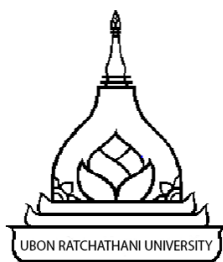




การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อเสริมสร้างความสามารถ
ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นัฐพล จำปา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี
ปีการศึกษา 2560
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยอุบลราชธานี



THE DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL ACTIVITIES APPLYING
ESTABLISH SUBGOAL STRATEGY TO ENHANCE ABILITY TO SOLVE
MATHEMATICAL PROBLEMS

NATTHAPHON JUMPA

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS
FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE
MAJOR IN MATHEMATICS EDUCATION
FACULTY OF SCIENCES
UBON RATCHATHANI UNIVERSITY
ACADEMIC YEAR 2017
COPYRIGHT OF UBON RATCHATHANI UNIVERSITY



ใบรับรองวิทยานิพนธ์
มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี
ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์

เรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัย นายรัฐพล จำปา

คณะกรรมการสอบ

รองศาสตราจารย์ ดร.อุทิศ อินทร์ประสิทธิ์

ประธานกรรมการ

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บรรทม สุระพร

กรรมการ

รองศาสตราจารย์ ดร.มนกรณ์ วัฒนทวีกุล

กรรมการ

อาจารย์ที่ปรึกษา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บรรทม สุระพร)

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชรีดา ปุกหุด)

คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.อริยาภรณ์ พงษ์รัตน์)

รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการ

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยอุบลราชธานี

ปีการศึกษา 2560

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สำเร็จได้ด้วยความกรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำ ความช่วยเหลือ ตลอดจนปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ อย่างดียิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บรรทม สุระพร อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.อุทิศ อินทร์ประสิทธิ์ และรองศาสตราจารย์ ดร.มนกรณ์ วัฒนทวีกุล ผู้ให้คำแนะนำ จนวิทยานิพนธ์สำเร็จสมบูรณ์ได้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) และโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) ที่สนับสนุนส่งเสริมและเปิดโอกาสให้ผู้วิจัยได้เข้ามาศึกษาในระดับปริญญาโท พร้อมทั้งให้การสนับสนุนด้านงบประมาณในการศึกษาและการทำวิทยานิพนธ์ในครั้งนี้ ขอขอบพระคุณผู้บริหาร คณะครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และขอขอบคุณนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2559 โรงเรียน ค้อวังวิทยาคม อำเภอค้อวัง จังหวัดยโสธร สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 28 ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์ อำนวยความสะดวก ให้คำปรึกษาชี้แนะ และให้ความร่วมมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการวิจัย

เหนือสิ่งอื่นใดขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ของผู้วิจัยที่ให้กำลังใจและให้การสนับสนุนในทุก ๆ ด้านอย่างดีที่สุดเสมอมา คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบ และอุทิศแด่ผู้มีพระคุณทุก ๆ ท่าน

นัฐพล จำปา

ผู้วิจัย

บทคัดย่อ

เรื่อง : การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัย : นายณัฐพล จำปา

ชื่อปริญญา : วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา : คณิตศาสตร์ศึกษา

อาจารย์ที่ปรึกษา: ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.บรรทม สุระพร

คำสำคัญ : การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, การสร้างเป้าหมายย่อย

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้าน การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนค้อวังวิทยาคม อำเภอค้อวัง จังหวัดยโสธร ปีการศึกษา 2559 จำนวน 31 คน ดำเนินการวิจัยแบบกลุ่มเป้าหมายกลุ่มเดียว (One-group pretest-posttest design) โดยจัดการเรียนรู้ด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 7 แผนการจัดการเรียนรู้ และใช้แบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัย ที่ต้องเขียนวิธีคิดและแสดงวิธีทำโดยละเอียด ซึ่งค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบเมื่อนำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญอยู่ในระดับใช้ได้ ผลการวิจัยพบว่ากลุ่มเป้าหมาย มากกว่าร้อยละ 60 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 70) ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้าน การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ABSTRACT

TITLE : THE DEVELOPMENT OF INSTRUCTIONAL ACTIVITIES APPLYING
ESTABLISH SUBGOAL STRATEGY TO ENHANCE ABILITY TO SOLVE
MATHEMATICAL PROBLEMS

AUTHOR : NATTHAPHON JUMPA

DEGREE : MASTER OF SCIENCE

MAJOR : MATHEMATICS EDUCATION

ADVISOR : ASST. PROF. BUNTHOM SURAPORN, Ph.D.

KEYWORDS : MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING, ESTABLISH SUBGOAL

The purpose of this study was to enhance the ability to use subgoal strategies to solve mathematics problems and study the ability of students to solve math problems, understanding the problem, problem solving and the search for the correct answer with a clear explanation. The sample group for this study was. Thirty-one Grade 9 students of Khowangwitthayakom school Yasothon. The research design was the one-group pretest-posttest design using the seven instructional activities applying establish subgoal and mathematical problem solving ability test which the index of objective congruence appropriate level. Results of the study are more than 60% of students participating in mathematical instructional activities applying establish subgoal strategy had significantly ability to use subgoal strategies to solve mathematics problems (get more than 70% of total score) to use subgoal strategy in order to solving mathematical problems at the .05 level significant and the student's ability to solve mathematical problems after participating in mathematical instructional activities applying establish subgoal strategy were higher than before participating at the .05 level of significant.

สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ	ก
บทคัดย่อภาษาไทย	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ค
สารบัญ	ง
สารบัญตาราง	ฉ
สารบัญภาพ	ช
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย	5
1.3 สมมติฐานของการวิจัย	5
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	5
1.5 ขอบเขตของการวิจัย	5
1.6 นิยามศัพท์เฉพาะ	6
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	
2.1 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	7
2.2 การจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	24
2.3 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	37
2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	41
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	
3.1 แบบแผนการวิจัย	45
3.2 กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย	46
3.3 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	46
3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล	56
บทที่ 4 ผลการวิจัย	
4.1 ผลการทดสอบความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน	67
4.2 ผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนครั้งที่ 1	69

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
4.3 ผลการทดสอบความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนครั้งที่ 2	70
4.4 ผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนหลังเรียนครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2	72
บทที่ 5 สรุป อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ	
5.1 สรุปและอภิปรายผลการวิจัย	82
5.2 ข้อเสนอแนะ	86
เอกสารอ้างอิง	88
ภาคผนวก	
ก รายนามผู้เชี่ยวชาญ	95
ข การหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของเครื่องมือ	97
ค ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้	100
ง แบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์	112
จ ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	118
ประวัติผู้วิจัย	125

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ ที่ทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	47
3.2 การให้คะแนนความสามารถในการในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	52
3.3 การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในด้านการทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา และการเขียนคำตอบที่ถูกต้องพร้อมคำอธิบายที่ชัดเจน	53
3.4 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน	56
3.5 คะแนนความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน	58
3.6 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนครั้งที่ 1	60
3.7 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนครั้งที่ 2	62
4.1 ผลคะแนนความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	68
4.2 ผลการทดสอบความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การทดสอบคะแนนมาตรฐาน	68
4.3 ผลคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน	69
4.4 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน	69
4.5 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน	70
4.6 ร้อยละของนักเรียนที่ใช้และไม่ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	71
4.7 ผลคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในแบบทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 2	71

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า	
ข.1	ค่าดัชนีความสอดคล้องกับเนื้อหา (IOC) ของแผนการจัดการเรียนรู้ การใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	98
ข.2	ค่าดัชนีความสอดคล้องกับเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	99
จ.1	ผลการทดสอบความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การทดสอบคะแนนมาตรฐาน	119
จ.2	ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้การทดสอบที่ แบบไม่อิสระ (t-dependent sample test)	121
จ.3	ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้เกณฑ์มาตรฐาน (normalized gain)	123

