

จะได้ว่า  $x + 5 = 0$  หรือ  $x - 4 = 0$

$$x = -5 \quad \text{หรือ} \quad x = 4$$

เนื่องจากระยะทางมีค่าเป็นบวก

ดังนั้น ระยะทางจากตำแหน่งที่ชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว มีระยะทางเท่ากับ 4 กิโลเมตร

ระยะทางจากตำแหน่งที่ชำรุดถึงเขตแดนประเทศไทย มีระยะทางเท่ากับ 16 กิโลเมตร

## 3. ชั้นตรวจสอบคำตอบ

จากสมการ  $20 - x = x^2$

แทน  $x = 4$  ในสมการ จะได้ว่า

$$20 - 4 = 4^2$$

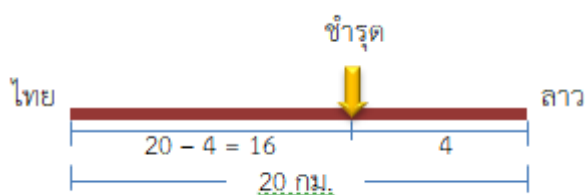
$$16 = 16 \quad \text{เป็นจริง}$$

สอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา

จาก ระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่ชำรุดยาวเท่ากับกำลังสองของระยะทางที่เหลือ

ดังนั้น ระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่ชำรุดยาวเท่ากับ 16 กิโลเมตร

แสดงได้ดังภาพ



นั่นคือ ระยะทางจากตำแหน่งที่ชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว มีระยะทางเท่ากับ 4 กิโลเมตร

**แบบฝึกทักษะ**  
**เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว**

ชื่อ-สกุล ..... ชั้น ..... เลขที่ ..... กลุ่ม .....

**คำชี้แจง:** ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้แล้วตอบคำถามในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

ข้อที่ 1 เส้นตรงเส้นหนึ่งยาว 6 นิ้ว ถ้าแบ่งเส้นตรงออกเป็นสองส่วน ส่วนหนึ่งยาวเท่ากับกำลังสองของอีกส่วนหนึ่ง จงหาความยาวของส่วนที่สั้น

**1. ชั้นทำความเข้าใจและวางแผน**

1.1 สิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร.....

1.2 ข้อมูลมีอะไรบ้าง.....

1.3 เงื่อนไขคืออะไร.....

1.4 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร (นักเรียนสามารถวาดรูปประกอบและใช้สัญลักษณ์ที่เหมาะสมแทนสถานการณ์ของโจทย์ปัญหา).....

**2. ชั้นลงมือทำตามแผน**

จงแสดงวิธีหาคำตอบให้ถูกต้องอย่างสมเหตุสมผล

**3. ชั้นตรวจสอบคำตอบ**

**เฉลยแบบฝึกทักษะ**  
**เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว**

**คำชี้แจง:** ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้แล้วตอบคำถามในแต่ละข้อให้ถูกต้อง

ข้อที่ 1 เส้นตรงเส้นหนึ่งยาว 6 นิ้ว ถ้าแบ่งเส้นตรงออกเป็นสองส่วน ส่วนหนึ่งยาวเท่ากับกำลังสองของอีกส่วนหนึ่ง จงหาความยาวของส่วนที่สั้น

**1. ขั้นทำความเข้าใจและวางแผน**

1.1 สิ่งที่โจทย์ต้องการคืออะไร ความยาวของส่วนที่สั้น

1.2 ข้อมูลมีอะไรบ้าง เส้นตรงเส้นหนึ่งยาว 6 นิ้ว

1.3 เงื่อนไขคืออะไร ถ้าแบ่งเส้นตรงออกเป็นสองส่วน แล้วส่วนหนึ่งยาวเท่ากับกำลังสองของอีกส่วนหนึ่ง

1.4 นักเรียนจะใช้ประโยชน์จากข้อมูลที่ให้มาและเงื่อนไขที่มีอยู่อย่างไร (นักเรียนสามารถวาดรูปประกอบและใช้สัญลักษณ์ที่เหมาะสมแทนสถานการณ์ของโจทย์ปัญหา)

โจทย์ต้องการความยาวของส่วนที่สั้น

ให้  $x$  แทนความยาวของส่วนที่สั้น

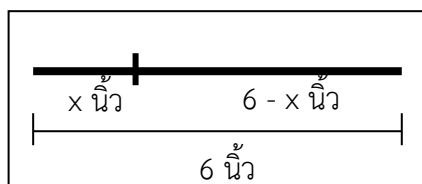
เนื่องจาก เส้นตรงยาว 6 นิ้ว จะได้ว่าส่วนของเส้นตรงที่ยาวกว่า เท่ากับ  $6 - x$  นิ้ว

ถ้าแบ่งเส้นตรงออกเป็นสองส่วน แล้วส่วนหนึ่งยาวเท่ากับกำลังสองของอีกส่วนหนึ่ง

จากรูปจะได้ว่า ส่วนที่ยาวกว่าจะต้องเท่ากับกำลังสองของส่วนที่สั้นกว่า

จะได้เขียนในรูปสมการได้ดังนี้

$$6 - x = x^2$$



**2. ขั้นลงมือทำตามแผน**

จงแสดงวิธีหาคำตอบให้ถูกต้องอย่างสมเหตุสมผล

จากสมการ  $6 - x = x^2$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x - 2)(x + 3) = 0$$

แก้สมการจะได้  $x = 2$  หรือ  $x = -3$  เนื่องจากความยาวของเส้นตรงจะต้องเป็นบวก

ดังนั้น ส่วนที่สั้นของเส้นตรงเท่ากับ 2 นิ้ว

### 3. ขั้นตรวจสอบคำตอบ

จากสมการ  $6 - x = x^2$

แทน  $x = 2$  จะได้  $6 - 2 = 2^2$

$4 = 4$  คำตอบเป็นจริง

ดังนั้น ส่วนที่สั้นของเส้นตรงเท่ากับ 2 นิ้ว



## ง.2 ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 สำหรับกลุ่มควบคุม

### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 สำหรับกลุ่มควบคุม

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 2 ชั่วโมง

เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

สถานการณ์ปัญหาที่ 1 สะพานมิตรภาพไทย – ลาว

#### 1. สาระสำคัญ

สมการกำลังสองตัวแปรเดียวคือสมการที่อยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนจริง และ  $a \neq 0$

#### 2. มาตรฐานการเรียนรู้

ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

#### 3. ตัวชี้วัด

ค 4.2 (ม. 4/1) แก้สมการและอสมการตัวแปรเดียวดีกรีไม่เกินสองได้

#### 4. จุดประสงค์การเรียนรู้

##### 4.1 ด้านความรู้

4.1.1 หาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง

4.1.2 นำความรู้การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวไปแก้โจทย์ปัญหาได้

##### 4.2 ด้านทักษะกระบวนการ

4.2.1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

4.2.2 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

##### 4.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

4.3.1 มีวินัยใฝ่เรียนรู้

4.3.2 มีความมุ่งมั่นในการทำงาน

4.3.3 มีจิตสาธารณะ

## 5. สารการเรียนรู้

นำความรู้ เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวไปใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้

## 6. กิจกรรมการเรียนรู้

### ชั่วโมงที่ 1

#### 6.1 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน (30 นาที)

6.1.1 ครูให้นักเรียนนั่งเป็นกลุ่มตามที่ได้จัดไว้ กลุ่มละ 3-4 คน

6.1.2 ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับเรื่อง การแยกตัวประกอบของพหุนาม การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว โดยการยกตัวอย่างและถาม-ตอบ เพื่อที่จะได้นำมาใช้กับเนื้อหาใหม่ที่กำลังจะเรียน

6.1.3 ครูกล่าวถึง การแยกตัวประกอบของพหุนามในกรณีทั่วไปของ  $x^2 + bx + c$  เมื่อ  $b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัวที่  $c \neq 0$  ทำได้โดยการหาจำนวน  $d$  และ  $e$  ที่  $de = c$  และ  $d + e = b$  ทำให้  $x^2 + bx + c = (x + d)(x + e)$