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
2.1	กระบวนการการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต ตามแนวคิดของวิลสันและคณะ	13
2.2	กระบวนการการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง	14
2.3	กระบวนการการแก้ปัญหา	15
2.4	กระบวนการการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและการสร้างเป้าหมายย่อย	23
3.1	ตัวอย่างแบบทดสอบก่อนเรียนและการให้คะแนนความสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	54
3.2	ตัวอย่างแบบทดสอบหลังเรียนและการให้คะแนนความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	55
4.1	การวางแผนการแก้ปัญหาด้านการใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	73
4.2	การวางแผนการแก้ปัญหาด้านการใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	74
4.3	การแสดงผลการหาคำตอบของนักเรียนในแบบทดสอบหลังเรียน	75
4.4	การแสดงผลการหาคำตอบของนักเรียนในแบบทดสอบหลังเรียน	76
4.5	การแก้ปัญหานักเรียนกลุ่มที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 2	78
4.6	การแก้ปัญหานักเรียนกลุ่มที่ไม่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 2	79

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

มนุษย์ต้องเผชิญปัญหามากมาย ซึ่งปัญหาเหล่านี้มีทั้งปัญหาที่ไม่ซับซ้อน สามารถแก้ปัญหาโดยใช้เพียงความรู้หรือประสบการณ์เดิม และปัญหาที่มีความยุ่งยากซับซ้อนมากจนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ในทันที จำเป็นต้องอาศัยความรู้ ทักษะและกระบวนการ รวมถึงเทคนิคต่าง ๆ มาช่วยแก้ปัญหา ถ้ามีความรู้หรือมีแหล่งความรู้ที่เพียงพอ มีความเข้าใจในขั้นตอนหรือกระบวนการในการแก้ปัญหา เลือกเทคนิคหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ตลอดจนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามาก่อน ก็จะสามารถแก้ปัญหาได้ดีและมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551: 6) พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 ได้กำหนดให้สถานศึกษาและหน่วยงานที่เกี่ยวข้อง ให้ความสำคัญกับแนวทางในการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนฝึกทักษะ กระบวนการคิด การแก้ปัญหา และเรียนรู้จากประสบการณ์จริงโดยกำหนดไว้ในมาตรา 24 หมวดที่ 4 ว่าด้วยการจัดกระบวนการเรียนรู้ซึ่งมีจุดเน้นบางประการได้แก่การฝึกทักษะ กระบวนการคิด การจัดการ การเผชิญสถานการณ์ และการประยุกต์ ความรู้มาใช้เพื่อป้องกันและแก้ไขปัญหา และการจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริง ฝึกการปฏิบัติให้คิดเป็น ทำเป็น รักการอ่านและเกิดการใฝ่รู้อย่างต่อเนื่อง (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545: 13)

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้มีการสนับสนุนการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีลักษณะดังกล่าว โดยใช้การกำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ซึ่งสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มี 6 สาระ ได้แก่ (1) จำนวนและการดำเนินการ (2) การวัด (3) เรขาคณิต (4) พีชคณิต (5) การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และ (6) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551: 2-3) โดยเฉพาะสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนไว้ในมาตรฐาน ค 6.1 คือ มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์ในแขนงอื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical problem solving) เป็นความสามารถหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่นักเรียนควรจะเรียนรู้ ฝึกฝน และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวของ

นักเรียน เพราะการเรียนรู้การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เขามีแนวทางการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อ และมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน เพื่อใช้เป็นเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนจะสามารถนำติดตัวไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ได้ตลอดชีวิต (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551: 6) ในประเทศไทยการจัดกระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา ครูจะมุ่งเน้นที่เนื้อหาทางคณิตศาสตร์มากกว่าทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จึงทำให้ครูเกิดความไม่คุ้นเคยกับการเรียนการสอนที่เน้นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการแก้ปัญหา โดยการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบันนั้น นักเรียนไม่สามารถที่จะนำความรู้ความเข้าใจที่มีจากการเรียนคณิตศาสตร์ในห้องเรียน ไปใช้แก้ปัญหาจริงในชีวิตประจำวันได้ กล่าวคือ นักเรียนไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ที่เกี่ยวข้อง การให้เหตุผลอธิบาย ตลอดจนการหาแหล่งอ้างอิงความรู้ที่ได้จากสถานการณ์ปัญหา การนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาในเชิงการประยุกต์ใช้ เนื้อหาทางคณิตศาสตร์อย่างสร้างสรรค์ ทำให้ขาดประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา

คณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีความสำคัญและมีความจำเป็นอย่างยิ่งต่อมนุษย์ แต่การจัดการเรียนการสอนในปัจจุบันพบว่ายังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากค่าสถิติผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินี้พื้นฐาน (O-NET) ในรายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ประจำปีการศึกษา 2558 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 29.65 และระดับมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 26.59 ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์มาตรฐานร้อยละ 50 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2558) นอกจากนี้ยังพบว่า แนวโน้มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ พ.ศ. 2558 (Trend in International Mathematics and Science Study 2015: TIMSS 2015) ซึ่งมีประเทศที่เข้าร่วมทั้งหมด 49 ประเทศ ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ย 431 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยนานาชาติที่กำหนดไว้ 500 คะแนน และอยู่ในอันดับที่ 26 (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2558)

จากการที่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำ อาจเนื่องมาจากหลายสาเหตุ ซึ่งสาเหตุหลักที่สำคัญประการหนึ่งคือ นักเรียนขาดความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งการแก้ปัญหานั้นเป็นทักษะและกระบวนการที่เป็นหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (NCTM, 1980: 1-3) ซึ่งในสภาพปัจจุบันความสามารถในการแก้ปัญหานั้นของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำ การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานั้นของนักเรียนจึงเป็นเรื่องสำคัญ แต่การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานั้นของนักเรียนจะประสบความสำเร็จหรือไม่ขึ้นกระบวนการแก้ปัญหานั้นมีความสำคัญสำหรับกระบวนการแก้ปัญหานั้นเป็นที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย ได้แก่ กระบวนการแก้ปัญหานั้นตามแนวคิดของโพลยา (Polya, 1957: 5-40) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการเริ่มต้นของการแก้ปัญหานั้นที่ต้องการให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหา และ

ตัดสินใจอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหานั้นนักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหา และระบุส่วนสำคัญของปัญหา ซึ่งได้แก่ ตัวไม่รู้ค่า ข้อมูลและเงื่อนไข โดยในการทำความเข้าใจปัญหานั้นนักเรียนต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหาอย่างถี่ถ้วน พิจารณาเข้าไปข้างหน้า พิจารณาหลากหลายมุมมอง หรืออาจใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่นการเขียนภาพ การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหา ด้วยถ้อยคำของตนเอง ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ต้องการให้นักเรียนได้ค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลและตัวไม่รู้ค่า แล้วนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาเพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนในการแก้ปัญหาและเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการตามแผน ต้องการให้นักเรียนลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน เพิ่มเติมรายละเอียดของแผนให้ชัดเจนยิ่งขึ้น แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้ ถ้าแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ไม่สามารถใช้แก้ปัญหาได้สำเร็จ นักเรียนต้องค้นหาแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง และขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบผล ต้องการให้นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มา โดยเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้องความสมเหตุสมผลของวิธีการหาคำตอบและคำตอบ

การวางแผนการแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญ เพราะเป็นการนำข้อมูลจากการทำความเข้าใจปัญหามาจัดรูปร่างหรือเค้าโครงเพื่อสร้างแผนการแก้ปัญหา ซึ่งในความเป็นจริงแล้วความสำเร็จของการแก้ปัญหาขึ้นอยู่กับแนวคิดหรือวิธีคิดที่เกี่ยวกับแผนการแก้ปัญหา โดยแนวคิดที่เกิดขึ้นนั้นอาจจะเกิดขึ้นโดยทันที หรือต้องใช้เวลาในการคิดเพื่อรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องสำหรับการสร้างแผนการแก้ปัญหา และเป็นเรื่องยากที่จะสามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้ ถ้านักเรียนมีความรู้ในเรื่องที่เกี่ยวข้องการแก้ปัญหานั้นไม่เพียงพอ เราสามารถเริ่มต้นด้วยการสำรวจสิ่งที่มีความเกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งความยากของการพิจารณาสิ่งที่เกี่ยวข้องนั้นคือ การที่เราไม่สามารถเลือกได้ว่าสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่เป็นประโยชน์จนนำไปสู่คำตอบของปัญหานั้นเป็นอย่างไร ทำให้เราต้องย้อนกลับไปพิจารณาถึงสิ่งที่ยังไม่ทราบค่าในโจทย์ เพื่อหาความสัมพันธ์และความเกี่ยวข้อง โดยเฉพาะอย่างยิ่งปัญหาหรือตัวไม่ทราบค่าที่เราเคยแก้ปัญหาในลักษณะที่คล้ายคลึงกันได้สำเร็จ จนทำให้เกิดความคิดที่เกิดจากการใช้ข้อมูลจากปัญหาที่คล้ายคลึงกัน มาเป็นส่วนสำคัญในการออกแบบหรือสร้างแผนการแก้ปัญหา หากข้อมูลที่ได้นั้นยังไม่เพียงพอหรือไม่สามารถนำไปใช้ในการวางแผนการแก้ปัญหาได้ กระบวนการเหล่านี้จะเกิดขึ้นเข้าไปข้างหน้า นอกจากนั้นยังต้องมีการทบทวนตลอดเวลาว่า ข้อมูลที่ได้มาจากการทำความเข้าใจปัญหานั้นถูกนำมาใช้ทั้งหมดหรือไม่ จนกว่าจะสามารถพบข้อมูลที่เหมาะสมและนำไปสู่การแก้ปัญหาได้จริง ๆ (Polya, 1957: 10) จะเห็นว่า การวางแผนการแก้ปัญหานั้นเป็นขั้นตอนที่ต้องใช้ทั้งข้อมูล ประสบการณ์ และทักษะการคิด โดยเฉพาะเมื่อนักเรียนพบปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ดังจะเห็นได้จาก ผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ในการทดสอบ PISA 2015 นั้น ประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ย 415 คะแนน จากคะแนน

เฉลี่ยรวม 490 คะแนน อยู่ในอันดับ 49–55 (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2560: 9)

กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา เป็นเครื่องมือสำคัญที่จะช่วยให้การวางแผนการแก้ปัญหา มีทิศทางและชัดเจน เพราะเป็นสิ่งที่ทำให้การใช้ข้อมูลจากขั้นตอนการทำความเข้าใจปัญหา เป็นไปอย่างเฉพาะเจาะจงและเป็นประโยชน์ นำไปสู่การวางแผนการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ มีทิศทางและเลือกเฉพาะข้อมูลสำคัญ ๆ ที่จะสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้จริง โดยกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา มีมากมาย เช่น การสร้างเป็นแผนภาพ การสำรวจปัญหาที่ใกล้เคียงหรือสัมพันธ์กัน การเพิ่มหรือลดรายละเอียดหรือส่วนประกอบของปัญหา การดำเนินการย้อนกลับ การสร้างเป้าหมายย่อย เป็นต้น (Schoenfeld, 1985: 23) สำหรับการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหานั้นจะสามารถทำให้ใช้เวลาแก้ปัญหาลดลง เพราะกลยุทธ์หรือเทคนิคในการแก้ปัญหาเกิดจากการแก้ปัญหาเดิมเป็นครั้งที่สอง ทำให้เกิดวิธีหรือแนวคิดใหม่ ๆ เป็นแนวทางในการแก้ปัญหา (Polya, 1945: 208) อีกทั้งการแก้ปัญหาโดยตรงโดยไม่ใช้เทคนิค หรือกลยุทธ์ใดอาจทำให้เสียเวลาและไม่มีทิศทางในการแก้ปัญหา ซึ่งอาจทำให้ไม่สามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จ

กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย เป็นหนึ่งในกลยุทธ์ที่ถูกนำมาใช้ในการแก้ปัญหา โดยเฉพาะปัญหาที่มีความซับซ้อน ไม่สามารถแก้ปัญหาได้โดยตรง จำเป็นต้องอาศัยข้อมูลจากส่วนอื่น ๆ หรือจากโจทย์ปัญหาที่มีความสัมพันธ์กัน เพื่อนำข้อมูลหรือคำตอบที่ได้นั้นมาใช้ในการแก้ปัญหาที่ต้องการ โดยการสร้างเป้าหมายย่อยนั้นจะเป็นการขยายส่วนประกอบของปัญหาออกไป เพื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์แบบเป็นขั้นตอน ทำให้สามารถเข้าใจปัญหาได้ลึกซึ้ง และเห็นความเกี่ยวข้องของปัญหาอย่างเป็นระบบ (Schoenfeld, 1985: 84) ทำให้การวางแผนการแก้ปัญหา เป็นไปอย่างมีแบบแผน ชัดเจน มีจุดเริ่มต้น และเป้าหมายที่ชัดเจน ซึ่งการเรียนการสอนในห้องเรียนปกติมักเน้นไปที่การดำเนินการแก้ปัญหาตามตัวอย่าง ซึ่งหลายครั้งพบว่านักเรียนสามารถแก้ปัญหาสำหรับปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกับตัวอย่างได้ แต่อาจจะแก้ปัญหาไม่สำเร็จเมื่อพบปัญหาที่แตกต่างออกไป นอกจากนั้นแล้วการสอนการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ยังไม่ได้เป็นไปในรูปแบบที่ชัดเจน กล่าวคือนักเรียนไม่สามารถระบุชื่อ และลักษณะการใช้งานของกลยุทธ์ที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาได้ ซึ่งในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย การรู้กลยุทธ์และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม จะทำให้สามารถแก้ปัญหาได้

ด้วยความสำคัญดังกล่าวจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ครูจะต้องเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับการให้ความรู้คณิตศาสตร์กับนักเรียน ผู้วิจัยจึงมีความสนใจสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ฝึกให้นักเรียนได้ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหา เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น แล้วศึกษาผลของการใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นในด้านความสามารถในการ

แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาตามแนวคิดของโพลยาในกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์นี้

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษาความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

1.2.2 เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้าน การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน

1.3 สมมติฐานของการวิจัย

1.3.1 นักเรียนมากกว่าร้อยละ 60 มีคะแนนความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1.3.2 นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน

1.3.3 นักเรียนมากกว่าร้อยละ 70 เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เมื่อไม่ได้บังคับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.4.1 ได้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.4.2 ได้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

1.5.1 กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายของงานวิจัยครั้งนี้คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนค้อวังวิทยาคม อำเภอค้อวัง จังหวัดยโสธร สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา มัธยมศึกษาเขต 28 จำนวน 31 คน ซึ่งเป็นห้องเรียนที่ละความสามารถ

1.5.2 ตัวแปรที่ศึกษา

1.5.2.1 ตัวแปรต้น คือ การสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

1.5.2.2 ตัวแปรตาม คือ คะแนนความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้าน การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญห และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน

1.5.3 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยเป็นเนื้อหาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1.5.4 ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้เวลา 3 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 2 คาบ คาบละ 50 นาที รวม 7 คาบ ดำเนินการตั้งแต่วันที่ 7-21 พฤศจิกายน 2559

1.6 นิยามศัพท์เฉพาะ

1.6.1 กลยุทธ์ในการแก้ปัญห หมายถึง วิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งในการวิจัยนี้ได้แก่ การใช้กลยุทธ์ “สร้างเป้าหมายย่อย”

1.6.2 กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย หมายถึง การใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายที่สัมพันธ์และต่อเนื่องกัน ซึ่งเมื่อดำเนินการแก้ปัญหจนบรรลุเป้าหมายย่อยแล้ว จะนำไปสู่คำตอบของเป้าหมายหลักคือสิ่งที่โจทย์ต้องการ

1.6.3 ความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหโดยมีการระบุเป้าหมายหลัก เป้าหมายย่อย พร้อมทั้งระบุความรู้ที่ใช้ในการสร้างเป้าหมายนั้น ๆ อย่างเป็นเหตุเป็นผล

1.6.4 ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียน ในด้านการทำความเข้าใจปัญหา ด้านการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหและด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังรายละเอียดต่อไปนี้

- 2.1 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.2 การจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.3 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1.1 ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แนวคิดเกี่ยวกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้มีผู้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้หลายท่านดังนี้

โพลยา (Polya, 1957: 5-40) ได้กล่าวว่า ปัญหา คือ เหตุการณ์หรือสถานการณ์ซึ่งจำเป็นต้องหาคำตอบที่อยู่ตอนสุดท้าย แต่ไม่สามารถดำเนินการหรือหาคำตอบได้โดยตรงเนื่องจากมีสิ่งที่ยังไม่รู้ หรือมีบางอย่างบล็อกไว้ไม่ให้เห็นคำตอบนั้น” (Polya, 1957: 5-40)

ครูลิก และรูดนิค (Krulik and Rudnick, 1987: 3) ได้กล่าวว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ ซึ่งบุคคลหรือกลุ่มคนต้องเผชิญ และต้องดำเนินการแก้ปัญหา โดยแสวงหาวิธีการและหนทางในการแก้ปัญหานั้นให้สำเร็จ

เซฟฟีล และ ครุคแซง (Sheffield and Cruikshank, 2000: 38) ได้กล่าวว่าปัญหาเป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ทำให้เกิดความงุนงง ซึ่งนักเรียนจะไม่คุ้นเคยและไม่สามารถหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว หรือวิธีการแก้ปัญหาได้ทันที ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ แต่ไม่ได้หมายความว่าเกี่ยวข้องกับเรื่องของจำนวนเท่านั้น เพราะอาจมีความหมายเกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตรรกศาสตร์ หรือปริภูมิทางคณิตศาสตร์ด้วย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 7) ได้ให้ความหมายว่าปัญหาในทางคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ซึ่งเผชิญอยู่และต้องการคำตอบ โดยยังไม่รู้คำตอบหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบในสถานการณ์นั้นทันที

จากการให้ความหมายของ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ทำให้เราสามารถสรุปความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นเหตุการณ์หรือสถานการณ์ ที่ต้องการคำตอบ โดยใช้กระบวนการและความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเหตุการณ์หรือสถานการณ์นั้นจะไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที

2.1.2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เนื่องจากการให้ความหมายของ “ปัญหาทางคณิตศาสตร์” เป็นการให้ความหมายในเชิงที่เกี่ยวข้องกับความยากของวิธีการในการค้นหาคำตอบ ทำให้ความหมายของ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงไม่สามารถให้ความหมายได้อย่างตรงไปตรงมา จึงได้มีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

โพลยา (Polya, 1957: 4-5) ได้กล่าวว่าการแก้ปัญหาถือเป็นความสามารถพิเศษทางสมองนับเป็นพรสวรรค์ของแต่ละคนที่จะสามารถทำให้บุคคลนั้นมีความสามารถพิเศษเหนือผู้อื่น

กาเย่ (Gagne, 1970: 63) ได้อธิบายว่ากระบวนการการแก้ปัญหาถือเป็นรูปแบบของการเรียนรู้อย่างหนึ่งที่จะต้องอาศัยการเรียนรู้เกี่ยวกับหลักการและความเกี่ยวข้องกันของหลักการ ตั้งแต่สองประเภทขึ้นไป และมีการใช้หลักการนั้นผสมผสานการจนเกิดเป็นความสามารถชนิดใหม่ที่เรียกว่าความสามารถทางด้านการคิดแก้ปัญหา ซึ่งการเรียนรู้ประเภทนี้จำเป็นต้องอาศัยหลักการเรียนรู้แบบมโนคติ ที่ต้องสามารถมองเห็นลักษณะร่วมกันของสิ่งเราได้ทั้งหมด

กู๊ด (Good, 1973: 439) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาถือเป็นกระบวนการที่ต้องใช้เพื่อค้นหาหรือทำให้เกิดความสัมพันธ์ใหม่จากที่กำลังสังเกตหรือรับรู้กระบวนการนี้จะประกอบด้วยการตั้งสมมติฐานทั้งในแบบเปิดเผยและไม่เปิดเผยมีการใช้ความคิดและความเข้าใจทั้งแบบอย่างง่ายหรืออย่างซับซ้อนเพื่อตรวจสอบสมมติฐานนั้น กระบวนการนี้ถ้ากระทำอย่างเป็นระบบจะเรียกว่าการวิจัย

อาดัมส์ (Adams, 1977: 173) อธิบายเกี่ยวกับการแก้ปัญหาไว้ว่าเป็นกระบวนการที่มีความซับซ้อนทางสมอง นำไปสู่การจินตนาการ การคิดที่เป็นนามธรรมและการเชื่อมโยงความคิด ต่าง ๆ ที่สำคัญ ซึ่งต้องมีการพัฒนารูปแบบและรูปแบบของการแก้ปัญหาที่เคยใช้กับปัญหาหนึ่งได้สำเร็จ อาจจะใช้ไม่ได้กับปัญหาอื่นดังนั้นการพัฒนารูปแบบการคิดต้องเป็นไปในทางที่จะพัฒนาไปสู่รูปแบบการคิดที่ยากขึ้นซึ่งเป็นเรื่องที่จำเป็นมาก

แมคคลอร์ด (McLard, 1985: 276) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นความสามารถของนักเรียนในการดำเนินการตามข้อคำถามคณิตศาสตร์ที่วิธีทำหรือคำตอบของคำถามนั้นไม่สามารถหาได้โดยทันที นอกจากนั้นแล้ว วิธีการหาคำตอบต้องไม่ใช่วิธีการที่นักเรียนรู้อยู่

ก่อนแล้ว ซึ่งการให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในลักษณะนี้ หมายถึงนักเรียน จำเป็นต้องมีการใช้ทักษะ หรือการประยุกต์ มากกว่าที่จะเป็นเพียงแบบฝึกหัดที่เน้นแค่การคำนวณ

เวทลีย์ (Wheatley, 1984) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปทั่วไป ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือสิ่งที่คนคนหนึ่งต้องทำเมื่อไม่รู้ว่าจะทำอะไร

บิทเทอร์ แฮทฟิลด์และเอดเวิร์ด (Bitter, Hatfield and Edward, 1989: 36) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาไว้ 3 ลักษณะ ดังนี้

(1) การแก้ปัญหา ในลักษณะของ เป้าหมาย (As a goal) เป็นการแก้ปัญหาที่สนใจ ผลลัพธ์สุดท้ายมากกว่ากระบวนการ รายละเอียดหรือวิธีการแก้ปัญหา

(2) การแก้ปัญหา ในลักษณะของ กระบวนการ (As a process) เป็นการแก้ปัญหาที่ให้ความสนใจไปที่กระบวนการการแก้ปัญหา โดยเน้นในเรื่องของการฝึกฝนวิธีการ กลยุทธ์ ตลอดจนการ ค้นหาคำตอบด้วยตัวเอง

(3) การแก้ปัญหา ในลักษณะของทักษะ (As a skill) เป็นการแก้ปัญหาซึ่งต้องใช้ความ ตั้งใจและความพยายามคิดหาวิธีการเพื่อให้แก้ปัญหาให้สำเร็จให้ได้

ครูลิค และรูดนิค (Krulik and Rudnick, 1987: 4) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ การที่แต่ละบุคคลได้ใช้ความรู้ที่มีอยู่เดิมรวม ไปถึงทักษะและความเข้าใจเกี่ยวกับการแก้สถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538: 53) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ความคิด ความรู้ รวมกับ ประสบการณ์ที่มีเพื่อประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดไว้ในปัญหา

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537: 5-8) ได้อธิบายเกี่ยวกับการ แก้ปัญหาว่า เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาโดยผู้แก้ปัญหจะต้องใช้ความรู้ความคิด และประสบการณ์ที่มีอยู่เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่ถูกกำหนดไว้ในปัญหา ซึ่งความสำคัญของการแก้ปัญหาสามารถสรุปได้ดังนี้