6.1.4 ครูยกตัวอย่างบนกระดาน ดังนี้

$$\text{จงแยกตัวประกอบของ } x^2 + 7x + 10$$

6.1.5 ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดตาม ดังนี้

- อะไรคูณกันแล้วได้ 10 และนำมาบวกกันแล้วได้ 7 (ตอบ 2 กับ 5)

- เพราะอะไรถึงเป็น 2 กับ 5 มีจำนวนอื่นอีกไหม

(ตอบ เพราะ  $2 \times 5 = 10$  และ  $2 + 5 = 7$ )

- ดังนั้นเราสามารถแยกตัวประกอบของ  $x^2 + 7x + 10$  ได้อย่างไร

(ตอบ  $x^2 + 7x + 10 = (x + 2)(x + 5)$  )

6.1.6 ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบของพหุนามที่อยู่ในรูป  $x^2 + bx + c$  เมื่อ  $b$  และ  $c$  เป็นค่าคงตัวที่  $c \neq 0$  ดังนี้

- ให้พิจารณาพหุนามที่กำหนดให้ว่า  $b$  และ  $c$  คืออะไร

- ให้หาจำนวนจริงสองจำนวนที่คูณกันแล้วได้  $c$  และนำมาบวกกันแล้วได้  $b$

- เขียนตัวประกอบของพหุนามในรูปของ  $(x + d)(x + c)$

- ตรวจสอบคำตอบโดยใช้สมบัติการแจกแจง เพื่อความถูกต้องอีกครั้ง

6.1.7 ครูกล่าวว่าการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว เป็นการแก้สมการหรือเป็นการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว ซึ่งการหาคำตอบของสมการที่อยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นค่าคงตัว และ  $a \neq 0$  ทำได้โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงดังนี้ ถ้า  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง และ  $ab = 0$  แล้ว  $a$  หรือ  $b$  อย่างน้อยหนึ่งตัวต้องเป็นศูนย์

6.1.8 ครูยกตัวอย่างบนกระดานและใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน

- จงหาคำตอบของสมการ  $(x - 2)(x - 3) = 0$
- จากสมการที่กำหนดให้ มีความหมายว่าอย่างไร  
(ตอบ  $(x - 2)$  คูณ  $(x - 3)$  มีค่าเท่ากับ 0  
ดังนั้น ถ้า  $(x - 2)(x - 3) = 0$  จะได้ว่า  $x - 2 = 0$  หรือ  $x - 3 = 0$ )
- อะไรลบออกสอง แล้วเหลือศูนย์ และอะไรลบออกสาม แล้วเหลือศูนย์  
(ตอบ  $2 - 2 = 0$  และ  $3 - 3 = 0$ )
- ดังนั้น  $x - 2 = 0$  จะได้ว่า  $x$  มีค่าเท่าใด (ตอบ 2)
- และ  $x - 3 = 0$  จะได้ว่า  $x$  มีค่าเท่าใด (ตอบ 3)
- ดังนั้น 2 และ 3 เป็นคำตอบของสมการ  $(x - 2)(x - 3) = 0$

#### 6.1.9 ครูสรุปจากตัวอย่างข้างต้นให้นักเรียนคิดตามดังนี้

จากตัวอย่างข้างต้นจะเห็นว่า การหาคำตอบของสมการคือการหาจำนวนที่นำไปแทน  $x$  ในสมการแล้วได้สมการที่เป็นจริง

#### 6.1.10 ครูยกตัวอย่างบนกระดานอีกหนึ่งข้อและใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน

- จงหาคำตอบของสมการ  $x^2 - 4x + 3 = 0$
- จากสมการที่กำหนดให้นักเรียนจะเห็นว่าสมการไม่ได้อยู่ในรูปผลคูณของพหุนามดีกรีหนึ่งเหมือนกับตัวอย่างที่ผ่านมา ดังนั้นข้อนี้ นักเรียน จะมีวิธีการอย่างไรในการหาคำตอบของสมการ

(ตอบ แยกตัวประกอบของพหุนาม  $x^2 - 4x + 3$  ก่อน

จะได้ว่า  $x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1)$

เขียนสมการใหม่ จะได้  $(x - 3)(x - 1) = 0$

หาคำตอบของสมการ  $(x - 3)(x - 1) = 0$  โดยหา  $x$  ที่ทำให้

$(x - 3) = 0$  หรือ  $(x - 1) = 0$

นั่นคือ  $x = 3$  หรือ  $x = 1$

- นักเรียนแน่ใจได้อย่างไรว่าคำตอบของสมการคือ 3 และ 1

(ตอบ ตรวจสอบคำตอบโดยการแทนค่า  $x$  ในสมการ  $x^2 - 4x + 3 = 0$

ด้วย 1 หรือ 3

เมื่อแทนค่า  $x$  ด้วย 1 จะได้  $(1)^2 - 4(1) + 3 = 0$  ซึ่งเป็นจริง

เมื่อแทนค่า  $x$  ด้วย 3 จะได้  $(3)^2 - 4(3) + 3 = 0$  ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น 1 และ 3 เป็นคำตอบของสมการ  $x^2 - 4x + 3 = 0$  )

6.1.11 ครูได้เพิ่มเติมอีกว่าในการแก้สมการกำลังสอง นอกจากใช้วิธีการแยกตัวประกอบ ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ยังสามารถใช้สูตรเพื่อหาคำตอบของสมการกำลังสองโดยหา  $x$  จากสมการ  $ax^2 + bx + c = 0$

$$\text{โดยใช้สูตร } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ค่าของ  $x$  จะเป็นจำนวนจริง เมื่อ  $b^2 - 4ac \geq 0$

ฉะนั้น จะใช้สูตรเพื่อหาคำตอบที่เป็นจำนวนจริงของสมการ

เมื่อ  $b^2 - 4ac \geq 0$  เท่านั้น

6.1.12 ครูยกตัวอย่างการหาคำตอบของสมการ  $x^2 + 2x - 11 = 0$

โดยใช้สูตร ให้นักเรียนดูบนกระดานพร้อมใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนดังนี้

- จากสมการ  $x^2 + 2x - 11 = 0$

เมื่อเทียบกับสมการ  $ax^2 + bx + c = 0$  จะได้  $a, b$  และ  $c$  มีค่าเท่าไร

(ตอบ จะได้  $a = 1, b = 2$  และ  $c = -11$ )

- จาก  $b^2 - 4ac$  จะมีค่าเท่าไร

(ตอบ  $b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(1)(-11) = 48 > 0$ )

- จากสูตร  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  ให้นักเรียนหาค่า  $x$

(ตอบ สูตร  $x = \frac{-2 \pm \sqrt{48}}{2(1)} = \frac{-2 \pm 4\sqrt{3}}{2} = -1 \pm 2\sqrt{3}$ )

- ดังนั้นคำตอบของสมการคือ (ตอบ  $-1 + 2\sqrt{3}$  และ  $-1 - 2\sqrt{3}$ )

6.1.13 ครูสรุปการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวให้นักเรียนเข้าใจง่ายขึ้น คือ ในการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวมีวิธีหาคำตอบได้หลากหลายวิธีขึ้นอยู่กับสมการที่กำหนดให้ว่าจะเหมาะสมกับวิธีการใด ซึ่งสิ่งนี้ก็ไม่สามารถตอบได้ว่าสมการใดเหมาะสมกับวิธีการใด นักเรียนจะต้องฝึกแก้สมการให้มากแล้วนักเรียนจะเกิดความชำนาญและแก้สมการได้ถูกต้องแม่นยำและเสร็จอย่างรวดเร็ว

6.1.14 ครูแจ้งให้นักเรียนทราบถึงจุดประสงค์ที่จะเรียนในชั่วโมงนี้ ว่าเมื่อเรียนจบในชั่วโมงนี้นักเรียนจะสามารถ