(1) การแก้ปัญหาคือเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์ โดยในชีวิตประจำวันของมนุษย์ต้องพบกับปัญหาและอุปสรรคมากมาย ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีมี ผลทำให้สภาพแวดล้อมและสังคมเปลี่ยนไป มนุษย์จึงต้องใช้ความสามารถในการคิดแก้ปัญหาอยู่ตลอดเวลาเพื่อให้สามารถปรับตัวและดำรงอยู่ในสังคมได้ ซึ่งการที่บุคคลมีชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข จำเป็นต้องมีความสามารถในการแก้ปัญหาที่ชาญฉลาด รวดเร็วทันต่อเหตุการณ์และมี ประสิทธิภาพ ซึ่งถือได้ว่าเป็นความสามารถขั้นพื้นฐานของมนุษย์

(2) การแก้ปัญหทำให้เกิดการค้นพบความรู้ใหม่ ๆ ซึ่งจากการศึกษาหลักฐานทาง ประวัติศาสตร์และคณิตศาสตร์ศึกษาจะพบว่าความคิดแก้ปัญหาในทางคณิตศาสตร์นั้นส่งผลให้เกิดการ

ค้นพบความรู้ใหม่ๆ จนทำให้วิชาคณิตศาสตร์มีการพัฒนา เช่น ความพยายามในการพิสูจน์สัจพจน์ การขนานในเรขาคณิตของยูคลิดมีอิทธิพลอย่างยิ่งต่อการพัฒนาเรขาคณิตแขนงใหม่ เช่น เรขาคณิตนอกระบบยูคลิด ซึ่งเมื่อพบปัญหาความพยายามในการคิดแก้ปัญหาจะก่อให้เกิดการพัฒนากระบวนการทางความคิดซึ่งเป็นประสบการณ์ใหม่ และเมื่อผสมผสานกับประสบการณ์เดิมจะทำให้เกิดความรู้ใหม่ทั้งในเชิงเนื้อหาและวิธีการ

(3) การแก้ปัญหาถือเป็นความสามารถที่ต้องปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนอย่างต่อเนื่อง อนุษณีย์ โพธิสุข (2537: 117) ได้อธิบายว่า การแก้ปัญหาถือเป็นกระบวนการที่ต้องใช้ความรู้ทักษะ ความเข้าใจ รวมไปถึงการใช้กลยุทธ์ทางปัญญา เพื่อสังเคราะห์ความรู้ด้วยความเข้าใจจะถูกนำมาปรับใช้กับสถานการณ์ที่แตกต่างกัน

สมเดช บุญประจักษ์ (2543: 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ถือเป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผู้แก้ปัญหาก็ต้องใช้ความรู้ความคิดและประสบการณ์เดิมผนวกเข้ากับสถานการณ์ที่กำหนดให้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 6-7) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับการแก้ปัญหาไว้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หมายถึงการนำเอาความรู้ทางคณิตศาสตร์ขั้นตอนกระบวนการการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่มาประยุกต์ใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งการแก้ปัญหาถือเป็นกระบวนการที่ผู้เรียนควรจะต้องเรียนรู้ฝึกฝนและมีการพัฒนาให้เกิดทักษะปรากฏขึ้นในตัวนักเรียน การเรียนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ผู้เรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลายมีอุปนิสัยกระตือรือร้น มีความมั่นใจและไม่ย่อท้อในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ ตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน

จากความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้สามารถให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ว่าเป็นกระบวนการที่ต้องมีการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์กระบวนการแก้ปัญหา กลยุทธ์การแก้ปัญหา ผนวกเข้ากับประสบการณ์ที่มีอยู่เพื่อค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1.3 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าว ตามเกณฑ์ดังต่อไปนี้

รัสเซลล์ (Russell, 1961: 225) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็นสองประเภท คือ

- (1) ปัญหาที่เป็นรูปแบบ คือ ปัญหาที่ปรากฏในหนังสือเรียน หรือหนังสือทั่วไป
- (2) ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ คือ ปัญหาที่พบทั่วไป ในชีวิตประจำวัน

โพลยา (Polya, 1957: 154) ได้แบ่งประเภทของปัญหาตามจุดประสงค์ของปัญหาออกเป็น 2 ประเภทได้แก่

(1) ปัญหาที่ให้ค้นหาคำตอบ (Problem to find an answer) เป็นปัญหาที่มีความต้องการให้นักเรียนได้มีโอกาสค้นหาคำตอบซึ่งคำตอบอาจอยู่ในรูปของปริมาณจำนวนหรืออาจให้หาวิธีการและคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผล

(2) ปัญหาที่ให้พิสูจน์ (Problem to prove) เป็นปัญหาที่มีความต้องการให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นข้อความที่เป็นจริงหรือข้อความที่เป็นเท็จ

บาร์ดูดี (Baroody, 1993: 2-34) แบ่งประเภทของปัญหาตามผู้แก้ปัญหาซึ่งแบ่งได้เป็น 2 ประเภทดังนี้

(1) ปัญหาที่คุ้นเคย (Routine problem) เป็นปัญหาที่มีลักษณะไม่ซับซ้อนหรือเรียกว่าเป็นปัญหาชั้นเดียว (Simple translation problem) ซึ่งเป็นปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคยกับผังโครงสร้าง วิธีการและกลยุทธ์การแก้ปัญหา อาจจะได้เห็นในตัวอย่างหรือหนังสือเรียน

(2) ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (Non-routine problem) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่มีความคุ้นเคยกับทั้งโครงสร้าง วิธีการหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ไม่เคยพบในหนังสือเรียนที่ตัวอย่างที่เคยเห็นมาก่อน โดยลักษณะของปัญหาจะเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนและส่วนใหญ่ปัญหาประเภทนี้มักถูกนำมาใช้ในการประเมินกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน

รีส์ ซุยดัม และมอนท์โกเมอรี (Reys, Suydam and Montgomery, 1992: 29) แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทได้แก่

(1) ปัญหาธรรมดา คือปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาที่มีความคุ้นเคยทั้งในโครงสร้างและวิธีการของปัญหาเช่น อาจเคยพบตัวอย่างซึ่งเมื่อพบปัญหาจะสามารถทราบได้เกือบทันทีว่าวิธีแก้ปัญหานั้นเป็นอย่างไร ข้อมูลที่กำหนดให้ในปัญหาประเภทนี้จะมีเฉพาะข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอต่อการหาคำตอบโดยมุ่งเน้นฝึกทักษะในด้านใดด้านหนึ่ง ปัญหาประเภทนี้จะพบในหนังสือเรียนทั่วไป

(2) ปัญหาที่ไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหามustต้องประมวลความรู้และความสามารถหลายหลายอย่างเข้าไว้ด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาโดยปัญหาที่มีลักษณะเป็นปัญหาที่ไม่ธรรมดานี้จะสอดคล้องกับสภาพความจริงของชีวิตประจำวันมากกว่าประเภทแรก และข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้จะมีทั้งข้อมูลที่จำเป็นและข้อมูลที่ไม่จำเป็น ซึ่งบางครั้งอาจมีการกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอ และวิธีการหาคำตอบอาจมีได้หลายวิธีการ ซึ่งคำตอบอาจมีได้มากกว่าหนึ่งคำตอบ

จากการค้นคว้าเอกสารข้างต้น สรุปได้ว่า ปัญหาที่มีหลายประเภทตามลักษณะการจำแนกประเภท ซึ่งการจำแนกตามลักษณะการได้พบกับปัญหาของตัวผู้แก้ปัญหา จะสามารถแบ่งได้เป็นปัญหาที่คุ้นเคย และปัญหาที่ไม่คุ้นเคย

2.1.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กระบวนการแก้ปัญหาเป็นปัจจัยสำคัญที่เป็นสิ่งชี้วัดความสำเร็จในการแก้ปัญหา โดยกระบวนการแก้ปัญหานั้นได้รับการยอมรับและนำมาใช้อย่างแพร่หลาย ได้แก่ กระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา (Polya, 1957: 5-40) ซึ่งจะประกอบไปด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