- เขียนสมการกำลังสองตัวแปรเดียวจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้
- แก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

## ชั่วโมงที่ 1-2

### 6.2 ชั้นสอน (60 นาที)

6.2.1 ครูได้นำเสนอเรื่องราวของสะพานมิตรภาพไทย-ลาว แห่งที่ 1 ให้นักเรียนได้รับฟัง ดังนี้



ที่มา: <https://sites.google.com/site/phkhinmnp67/saphan-mitrphaph-thiy-law-haeng-thi-1>

สะพานข้ามแม่น้ำโขงขนาดใหญ่แห่งแรกของไทย หรือที่เราเคยได้ยินกันในนามว่า สะพานมิตรภาพไทย-ลาว ซึ่งเป็นสะพานแห่งแรก ได้ก่อสร้างขึ้นในบริเวณเขตแดนประเทศไทยใน จังหวัดหนองคาย เชื่อมไปยังเขตแดนของฝั่งประเทศลาว ซึ่งมีความยาวประมาณ 20 กิโลเมตร ใช้ระยะเวลาในการก่อสร้างถึง 3 ปี และได้ก่อสร้างขึ้นเพื่อเป็นการรองรับประชาคมเศรษฐกิจอาเซียนที่เกิดขึ้นในปี พ.ศ. 2558 ที่มาผ่าน

6.2.2 ครูใช้สถานการณ์ปัญหาที่ใช้กับนักเรียนกลุ่มทดลองมาแสดงยกตัวอย่างให้นักเรียนกลุ่มควบคุมดูบนกระดาน และใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน ครูให้นักเรียนช่วยกันแก้โจทย์ปัญหา

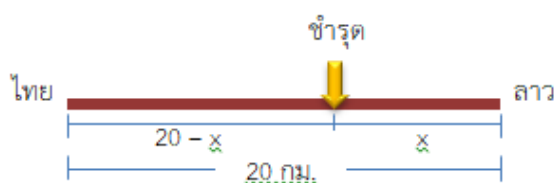
**สถานการณ์ปัญหา:** สมมติว่านักเรียนไปทัศนศึกษา นั่งรถชมวิวนบนสะพานแห่งนี้ ในระหว่างทางเกิด สะพานชำรุด เมื่อวัดระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่ชำรุด มีระยะทางเท่ากับกำลังสองของระยะทางที่เหลือ อยากทราบว่านักเรียนจะต้องเดินทางอีกกี่กิโลเมตรจึงจะถึงประเทศลาว กำหนดให้สะพานยาว 20 กิโลเมตร

6.2.3 ครูเป็นผู้นำในการแก้โจทย์ปัญหา ให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาเพื่อทำความเข้าใจ และ ใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนดังนี้

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร (ระยะทางจากจุดชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว)

- มีข้อมูลอะไรมาให้บ้าง (สะพานมีความยาว 20 กิโลเมตร เมื่อวัดระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่สะพานชำรุด มีระยะทางเท่ากับกำลังสองของระยะทางที่เหลือ)
- นักเรียนต้องให้อะไรเป็นตัวแปร (ระยะทางจากจุดชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว)

6.2.4 ครูแสดงวิธีทำให้นักเรียนเป็นตัวอย่าง พร้อมทั้งให้นักเรียนมีส่วนร่วมดังนี้



ให้  $x$  แทนระยะทางจากตำแหน่งที่ชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว มีหน่วยเป็นกิโลเมตร เนื่องจากสะพานมีความยาว 20 กิโลเมตร

จะได้ว่า ระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งชำรุด มีระยะทางเท่ากับ  $20 - x$  กิโลเมตร

และระยะทางจากเขตแดนประเทศไทยถึงตำแหน่งที่ชำรุดยาวเท่ากับกำลังสองของระยะทางที่เหลือ

จากเงื่อนไขสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$20 - x = x^2$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

สามารถแยกตัวประกอบได้ดังนี้

$$(x + 5)(x - 4) = 0$$

จะได้ว่า  $x + 5 = 0$  หรือ  $x - 4 = 0$

$$x = -5 \text{ หรือ } x = 4 \text{ เนื่องจากระยะทางมีค่าเป็นบวก}$$

ดังนั้น ระยะทางจากตำแหน่งที่ชำรุดถึงเขตแดนประเทศลาว มีระยะทางเท่ากับ 4 กิโลเมตร

ตรวจสอบคำตอบ จากสมการ  $20 - x = x^2$

แทน  $x = 4$  ในสมการ จะได้ว่า  $20 - 4 = 4^2$

$$16 = 16 \text{ เป็นจริง}$$

6.2.5 ครูให้นักเรียนแต่ละคนทำใบงาน และเปิดโอกาสให้ปรึกษากันภายในกลุ่ม โดยครูคอยตรวจสอบความถูกต้อง

## ชั่วโมงที่ 2

### 6.3 ชั้นสรุป (30 นาที)

6.3.1 ครูสุ่มนักเรียนออกมาแสดงวิธีการแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียน เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามข้อสงสัย ครูอธิบายเพิ่มเติมครูให้นักเรียนนำเสนอ

6.3.2 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาที่ได้เรียนในชั่วโมงนั้น

6.6.3 ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเป็นการบ้าน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน

## 7. สื่อ/แหล่งเรียนรู้

### 7.1 สื่อ

7.1.1 ใบความรู้ เรื่องสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

7.1.2 ใบกิจกรรม เรื่องสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

7.1.3 แบบฝึกทักษะ เรื่องสมการกำลังสองตัวแปรเดียว

### 7.2 แหล่งเรียนรู้

7.2.1 ห้องสมุด

7.2.2 <https://sites.google.com/site/phkhinmnm67/saphan-mitrphaph-thiy-law-haeng-thi-1>

## 8. การวัดและประเมินผล

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4 (ดีมาก)	3 (ดี)	2 (พอใช้)	1 (ปรับปรุง)
<b>1. ด้านความรู้</b> 1. หาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียวได้ถูกต้อง 2. นำความรู้ในการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียวไปแก้โจทย์ปัญหาได้	แสดงวิธีทำ ถูกต้อง 81% – 100%	แสดงวิธีทำ ถูกต้อง 61% – 80%	แสดงวิธีทำ ถูกต้อง 50% – 60%	แสดงวิธีทำ ถูกต้อง 50%
<b>2. ด้านทักษะกระบวนการ</b> 1. การให้เหตุผล	1. ให้เหตุผลได้ชัดเจน ครอบคลุมทั้งหมดได้อย่างสมบูรณ์	1. ให้เหตุผลชัดเจนถูกต้อง	1. ให้เหตุผลได้พอสมควร	1. แสดงเหตุผลไม่ถูกต้อง

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4 (ดีมาก)	3 (ดี)	2 (พอใช้)	1 (ปรับปรุง)
3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์				
1. มีวินัย ใฝ่เรียนรู้	1. ส่งงานครบทุกชิ้นก่อนเวลา ทุกครั้ง ตั้งใจเรียน มีความขยันค้นหาความรู้จากแหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ	1. ส่งงานครบทุกชิ้นตามเวลาที่กำหนด ตั้งใจเรียนในห้องมีความพยายามในการเรียน	1. ส่งงานช้าเป็นบางครั้ง ตั้งใจเรียน ขาดความพยายาม	1. ส่งงานช้า ประจําไม่ตั้งใจเรียน
2. มุ่งมั่นในการทำงาน	2. รับผิดชอบงานดีมากทุกครั้ง	2. รับผิดชอบงานดี	2. รับผิดชอบงานพอใช้	2. ไม่รับผิดชอบงาน
3. มีจิตสาธารณะ	3. อาสาทำงานให้ผู้อื่นทุกครั้ง	3. ช่วยเหลือผู้อื่นด้วยความเต็มใจ	3. ทำงานให้ผู้อื่นตามหน้าที่	3. ช่วยเหลือผู้อื่นเพราะถูกบังคับ



## บันทึกหลังจัดการเรียนรู้

ผลการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหา/อุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

(นางสุพัตรา ฉลาดเลิศ)

ตำแหน่ง ครู

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

**ใบความรู้**  
**เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว**

การนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ในการแก้สมการกำลังสอง

1. การแยกตัวประกอบของพหุนาม

พหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว คือพหุนามที่เขียนได้ในรูป  $ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นค่าคงตัว ที่  $a \neq 0$  และ  $x$  เป็นตัวแปร

การแยกตัวประกอบของพหุนามที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์

ในกรณีทั่วไปพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ แยกตัวประกอบได้ดังนี้

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$$

2. การแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

การแก้สมการ หรือการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว หมายถึงการหาคำตอบของสมการที่เขียนอยู่ในรูป  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นค่าคงตัว และ  $a \neq 0$  ทำได้โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงดังนี้

ถ้า  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง และ  $ab = 0$  แล้ว  $a$  หรือ  $b$  อย่างน้อยหนึ่งตัวต้องเป็นศูนย์

ในการแก้สมการกำลังสอง นอกจากใช้วิธีการแยกตัวประกอบดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ยังสามารถใช้สูตรเพื่อหาคำตอบของสมการกำลังสองโดยหา  $x$  จากสมการ  $ax^2 + bx + c = 0$

$$\text{โดยใช้สูตร } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ค่าของ  $x$  จะเป็นจำนวนจริง เมื่อ  $b^2 - 4ac \geq 0$

ฉะนั้น จะใช้สูตรเพื่อหาคำตอบที่เป็นจำนวนจริงของสมการ เมื่อ  $b^2 - 4ac \geq 0$  เท่านั้น

ใบกิจกรรมที่ 1  
เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

ชื่อ-สกุล .....ชั้น.....เลขที่.....กลุ่ม.....

**คำชี้แจง:** ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงวิธีการหาคำตอบให้ถูกต้องอย่างละเอียด

ข้อที่ 1 เส้นตรงเส้นหนึ่งยาว 6 นิ้ว ถ้าแบ่งเส้นตรงออกเป็นสองส่วน ส่วนหนึ่งยาวเท่ากับกำลังสองของอีกส่วนหนึ่ง จงหาความยาวของส่วนที่สั้น

### เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

#### เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

**คำชี้แจง:** ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงวิธีการหาคำตอบให้ถูกต้องอย่างละเอียด

ข้อที่ 1 เส้นตรงเส้นหนึ่งยาว 6 นิ้ว ถ้าแบ่งเส้นตรงออกเป็นสองส่วน ส่วนหนึ่งยาวเท่ากับกำลังสองของอีกส่วนหนึ่ง จงหาความยาวของส่วนที่สั้น

**วิธีทำ** ให้  $x$  แทนความยาวของส่วนที่สั้น

เนื่องจาก เส้นตรงยาว 6 นิ้ว จะได้ว่าส่วนของเส้นตรงที่ยาวกว่า เท่ากับ  $6 - x$  นิ้ว

ถ้าแบ่งเส้นตรงออกเป็นสองส่วน ส่วนหนึ่งยาวเท่ากับกำลังสองของอีกส่วนหนึ่ง

จากรูปจะได้ว่า ส่วนที่ยาวกว่าจะต้องเท่ากับกำลังสองของส่วนที่สั้นกว่า

จะได้เขียนในรูปสมการได้ดังนี้

$$6 - x = x^2$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x - 2)(x + 3) = 0$$

แก้สมการจะได้  $x = 2$  หรือ  $x = -3$

เนื่องจากความยาวของเส้นตรงจะต้องเป็นบวก

ดังนั้น ส่วนที่สั้นของเส้นตรงเท่ากับ 2 นิ้ว

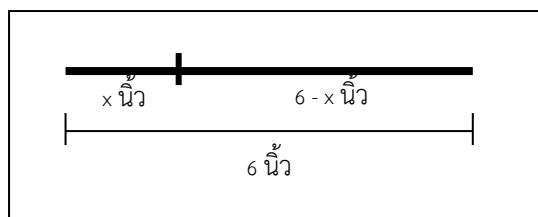
ตรวจคำตอบ

จากสมการ  $6 - x = x^2$

แทน  $x = 2$  จะได้  $6 - 2 = 2^2$

$$4 = 4 \quad \text{คำตอบเป็นจริง}$$

ดังนั้น ส่วนที่สั้นของเส้นตรงเท่ากับ 2 นิ้ว



แบบฝึกทักษะ  
เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

ชื่อ-สกุล .....ชั้น.....เลขที่.....กลุ่ม.....

**คำชี้แจง:** ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงวิธีการหาคำตอบให้ถูกต้องอย่างละเอียด

ข้อที่ 1 นายโตมทำการสำรวจถนนสายหนึ่งเพื่อทำการปรับปรุงซ่อมแซมใหม่ พบว่าถนนสายนี้มี ความยาว 12 กิโลเมตร ในระหว่างทำการสำรวจเขาได้แวะร้านกาแฟที่ตั้งอยู่ข้างถนนนั้น ถ้าเขา ต้องการแบ่งถนนออกเป็นสองส่วนเพื่อให้ง่ายต่อการก่อสร้าง โดยยึดตำแหน่งร้านกาแฟเป็น ตำแหน่งที่แบ่งถนน พบว่าถนนส่วนหนึ่งยาวเท่ากับกำลังสองของอีกส่วนหนึ่ง จงหาว่าความยาว ของส่วนที่ยาวกว่าเป็นเท่าไร

**เฉลยแบบฝึกทักษะ**  
**เรื่องการแก้สมการกำลังสองตัวแปรเดียว**

**คำชี้แจง:** ให้นักเรียนศึกษาสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงวิธีการหาคำตอบให้ถูกต้องอย่างละเอียด

ข้อที่ 1 นายโตมทำการสำรวจถนนสายหนึ่งเพื่อทำการปรับปรุงซ่อมแซมใหม่ พบว่าถนนสายนี้มีความยาว 12 กิโลเมตร ในระหว่างทำการสำรวจเขาได้แวะร้านกาแฟที่ตั้งอยู่ข้างถนนนั้น ถ้าเขาต้องการแบ่งถนนออกเป็นสองส่วนเพื่อให้ง่ายต่อการก่อสร้าง โดยยึดตำแหน่งร้านกาแฟเป็นตำแหน่งที่แบ่งถนน พบว่าถนนส่วนหนึ่งยาวเท่ากับกำลังสองของอีกส่วนหนึ่ง จงหาว่าความยาวของส่วนที่ยาวกว่าเป็นเท่าไร

**วิธีทำ** ให้  $x$  แทนความยาวของถนนส่วนที่ยาวกว่า

จากถนนมีความยาว 12 กิโลเมตร ส่วนที่สั้นกว่ายาว เท่ากับ  $12 - x$  กิโลเมตร

ถ้าแบ่งถนนออกเป็นสองส่วน ส่วนหนึ่งยาวเท่ากับกำลังสองของอีกส่วนหนึ่ง

จากรูปจะได้ว่า ส่วนที่ยาวกว่าจะต้องเท่ากับกำลังสองของส่วนที่สั้นกว่า

จะได้เขียนในรูปสมการได้ดังนี้

$$x = (12 - x)^2$$

$$x = 144 - 24x + x^2$$

$$x^2 - 25x + 144 = 0$$

$$(x - 9)(x - 16) = 0$$

แก้สมการจะได้  $x = 9$  หรือ  $x = 16$

เนื่องจากถนนมีความยาวเท่ากับ 12 กิโลเมตร ดังนั้น  $x = 16$  ไม่จริง

นั่นคือ ส่วนที่ยาวกว่าของถนนเท่ากับ 9 กิโลเมตร

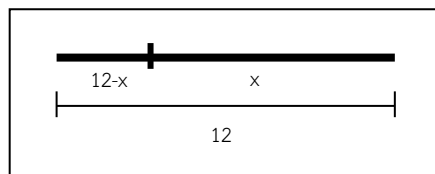
**ตรวจสอบคำตอบ**

จากสมการ  $x = (12 - x)^2$

แทน  $x = 9$  จะได้  $9 = (12 - 9)^2$

$$9 = 3^2 \quad \text{คำตอบเป็นจริง}$$

ดังนั้น ส่วนที่ยาวกว่าของถนนเท่ากับ 9 กิโลเมตร



ภาคผนวก จ  
แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จ. 1 แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน



แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสนมวิทยาการ

ชื่อ - สกุล .....ชั้น.....เลขที่.....