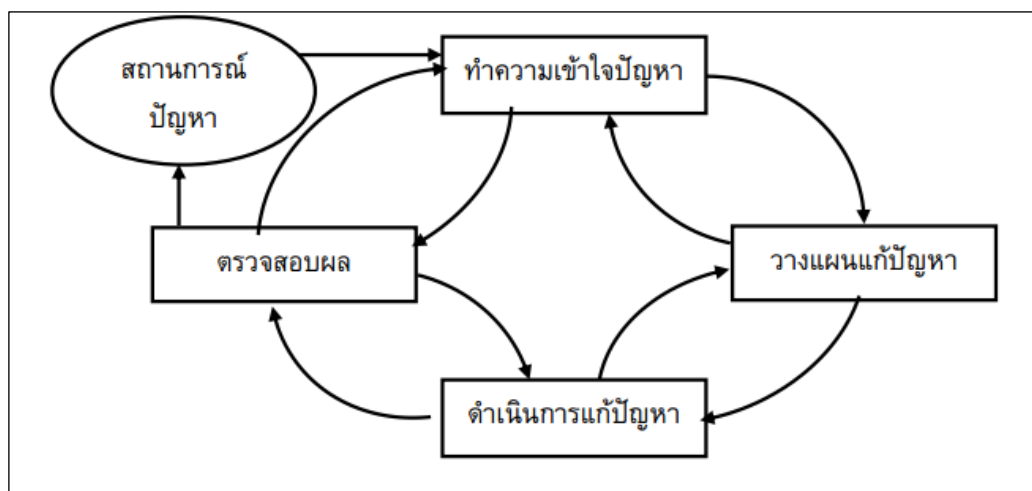
ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจ ปัญหาขั้นตอนนี้ถือเป็นเครื่องตอนเริ่มต้นของการแก้ปัญหา ที่ต้องการให้นักเรียนได้มีความคิดเกี่ยวกับปัญหาและจะต้องตัดสินใจว่าสิ่งใดคือสิ่งที่ต้องการค้นหาโดยนักเรียนต้องทำความเข้าใจปัญหาพร้อมทั้งระบุส่วนสำคัญของปัญหา อันได้แก่ตัวไม่ทราบค่า ข้อมูล และเงื่อนไขต่าง ๆ ซึ่งในการทำความเข้าใจปัญหานี้ นักเรียนต้องพิจารณาส่วนสำคัญของปัญหา มีการวิเคราะห์อย่างถี่ถ้วนเข้าไปเข้ามา ทั้งแบบตรงไปตรงมาและหลากหลายมุมมอง หรืออาจจะมีการใช้วิธีต่าง ๆ ช่วยในการทำความเข้าใจปัญหาเช่นการเขียนแผนภาพ การเขียนแผนภูมิหรือการเขียนปัญหาใหม่ด้วยถ้อยคำของตนเอง

ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องมีการค้นหาความเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลกับตัวไม่ทราบค่าวิเคราะห์หาความสัมพันธ์และนำความสัมพันธ์นั้นมาประสมประสานกันรวมเข้ากับประสบการณ์ในการแก้ปัญหของนักเรียน เพื่อใช้ในการกำหนดแนวทางหรือวางแผนในการแก้ปัญหาและมีการเลือกใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาในขั้นตอนนี้ด้วย

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติตามแนวทางหรือแผนที่ได้วางไว้ อาจจะเริ่มจากการตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผนมีการเพิ่มเติมรายละเอียดของแผนให้ชัดเจนจากนั้นลงมือปฏิบัติ จนสามารถหาคำตอบสร้างแผนด้วยกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่เลือกไว้ยังไม่สามารถใช้แก้ปัญหาได้นักเรียนจำเป็นจะต้องมีการค้นหาแผนหรือกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาใหม่และวางแผนการแก้ปัญหาใหม่อีกครั้ง

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล ขั้นตอนนี้ต้องการให้นักเรียนได้มองย้อนกลับไปจากคำตอบที่ได้ ซึ่งเริ่มจากการตรวจสอบความถูกต้องความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้รวมไปถึงกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาจากนั้นพิจารณาว่ามีกลยุทธ์หรือคำตอบที่จะใช้ในการแก้ปัญหาย่อยอื่นอีกหรือไม่โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับนักเรียนที่คาดเดาคำตอบเมื่อลงมือปฏิบัติก็จะสามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบจากการที่คาดเดา และคำตอบจริงได้

วิลสัน และคณะ (Wilson et al, 1993: 60) ร่วมกันค้นหาและพัฒนากรอบแนวคิดที่เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหที่สอดคล้องและสนับสนุนกระบวนการ การแก้ปัญหของโพลยาในรูปแบบที่เป็นพลวัต มีลำดับไม่ตายตัว และสามารถวนไปมาได้ดังภาพที่ 2.1



ภาพที่ 2.1 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต ตามแนวคิดของวิลสัน และคณะ
ที่มา: Wilson et al. (1993)

จากแผนภาพกระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตสามารถอธิบายได้ว่า เมื่อนักเรียนเผชิญปัญหาหรือสถานการณ์ที่เป็นปัญหา จะต้องมีการเริ่มต้นที่การทำความเข้าใจปัญหาก่อน จากนั้นจึงมีการวางแผนการแก้ปัญหาซึ่งอาจจะเป็นการกำหนดกลยุทธ์ที่เหมาะสมและคาดว่าจะแก้ปัญหาได้แล้วดำเนินการตามแผนการแก้ปัญหาที่วางไว้จนกระทั่งสามารถค้นหาคำตอบ สุดท้ายจะต้องพิจารณาความถูกต้องความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้รวมไปถึงกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา สำหรับทิศทางของลูกศรนั้นจะเป็นการแสดงการตัดสินใจการพิจารณาที่จะดำเนินการขั้นตอนใดขั้นตอนหนึ่งไปสู่ขั้นตอนอีกขั้นตอนหนึ่งหรือพัฒนาย้อนกลับจากการตอนก่อนหน้าเมื่อมีปัญหาหรือพบข้อสงสัย เช่น เมื่อนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้แต่ปรากฏว่าการแก้ปัญหาดังกล่าวไม่สามารถนำไปสู่คำตอบของปัญหาได้ นักเรียนจะมีการย้อนกลับไปพิจารณาขั้นตอนของการทำความเข้าใจปัญหาใหม่และดำเนินการขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหา พร้อมทั้งลงมือปฏิบัติตามแผนอีกครั้งเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาที่ต้องการ

ครูลิข และรุदनิก (Krulik and Rudnick, 1996: 5-6) ได้มีการเสนอกระบวนการ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

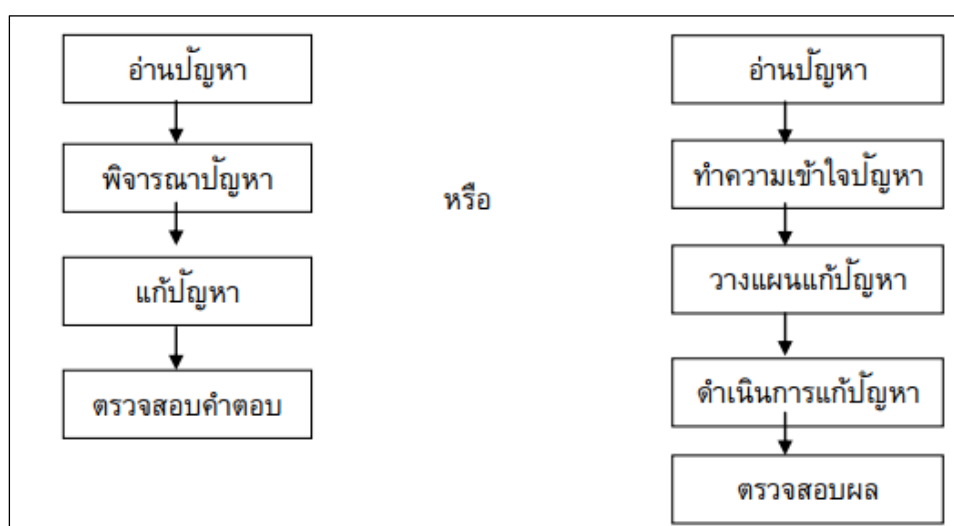
- (1) ขั้นการอ่านและคิด เป็นขั้นตอนในการวิเคราะห์ปัญหาตรวจสอบและประเมินผลข้อเท็จจริงพร้อมทั้งเชื่อมโยงทุกส่วนของปัญหา
- (2) ขั้นการสำรวจและวางแผน เป็นขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูลตัดสินใจเลือกข้อมูลที่จำเป็นและตัดข้อมูลที่จำเป็นทิ้งอาจจะมีการจัดข้อมูลให้อยู่ในรูปตารางการเขียนภาพการสร้างแบบจำลองเพื่อการวางแผนการแก้ปัญหาอื่น ๆ