- คำชี้แจง
1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย  
ข้อสอบ 5 ข้อ คะแนนเต็ม 60 คะแนน เวลาในการทำแบบทดสอบ 120 นาที
  2. ให้นักเรียนตอบคำถาม/อธิบาย/แสดงวิธีทำในแต่ละข้อต่อไปนี้อย่างละเอียด
  3. นักเรียนสามารถทดลองในกระดาษทด หรือแบบทดสอบได้



1. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่ง เมื่อเพิ่มความยาวของด้าน ด้านละ 4 เซนติเมตร รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหม่และรูปเดิมจะมีพื้นที่รวมกันเท่ากับ 346 ตารางเซนติเมตร จงหาความยาวด้านของรูปเดิม

1.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....

.....

1.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....

.....

.....

1.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จำนวนสองจำนวนต่างกันอยู่ 2 ถ้าผลต่างของกำลังสองของสองจำนวนนั้นเท่ากับ 80 จงหาจำนวนทั้งสองจำนวนนั้น

2.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....

.....

2.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....

.....

.....

2.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. พรมสี่เหลี่ยมจัตุรัสผืนหนึ่ง เมื่อเอาผ้ากว้าง 1 ฟุต เย็บเป็นขอบทั้ง 4 ด้าน จะมีพื้นที่เพิ่มขึ้นเป็น 36 ตารางฟุต เดิมพรมผืนนี้กว้างด้านละกี่ฟุต

3.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....

.....

3.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....

.....

.....

3.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. พี่โอ้กับน้องอันมีอายุห่างกัน 5 ปี ถ้าสองเท่าของกำลังสองของอายุของพี่โอ้มากกว่ากำลังสองของผลบวกของอายุพี่โอ้และน้องอันอยู่ -73 อยากทราบว่าพี่โอ้และน้องอันมีอายุกี่ปี

4.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....

.....

4.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....

.....

.....

4.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้ได้อย่างไร.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. สนามหญ้าแห่งหนึ่งกว้าง 10 เมตร ยาว 12 เมตร รอบนอกของสนามมีถนนกว้างเท่า ๆ กันทั้งสองด้าน ถ้าพื้นที่ถนนเป็น 104 ตารางเมตร จงหาว่าถนนนี้กว้างกี่เมตร

5.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....

.....

5.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....

.....

.....

5.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....

.....

.....

.....

.....

.....

จ. 2 เฉลยแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน



เฉลยแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ก่อนเรียน)

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสนมวิทยาการ

ชื่อ - สกุล .....ชั้น.....เลขที่.....

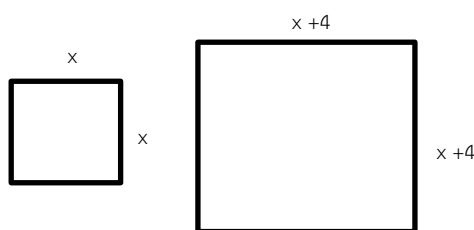
- 
- คำชี้แจง 1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย  
ข้อสอบ 5 ข้อ คะแนนเต็ม 60 คะแนน เวลาในการทำแบบทดสอบ 120 นาที
2. ให้นักเรียนตอบคำถาม/อธิบาย/แสดงวิธีทำในแต่ละข้อต่อไปนี้อย่างถูกต้องอย่างละเอียด
3. นักเรียนสามารถทดลองในกระดาษทด หรือแบบทดสอบได้
-

1. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่ง เมื่อเพิ่มความยาวของด้าน ด้านละ 4 เซนติเมตร รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหม่และรูปเดิมจะมีพื้นที่รวมกันเท่ากับ 346 ตารางเซนติเมตร จงหาความยาวด้านของรูปเดิม

1.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเดิม

1.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่ง เมื่อเพิ่มความยาวด้านละ 4 เซนติเมตร รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหม่และรูปเดิมจะมีพื้นที่รวมกันเท่ากับ 346 ตารางเซนติเมตร

1.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร



โจทย์ต้องการให้หา ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมรูปเดิม

ให้ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมรูปเดิม ยาวเท่ากับ  $x$  เซนติเมตร

จากโจทย์กำหนดให้ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่ง เมื่อเพิ่มความยาวของด้าน ด้านละ 4 เซนติเมตร

รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหม่และรูปเดิมจะมีพื้นที่รวมกันเท่ากับ 346 ตารางเซนติเมตร เนื่องจากพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส เท่ากับ ด้าน  $\times$  ด้าน

สามารถเขียนในรูปสมการคือ  $(x + 4)^2 + x^2 = 346$

1.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

$$\text{จากสมการ} \quad (x + 4)^2 + x^2 = 346$$

$$\text{จะได้} \quad x^2 + 8x + 16 + x^2 = 346$$

$$2x^2 + 8x - 330 = 0$$

$$x^2 + 4x - 165 = 0$$

$$(x + 15)(x - 11) = 0$$

แก้สมการจะได้  $x = -15$  และ  $x = 11$  แต่  $x$  ต้องมีค่าเป็นบวก ดังนั้น ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิม เท่ากับ 11 เซนติเมตร

1.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่

$$\text{จากสมการ} \quad (x + 4)^2 + x^2 = 346$$

$$\text{ให้ } x = 11 \text{ แทนในสมการ} \quad (x + 4)^2 + x^2 = 346$$

$$\text{จะได้} \quad (11 + 4)^2 + 11^2 = 346$$

$$225 + 121 = 346$$

$$346 = 346 \quad \text{เป็นจริง}$$

2. จำนวนสองจำนวนต่างกันอยู่ 2 ถ้าผลต่างของกำลังสองของสองจำนวนนั้นเท่ากับ 80 จงหาจำนวนทั้งสองจำนวนนั้น

2.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร หาจำนวนทั้งสองจำนวน

2.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง จำนวนสองจำนวนต่างกันอยู่ 2 ถ้าผลต่างของกำลังสองของสอง

จำนวนนั้นเท่ากับ 80

2.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร

เนื่องจากโจทย์ต้องการให้หาจำนวนทั้งสองจำนวน

สมมติให้ จำนวนทั้งสองจำนวนนั้น แทนด้วย  $x$  และ  $x + 2$  ตามลำดับ

จากเงื่อนไขกำหนดให้ ผลต่างของกำลังสองของสองจำนวนนั้นเท่ากับ 80

จะได้สมการคือ  $(x + 2)^2 - x^2 = 80$

2.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

จากสมการ  $(x + 2)^2 - x^2 = 80$

จะได้  $x^2 + 4x + 4 - x^2 = 80$

$$4x = 76$$

$$x = 19$$

และอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ  $x + 2 = 19 + 2 = 21$

ดังนั้น จำนวนสองจำนวน คือ 19 และ 21 ตามลำดับ

2.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่

ให้  $x = 19$  และ  $x + 2 = 21$

จากจำนวนสองจำนวนต่างกันอยู่ 2

จะได้ว่า  $(x + 2) - x = 21 - 19$

$$2 = 2 \quad \text{เป็นจริง}$$

และจากสมการ  $(x + 2)^2 - x^2 = 80$

จะได้  $(19 + 2)^2 - 19^2 = 80$

$$21^2 - 19^2 = 80$$

$$441 - 361 = 80$$

$$80 = 80$$

เป็นจริง



3. พรมสี่เหลี่ยมจัตุรัสผืนหนึ่ง เมื่อเอาผ้ากว้าง 1 ฟุต เย็บเป็นขอบทั้ง 4 ด้าน จะมีพื้นที่เพิ่มขึ้นเป็น 36 ตารางฟุต เดิมพรมผืนนี้กว้างด้านละกี่ฟุต

- 3.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร ความกว้างเดิมของพรมสี่เหลี่ยมจัตุรัส  
 3.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง พรมสี่เหลี่ยมจัตุรัสผืนหนึ่ง เมื่อเอาผ้ากว้าง 1 ฟุต เย็บเป็นขอบทั้ง 4 ด้าน จะมีพื้นที่เพิ่มขึ้นเป็น 36 ตารางฟุต  
 3.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร

จากโจทย์ต้องให้หา ความกว้างเดิมของพรมสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ให้  $x$  แทนความกว้างเดิมของพรม

เมื่อเอาผ้ากว้าง 1 ฟุต เย็บเป็นขอบทั้ง 4 ด้าน

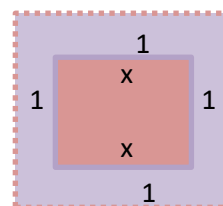
จะทำให้ความกว้างของพรมเพิ่มขึ้นทั้ง 4 ด้านด้านละ 1 ฟุต

จะได้ความกว้างของพรมสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหม่มีความกว้าง เท่ากับ  $x + 2$

และจากพื้นที่เพิ่มขึ้นเป็น 36 ตารางฟุต

เนื่องจากพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส เท่ากับ ด้าน  $\times$  ด้าน

สามารถเขียนในรูปสมการคือ  $(x + 2)^2 = 36$



3.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

จากสมการ  $(x + 2)^2 = 36$

จะได้  $x^2 + 4x + 4 = 36$

$$x^2 + 4x - 32 = 0$$

$$(x + 8)(x - 4) = 0$$

แก้สมการจะได้  $x = -8$  และ  $x = 4$  แต่  $x$  ต้องมีค่าเป็นบวก

ดังนั้น พรมผืนนี้มีความกว้างเดิม เท่ากับ 4 ฟุต

3.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่

จากสมการ  $(x + 2)^2 = 36$

ให้  $x = 4$  แทนในสมการ  $(x + 2)^2 = 36$

จะได้  $(4 + 2)^2 = 36$

$$36 = 36 \quad \text{เป็นจริง}$$

4. พี่ไ้กับน้องอันมีอายุห่างกัน 5 ปี ถ้าสองเท่าของกำลังสองของอายุของพี่ไ้มากกว่ากำลังสองของผลบวกของอายุพี่ไ้และน้องอันอยู่ -73 อยากทราบว่าพี่ไ้และน้องอันมีอายุกี่ปี

4.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร อายุของพี่ไ้และน้องอัน

4.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง พี่ไ้กับน้องอันมีอายุห่างกัน 5 ปี

ถ้าสองเท่าของกำลังสองของอายุของพี่ไ้มากกว่ากำลังสองของผลบวกของอายุพี่ไ้และน้องอันอยู่ -73

4.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร

จากโจทย์ต้องการหาอายุพี่ไ้และน้องอัน ซึ่งมีอายุต่างกัน 5 ปี

สมมติให้น้องอันมีอายุ  $x$  ปี และพี่ไ้มีอายุ  $x + 5$  ปี

ถ้าสองเท่าของกำลังสองของอายุของพี่ไ้มากกว่ากำลังสองของผลบวกของอายุพี่ไ้และน้องอันอยู่ -73

สามารถเขียนแทนด้วยสมการได้ดังนี้

$$2(x + 5)^2 - (x + 5 + x)^2 = -73$$

4.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

จากสมการ  $2(x + 5)^2 - (x + 5 + x)^2 = -73$

จะได้  $2(x^2 + 10x + 25) - (2x + 5)^2 = -73$

$$2x^2 + 20x + 50 - 4x^2 - 20x - 25 = -73$$

$$-2x^2 + 98 = 0$$

$$x^2 - 49 = 0$$

$$(x + 7)(x - 7) = 0$$

แก้สมการจะได้  $x = -7$  และ  $x = 7$  แต่อายุมีค่าเป็นบวก

ดังนั้น น้องอันมีอายุ 7 ปี และพี่ไ้มีอายุ 12 ปี

4.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่

จากสมการ  $2(x + 5)^2 - (x + 5 + x)^2 = -73$

แทน  $x = 7$  จะได้  $2(7 + 5)^2 - (7 + 5 + 7)^2 = -73$

$$2(12)^2 - (19)^2 = -73$$

$$288 - 361 = -73$$

$$-73 = -73 \text{ เป็นจริง}$$

5. สนามหญ้าแห่งหนึ่งกว้าง 10 เมตร ยาว 12 เมตร รอบนอกของสนามมีถนนกว้างเท่า ๆ กันทั้งสี่ด้าน ถ้าพื้นที่ถนนเป็น 104 ตารางเมตร จงหาว่าถนนนี้กว้างกี่เมตร

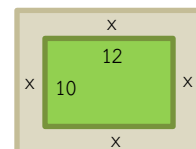
5.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร หาความกว้างของถนน

5.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง สนามหญ้าแห่งหนึ่งกว้าง 10 เมตร ยาว 12 เมตร รอบนอกของสนามมีถนนกว้างเท่า ๆ กันทั้งสี่ด้าน ถ้าพื้นที่ถนนเป็น 104 ตารางเมตร

5.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร

โจทย์ต้องการหาความกว้างของถนน

สมมติให้  $x$  แทนความกว้างของถนน



เนื่องจากสนามหญ้ามีความกว้าง 10 เมตร ยาว 12 เมตร

จะได้ว่าพื้นที่ของสนามหญ้าเท่ากับ 120 ตารางเมตร

และรอบนอกของสนามหญ้ามีถนนกว้างเท่า ๆ กันทั้งสี่ด้าน

จะได้ว่า ความกว้างของสนามหญ้ารวมกับความกว้างของถนนเท่ากับ  $10 + 2x$  เมตร

และ ความยาวของสนามหญ้ารวมกับความกว้างของถนนเท่ากับ  $12 + 2x$  เมตร

จากเงื่อนไข ถ้าพื้นที่ถนนเป็น 104 ตารางเมตร

พิจารณา พื้นที่ของถนนรวมกับพื้นที่ของสนามหญ้าจะทำให้เขียนสมการได้ดังนี้

จากสูตร พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เท่ากับ ความกว้าง  $\times$  ความยาว

จะได้  $(10 + 2x)(12 + 2x) = 104 + 120$

5.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

จากสมการ  $(10 + 2x)(12 + 2x) = 104 + 120$

จะได้  $120 + 44x + 4x^2 = 224$

$$x^2 + 11x + 30 = 56$$

$$x^2 + 11x - 26 = 0$$

$$(x + 13)(x - 2) = 0$$

แก้สมการจะได้  $x = -13$  และ  $x = 2$  แต่ความกว้างไม่ติดลบ

ดังนั้น ถนนมีความกว้าง 2 เมตร

5.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่

จากสมการ  $(10 + 2x)(12 + 2x) = 104 + 120$

แทน  $x = 2$  จะได้  $(10 + 4)(12 + 4) = 224$

$$14 \times 16 = 224$$

$$224 = 224 \quad \text{เป็นจริง}$$

จ. 3 แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน



แบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสนมวิทยาคาร

ชื่อ - สกุล ..... ชั้น.....เลขที่.....