(3) ขั้นการคัดเลือกกลยุทธ์ เป็นขั้นตอนที่คนส่วนใหญ่เห็นว่ามีความยุ่งยากกว่าทุกทุกขั้นตอนโดยกลยุทธ์ถือเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการการแก้ปัญหา ซึ่งจะเป็นตัวกำหนดทิศทางที่ผู้แก้ปัญหาจะใช้ในการหาคำตอบ

(4) ขั้นการหาคำตอบ เป็นขั้นตอนที่ต้องใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหานั้นเพื่อใช้หาคำตอบที่ถูกต้องอาจจะใช้การประมาณค่าโดยใช้เครื่องคำนวณแล้วแต่ความเหมาะสม

(5) ขั้นการสะท้อนกลับและการขยายผล เป็นขั้นตอนของการตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้ตรงตามเงื่อนไขของปัญหาหรือไม่และคำตอบที่ได้ถูกต้องชัดเจนเพียงใด จะสามารถขยายผลไปสู่กรณีทั่วไปหรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ภายใต้สถานการณ์เดิมได้หรือไม่

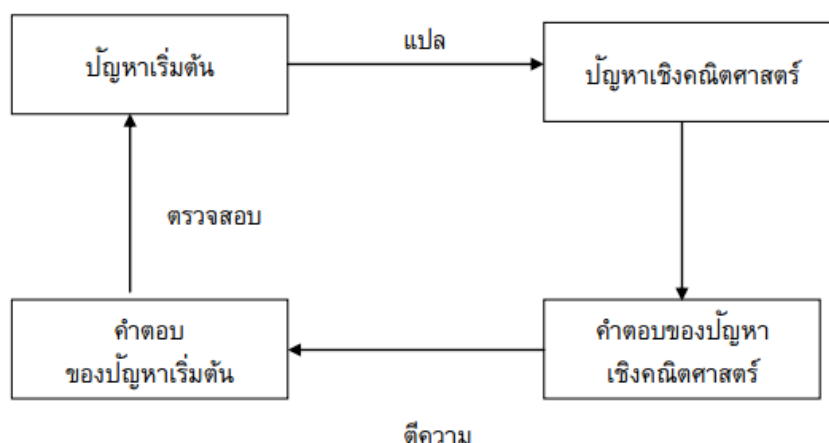
วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาตาเวย์ (Wilson Fernandez and Hadaway, 1993: 60-62) ได้กล่าวถึง กระบวนการการแก้ปัญหาว่ามักมีการนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นขั้นๆ โดยมีลักษณะเป็นกรอบการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรงดังภาพที่ 2.2



ภาพที่ 2.2 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นแนวตรง

ที่มา: สมเดช บุญประจักษ์ (2540)

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537: 16-17) ได้แสดงถึงกระบวนการการแก้ปัญหาโดยภาพรวมไว้ดังภาพที่ 2.3



ภาพที่ 2.3 กระบวนการการแก้ปัญหา

ที่มา: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
(2537)

ขนาด เชื้อสุวรรณทวี (2542: 75) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา ทำความเข้าใจปัญหา โดยต้องอาศัยทักษะการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล สิ่งที่เกี่ยวข้อง แต่สิ่งที่เป็นข้อมูลจากโจทย์ จำแนกสิ่งที่เกี่ยวข้องและสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาออกจากกัน

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่นักเรียนจะต้องใช้ความคิดว่าจะสมมุติสัญลักษณ์อย่างไร ข้อมูลมีความสัมพันธ์กันอย่างไร สิ่งที่ยังหรือยังไม่รู้เกี่ยวข้องกันอย่างไร และต้องหาวิธีการแก้ปัญหา โดยต้องอาศัยกฎเกณฑ์ หลักการ ทฤษฎีต่าง ๆ ประกอบเข้ากับข้อมูลที่มี แล้วจึงเสนอออกมาในรูปของวิธีการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 การคิดคำนวณหาคำตอบที่ถูกต้อง ในขั้นตอนนี้ต้องมีการคิดคำนวณ คิดหาคำตอบของปัญหา โดยใช้วิธีการหาคำตอบตามแผนที่วางไว้ ซึ่งต้องรู้จักวิธีการคิดคำนวณที่เหมาะสมตลอดจนตรวจสอบวิธีการและตรวจสอบคำตอบ

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2542: 15-16) ได้กล่าวถึงกระบวนการการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

(1) ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นตอนที่ต้องระบุถึงสิ่งที่ต้องการระบบข้อมูลที่กำหนด และระบุเงื่อนไขที่เชื่อมโยงสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนด

(2) วางแผนการแก้ปัญหา ขั้นตอนนี้จะเป็นการระบุข้อมูลที่จำเป็นและข้อมูลที่ไม่จำเป็นสำหรับการได้มาซึ่งคำตอบ ระบุนิยามย่อย พร้อมทั้งเลือกใช้กลยุทธ์ที่เหมาะสม สังเกตรูปแบบ คิดจากหลายเหตุย้อนสู่ต้นเหตุ คาดการณ์และทดสอบ ทดลองและสร้างสถานการณ์จำลอง ลดความ

ซับซ้อนของปัญหาลง แบ่งปัญหาออกเป็นส่วนๆ ใช้วิธีอนุมานทางตรรกวิทยา และแจกแจงสมาชิกทั้งหมด

(3) ดำเนินการตามแผน ขั้นตอนนี้เป็นการดำเนินการตามแผนหรือยุทธวิธีที่เลือกไว้ คำนวณหาคำตอบ ให้คำอธิบาย และให้เหตุผลประกอบ

(4) ตรวจสอบกระบวนการและคำตอบ ขั้นตอนนี้เป็นการระบุว่าคำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ มีการตรวจสอบคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ หาวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพกว่า ดัดแปลงเพิ่มเติมเงื่อนไขเพื่อสร้างปัญหาใหม่

ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่มีขั้นตอน 3 ขั้นตอนคือ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา และการดำเนินการตามแผน

2.1.5 กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคือเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการแก้ปัญหา นักแก้ปัญหานั้นจะมีกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายและพร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ทันทีทันใดเมื่อได้เผชิญกับปัญหาดังนั้นนักเรียนจึงควรที่จะได้เรียนรู้หรือฝึกทักษะในการใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาดังนี้ เพื่อให้ชำนาญ เพื่อจะได้เป็นพื้นฐานที่จะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีการให้ความหมายไว้ดังนี้

ครูลิค และรูดนิค (Kulik and Rudnick, 1993: 45-50) ได้นำเสนอกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

- (1) การค้นหาแบบรูป (Pattern Recognition)
- (2) การทำย้อนกลับ (Working Backward)
- (3) การคาดเดาและการตรวจสอบ (Guess and Test)
- (4) การแสดงบทบาทสมมติหรือการทดลอง (Simulation or Experimentation)
- (5) การสรุป รวบรวม หรือการขยายความ (Reduction / Expansion)
- (6) การแจกแจงที่เป็นไปได้อย่างเป็นระบบ (Organized Listing / Exhaustive listing)
- (7) การให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์ (Logical Deduction)

แฮทฟิลด์ เอ็ดวาร์ด และบิตเทอร์ (Hatfield, Edward and Bitter, 1993: 50-60) ได้เสนอกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