- คำชี้แจง
1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยข้อสอบ 5 ข้อ คะแนนเต็ม 60 คะแนน เวลาในการทำแบบทดสอบ 120 นาที
  2. ให้นักเรียนตอบคำถาม/อธิบาย/แสดงวิธีทำในแต่ละข้อต่อไปนี้อย่างละเอียด
  3. นักเรียนสามารถทดลองในกระดาษทด หรือแบบทดสอบได้

1. จำนวนสองจำนวนต่างกันอยู่ 3 ถ้าผลต่างของกำลังสองของสองจำนวนนั้นเท่ากับ 111 จงหาจำนวนทั้งสองจำนวนนั้น

1.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....

.....

1.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....

.....

.....

1.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ผ้าห่มรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสผืนหนึ่ง เมื่อเอาผ้ากว้าง 1 ฟุต เย็บเป็นขอบทั้ง 4 ด้าน จะมีพื้นที่เพิ่มขึ้น เป็น 49 ตารางฟุต เดิมผ้าห่มผืนนี้กว้างด้านละกี่ฟุต

2.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....

.....

2.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....

.....

.....

2.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่ง เมื่อเพิ่มความยาวของด้าน ด้านละ 5 เซนติเมตร รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหม่และรูปเดิมจะมีพื้นที่รวมกันเท่ากับ 325 ตารางเซนติเมตร จงหาความยาวด้านของรูปเดิม

3.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....

.....

3.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....

.....

.....

3.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. ก่อเกียรติมีอายุมากกว่าก่อกุล 3 ปี ถ้ากำลังสองของผลบวกของอายุของก่อเกียรติและก่อกุลมากกว่าสองเท่าของกำลังสองของอายุของก่อเกียรติอยู่ 329 อยากทราบว่าสองคนนี้มีอายุกี่ปี

4.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....

.....

4.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....

.....

.....

4.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. สระเก็บน้ำประจำอำเภอสนมมีความกว้าง 10 เมตร ยาว 15 เมตร รอบนอกของสระมีถนนกว้างเท่า ๆ กันทั้งสองด้าน ถ้าพื้นที่ถนนเป็น 116 ตารางเมตร จงหาว่าถนนกว้างกี่เมตร

5.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร.....

.....

5.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง.....

.....

.....

5.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่.....

.....

.....

.....

.....

.....

จ. 4 เฉลยแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน



เฉลยแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (หลังเรียน)

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสนมวิทยาการ

ชื่อ - สกุล .....ชั้น.....เลขที่.....

- คำชี้แจง
1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบทดสอบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยข้อสอบ 5 ข้อ คะแนนเต็ม 60 คะแนน เวลาในการทำแบบทดสอบ 120 นาที
  2. ให้นักเรียนตอบคำถาม/อธิบาย/แสดงวิธีทำในแต่ละข้อต่อไปนี้ให้ถูกต้องอย่างละเอียด
  3. นักเรียนสามารถทดลองในกระดาษทด หรือแบบทดสอบได้

1. จำนวนสองจำนวนต่างกันอยู่ 3 ถ้าผลต่างของกำลังสองของสองจำนวนนั้นเท่ากับ 111 จงหาจำนวนทั้งสองจำนวนนั้น

1.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร หาจำนวนสองจำนวนที่มีค่าต่างกันอยู่ 3

1.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง จำนวนสองจำนวนต่างกันอยู่ 3  
เงื่อนไขคือ ถ้าผลต่างของกำลังสองของสองจำนวนนั้นเท่ากับ 111

1.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร

เนื่องจากโจทย์ต้องการให้หาจำนวนทั้งสองจำนวน

สมมติให้ จำนวนทั้งสองจำนวนนั้น แทนด้วย  $x$  และ  $x + 3$  ตามลำดับ

จากเงื่อนไขกำหนดให้ ผลต่างของกำลังสองของสองจำนวนนั้นเท่ากับ 111

จะได้สมการคือ  $(x + 3)^2 - x^2 = 111$

1.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

จากสมการ  $(x + 3)^2 - x^2 = 111$

จะได้  $x^2 + 6x + 9 - x^2 = 111$

$$6x = 102$$

$$x = 17$$

และอีกจำนวนหนึ่งเท่ากับ  $x + 3 = 17 + 3 = 20$

ดังนั้น จำนวนสองจำนวน คือ 17 และ 20 ตามลำดับ

1.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่

ให้  $x = 17$  และ  $x + 3 = 20$

จากจำนวนสองจำนวนต่างกันอยู่ 3

จะได้ว่า  $(x + 3) - x = 20 - 17$

$$3 = 3 \quad \text{เป็นจริง}$$

และจากสมการ  $(x + 3)^2 - x^2 = 111$

จะได้  $(17 + 3)^2 - 17^2 = 111$

$$20^2 - 17^2 = 111$$

$$400 - 289 = 111$$

$$111 = 111 \quad \text{เป็นจริง}$$

2. ผ้าห่มรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสผืนหนึ่ง เมื่อเอาผ้ากว้าง 1 ฟุต เย็บเป็นขอบทั้ง 4 ด้าน จะมีพื้นที่เพิ่มขึ้นเป็น 49 ตารางฟุต เดิมผ้าห่มผืนนี้กว้างด้านละกี่ฟุต

2.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร ความกว้างเดิมของพรมสี่เหลี่ยมจัตุรัส

2.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง พรมสี่เหลี่ยมจัตุรัสผืนหนึ่ง

เมื่อเอาผ้ากว้าง 1 ฟุต เย็บเป็นขอบทั้ง 4 ด้าน จะมีพื้นที่เพิ่มขึ้นเป็น 49 ตารางฟุต

2.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร

จากโจทย์ต้องให้หา ความกว้างเดิมของพรมสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ให้  $x$  แทนความกว้างเดิมของพรม

เมื่อเอาผ้ากว้าง 1 ฟุต เย็บเป็นขอบทั้ง 4 ด้าน

จะทำให้ความกว้างของพรมเพิ่มขึ้นทั้ง 4 ด้านด้านละ 1 ฟุต

จะได้ความกว้างของพรมสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหม่มีความกว้าง เท่ากับ  $x + 2$

และจากพื้นที่เพิ่มขึ้นเป็น 49 ตารางฟุต

เนื่องจากพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส เท่ากับ ด้าน  $x$  ด้าน

สามารถเขียนในรูปสมการคือ  $(x + 2)^2 = 49$

2.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

จากสมการ  $(x + 2)^2 = 49$

จะได้  $x^2 + 4x + 4 = 49$

$$x^2 + 4x - 45 = 0$$

$$(x + 9)(x - 5) = 0$$

แก้สมการจะได้  $x = -9$  และ  $x = 5$  แต่  $x$  ต้องมีค่าเป็นบวก

ดังนั้น พรมผืนนี้มีความกว้างเดิม เท่ากับ 5 ฟุต

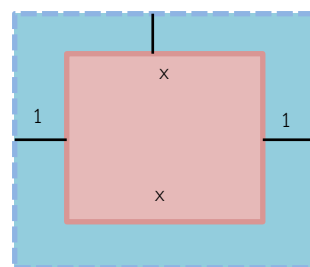
2.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่

จากสมการ  $(x + 2)^2 = 49$

ให้  $x = 5$  แทนในสมการ  $(x + 2)^2 = 49$

จะได้  $(5 + 2)^2 = 49$

$$49 = 49 \quad \text{เป็นจริง}$$



3. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่ง เมื่อเพิ่มความยาวของด้าน ด้านละ 5 เซนติเมตร รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหม่และรูปเดิมจะมีพื้นที่รวมกันเท่ากับ 325 ตารางเซนติเมตร จงหาความยาวด้านของรูปเดิม

3.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิม

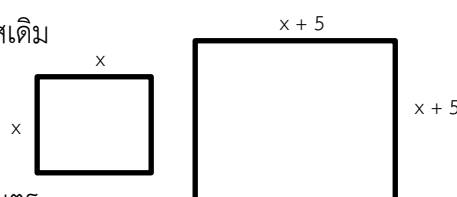
3.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปหนึ่ง

เงื่อนไขคือ เมื่อเพิ่มความยาวของด้าน ด้านละ 5 เซนติเมตร รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหม่และรูปเดิมจะมีพื้นที่รวมกันเท่ากับ 325 ตารางเซนติเมตร

3.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร

จากโจทย์ต้องให้หา ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิม

ให้  $x$  แทนความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิม



เมื่อเพิ่มความยาวของด้าน ด้านละ 5 เซนติเมตร

จะทำให้ความยาวของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเพิ่มขึ้น เท่ากับ  $x + 5$

และจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหม่และรูปเดิมจะมีพื้นที่รวมกันเท่ากับ 325 ตารางเซนติเมตร

เนื่องจากพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัส เท่ากับ ด้าน  $\times$  ด้าน

สามารถเขียนในรูปสมการคือ  $(x + 5)^2 + x^2 = 325$

3.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

จากสมการ  $(x + 5)^2 + x^2 = 325$

จะได้  $x^2 + 10x + 25 + x^2 = 325$

$$2x^2 + 10x - 300 = 0$$

$$x^2 + 5x - 150 = 0$$

$$(x + 15)(x - 10) = 0$$

แก้สมการจะได้  $x = -15$  และ  $x = 10$  แต่  $x$  ต้องมีค่าเป็นบวก ดังนั้น ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเดิม เท่ากับ 10 เซนติเมตร

3.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่

จากสมการ  $(x + 5)^2 + x^2 = 325$

ให้  $x = 10$  แทนในสมการ  $(x + 5)^2 + x^2 = 325$

จะได้  $(10 + 5)^2 + 10^2 = 325$

$$225 + 100 = 325$$

$$325 = 325 \quad \text{เป็นจริง}$$

4. ก่อเกียรติมีอายุมากกว่าก่อกุล 3 ปี ถ้ากำลังสองของผลบวกของอายุของก่อเกียรติและก่อกุลมากกว่าสองเท่าของกำลังสองของอายุของก่อเกียรติอยู่ 329 อยากทราบว่าสองคนนี้มีอายุกี่ปี

4.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร หาอายุของก่อเกียรติกับก่อกุล

4.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง ก่อเกียรติมีอายุมากกว่าก่อกุล 3 ปี

เงื่อนไขคือ ถ้ากำลังสองของผลบวกของอายุของก่อเกียรติและก่อกุล มากกว่าสองเท่าของกำลังสองของอายุของก่อเกียรติอยู่ 329

4.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร

จากโจทย์ต้องการหาอายุของก่อเกียรติกับก่อกุล และก่อเกียรติมีอายุมากกว่าก่อกุล 3 ปี สมมติให้ ก่อเกียรติมีอายุ  $x + 3$  ปี และก่อกุลมีอายุ  $x$  ปี

มีเงื่อนไขว่า ถ้ากำลังสองของผลบวกของอายุของก่อเกียรติและก่อกุล มากกว่าสองเท่าของกำลังสองของอายุของก่อเกียรติอยู่ 329

สามารถเขียนแทนด้วยสมการดังนี้

$$(x + 3 + x)^2 - 2(x + 3)^2 = 329$$

4.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

จากสมการ  $(x + 3 + x)^2 - 2(x + 3)^2 = 329$

จะได้  $(2x + 3)^2 - 2(x + 3)^2 = 329$

$$(4x^2 + 12x + 9) - 2(x^2 + 6x + 9) = 329$$

$$4x^2 + 12x + 9 - 2x^2 - 12x - 18 - 329 = 0$$

$$2x^2 - 338 = 0$$

$$x^2 - 169 = 0$$

$$(x + 13)(x - 13) = 0$$

แก้สมการจะได้  $x = -13$  และ  $x = 13$  แต่  $x$  ต้องมีค่าเป็นบวก

ดังนั้น ก่อกุลมีอายุ 13 ปี และก่อเกียรติมีอายุ  $13 + 3 = 16$  ปี

4.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่

จากสมการ  $(x + 3 + x)^2 - 2(x + 3)^2 = 329$

แทน  $x = 13$  ในสมการจะได้

$$(13 + 3 + 13)^2 - 2(13 + 3)^2 = 329$$

$$(29)^2 - 2(16)^2 = 329$$

$$841 - 512 = 329$$

$$329 = 329 \quad \text{เป็นจริง}$$

5. สระเก็บน้ำประจำอำเภอสนมมีความกว้าง 10 เมตร ยาว 15 เมตร รอบนอกของสระมีถนนกว้างเท่า ๆ กันทั้งสี่ด้าน ถ้าพื้นที่ถนนเป็น 116 ตารางเมตร จงหาว่าถนนกว้างกี่เมตร

5.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร หาความกว้างของถนน

5.2 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง สระเก็บน้ำประจำอำเภอสนมมีความกว้าง 10 เมตร ยาว 15 เมตร รอบนอกของ สระมีถนนกว้างเท่า ๆ กันทั้งสี่ด้าน  
เงื่อนไขคืออะไร ถ้าพื้นที่ถนนเป็น 116 ตารางเมตร

5.3 นักเรียนจะวางแผนแก้โจทย์ปัญหานี้อย่างไร

โจทย์ต้องการหาความกว้างของถนน

สมมติให้  $x$  แทนความกว้างของถนน

เนื่องจากสระเก็บน้ำมีความกว้าง 10 เมตร ยาว 15 เมตร

จะได้ว่าพื้นที่ของสระเท่ากับ 150 ตารางเมตร

และรอบนอกของสระมีถนนกว้างเท่า ๆ กันทั้งสี่ด้าน

จะได้ว่า ความกว้างของสระรวมกับความกว้างของถนนเท่ากับ  $10 + 2x$  เมตร

และ ความยาวของสระรวมกับความกว้างของถนนเท่ากับ  $15 + 2x$  เมตร

จากเงื่อนไข ถ้าพื้นที่ถนนเป็น 116 ตารางเมตร

พิจารณา พื้นที่ถนนรวมกับพื้นที่สระจะทำให้เขียนสมการได้ดังนี้

จากสูตร พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เท่ากับ ความกว้าง  $\times$  ความยาว

จะได้  $(10 + 2x)(15 + 2x) = 116 + 150$

5.4 จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียด

จากสมการ  $(10 + 2x)(15 + 2x) = 116 + 150$

จะได้  $150 + 50x + 4x^2 = 266$

$$4x^2 + 50x - 116 = 0$$

$$2x^2 + 25x - 58 = 0$$

$$(2x + 29)(x - 2) = 0$$

แก้สมการจะได้  $x = -14.5$  และ  $x = 2$  ซึ่ง  $x$  ต้องมีค่าเป็นบวก

ดังนั้น ถนนมีความกว้าง 2 เมตร

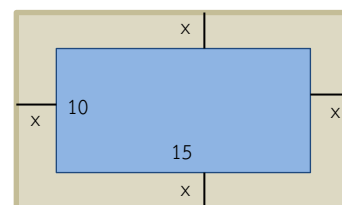
5.5 ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่

จากสมการ  $(10 + 2x)(15 + 2x) = 116 + 150$

ให้  $x = 2$  ในสมการ จะได้  $(10 + 4)(15 + 4) = 266$

$$14 \times 19 = 266$$

$$266 = 266 \quad \text{เป็นจริง}$$



## ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ	นางสุพัตรา ฉลาดเลิศ
ประวัติการศึกษา	พ.ศ. 2550–พ.ศ. 2554 มหาวิทยาลัยขอนแก่น วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ พ.ศ. 2555 มหาวิทยาลัยขอนแก่น ประกาศนียบัตรบัณฑิต สาขาวิชาชีพอครู
ประวัติการทำงาน	พ.ศ. 2555 ถึงปัจจุบัน โรงเรียนสนมวิทยาการ ตำบลสนม อำเภอสนม จังหวัดสุรินทร์
ตำแหน่ง	ครู
สถานที่ทำงาน	โรงเรียนสนมวิทยาการ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 33 อำเภอสนม จังหวัดสุรินทร์