(1) การประมาณค่าและการตรวจสอบ (Estimation and Check) เป็นการนำเสนอคำตอบที่ใกล้เคียงเพื่อตัดสินว่าแนวทางในการแก้ปัญหาใดน่าจะเป็นวิธีที่จะทำให้ได้คำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้อาจไม่ถูกต้องก็ได้ คำตอบที่ประมาณขึ้นมานี้จะต้องมีการตรวจสอบเพื่อให้ได้คำตอบที่แท้จริง ซึ่งการประมาณคำตอบสามารถทำเป็นประจำซึ่งทำให้เป็นพื้นฐานในห้องเรียน

(2) การหาแบบรูป (Looking for Pattern) สำหรับปัญหาบางปัญหาอาจมีวิธีแก้วิธีเดียวเท่านั้น คือการหาแบบรูปจากข้อมูลที่ได้ เพื่อทำนายข้อมูลที่ไม่ได้ให้มา

(3) การตรวจว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information) เนื่องจากบางครั้งข้อมูลที่ได้จากโจทย์ปัญหาอาจให้มาไม่เพียงพอและมีบางส่วนขาดหายไป

(4) การเขียนภาพ กราฟ และตาราง (Drawing Picture, Graph and Table) สำหรับวิธีนี้จะช่วยให้นักเรียนได้มองเห็นภาพจากข้อความปัญหาที่ยุ่งยากหรือเป็นนามธรรม โดยการวาดภาพ การเขียนกราฟ หรือการสร้างตารางที่เป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้นักเรียนได้เห็น ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล

(5) การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก (Elimination of Extraneous Data) สำหรับปัญหาบางปัญหาข้อมูลที่ให้มานั้นมีทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น นักเรียนจึงจะต้องตัดข้อมูลในส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อให้ข้อมูลที่ได้นั้นครบถ้วน

(6) การพัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formula and Writing) เป็นการสร้างสูตรหรือสมการขึ้น เพื่อใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ

(7) การสร้างแบบจำลอง (Modeling) การสร้างแบบจำลองของปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจโมเดลในการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา

(8) การทำงานแบบย้อนกลับ (Working Backward) การทำงานแบบย้อนกลับเป็นการคิดย้อนกลับจากส่วนที่น่าจะเป็นคำตอบย้อนกลับมาหาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ซึ่งจะใช้มากในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

(9) การเขียนแผนภูมิสายงาน (Flow Charting) การเขียนแผนภูมิสายงานจะช่วยให้นักเรียนได้เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา โดยผ่านงานจะเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนที่ต้องดำเนินการตามเงื่อนไขต่าง ๆ

(10) การลงมือแก้ปัญหานั้นทันที (Acting Out the Problem) การลงมือแก้ปัญหานั้นทันที เป็นการลงมือแก้ปัญหานั้นโดยทันทีซึ่งอาจจะทำให้เห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

(11) การทำปัญหาให้ง่ายขึ้น (Simplifying the Problem) เป็นการลองแทนจำนวนน้อย ๆ ที่สามารถคำนวณได้ลงในโจทย์ปัญหาก่อน โดยนักเรียนจะต้องสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้ เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการดำเนินการแก้ปัญหาที่มีอยู่ ซึ่งนักเรียนจำเป็นต้องใช้ความรู้ในการที่จะเลือกการดำเนินการที่เหมาะสม

เคเนดี้ และทิปส์ (Kenedy and Tipps, 1994: 139-156) ได้เสนอกกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

(1) การค้นหาแบบแผน (Look for Pattern) หรือเป็นวิธีที่ใช้กันอย่างกว้างขวางในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ในเด็กเล็กจะสามารถค้นหาและอธิบายแบบแผนของสิ่งต่าง ๆ ได้ ส่วนเด็กโตจะคิดพร้อมกับแบบแผนที่เป็นนามธรรมและการใช้เหตุผลประกอบมากขึ้น

(2) การใช้แบบจำลอง (Use a Model) การใช้แบบจำลองจะใช้สำหรับแก้ปัญหาทั้งที่เป็นปัญหาธรรมดาและไม่ธรรมดา นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมให้ใช้กลยุทธ์นี้ ผ่านอุปกรณ์ที่เหมือนจริง การใช้แบบจำลองจะดีกว่าการวาดภาพสำหรับปัญหาบางปัญหาเนื่องจากแบบจำลองสามารถเคลื่อนย้ายได้

(3) การใช้ภาพหรือแผนภาพ (Use a Drawing or Diagram) เป็นประโยชน์มากสำหรับเด็กเล็กจะเรียนรู้ที่จะใช้ภาษาภาพเป็นตัวแทนในการบันทึกข้อมูลเกี่ยวกับปัญหา ในเด็กโตการนำเสนอรูปภาพและแผนภาพจะถูกเปลี่ยนมาเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างส่วนต่าง ๆ ของปัญหา รวมถึงกระบวนการสำหรับการแก้ปัญหาด้วย

(4) การลงมือแก้ปัญหาทันที (Act it Out) เป็นการแก้ปัญหาโดยทันทีซึ่งจะไม่ค่อยประณีต เพราะต้องการตัวอย่างคร่าว ๆ โดยมีจุดประสงค์เพื่อให้ได้เห็นภาพรวมและขั้นตอนในการแก้ปัญหา

(5) การสร้างตารางหรือสร้างกราฟ (Construct a table or Graph) วิธีนี้จะช่วยให้นักเรียนสามารถรวบรวมข้อมูลที่อยู่กันอย่างกระจัดกระจายมาเป็นรูปแบบที่สามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้ง่ายขึ้น

(6) การเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) สำหรับวิธีนี้ต้องการให้ผู้แก้ปัญหา ได้ใช้เหตุผลเพื่อที่จะทำการตัดสินใจเพื่อหาคำตอบ ทั้งนี้การคาดเดาโดยขาดการไตร่ตรองจะทำให้เกิดความยุ่งเหยิงและไม่สามารถยอมรับได้ การเดาแต่ละครั้งควรมีการตรวจสอบว่าถูกต้องหรือไม่ เป็นไปตามเงื่อนไขและความจริงหรือไม่ จนกว่าจะได้คำตอบที่ใกล้เคียงที่สุด

(7) การแจงกรณีที่เป็นไปได้ (Account for Possibilities) สำหรับวิธีนี้จะใช้แสดงความเป็นไปได้ของคำตอบก่อนที่จะทราบคำตอบ ซึ่งอาจเขียนเป็นรายการหรือมีการสร้างตารางเป็นรายการเพื่อให้ง่ายต่อการแก้ปัญหา เหมาะสำหรับปัญหาที่มีความเป็นไปได้ไม่มากนัก

(8) การทำปัญหาให้ง่ายหรือแยกปัญหาเป็นส่วน ๆ (Simplify or Break into Parts) จะใช้สำหรับปัญหาที่ยากหรือค่อนข้างยาก มีจำนวนหรือตัวเลขที่มีความซับซ้อน โดยการทำให้ปัญหานั้นมีความซับซ้อนน้อยลง จนสามารถแก้ปัญหาได้

(9) การทำย้อนกลับ (Work Backward) สำหรับวิธีนี้เป็นการเริ่มต้นจากจุดสุดท้ายย้อนกลับมายังสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้พัฒนาทักษะการให้เหตุผลและเป็นสิ่งที่ท้าทายในการหาคำตอบ

(10) การเปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change Your Point of View) สำหรับปัญหาบางปัญหาอาจมีความยุ่งยาก ซับซ้อน และไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหานั้นได้โดยตรง บางครั้งจึงจำเป็นต้องเปลี่ยนมุมมองจากจุดมุ่งหมายของปัญหาโดยตรงเป็นสถานการณ์อื่นที่ปรากฏอยู่ในปัญหา ทั้งการวิเคราะห์แล้วลงมือแก้ปัญหานั้นเพื่อเชื่อมโยงไปยังคำตอบของปัญหาจริง ๆ

คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2537: 23) ได้มีการกล่าวถึงกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาดังนี้

(1) การเดาและการตรวจสอบ กลยุทธ์การเดาและการตรวจสอบถือเป็นกลยุทธ์พื้นฐานที่มีการนำมาใช้แก้ปัญหาย่อยเสมอ เพราะสามารถนำมาใช้แก้ปัญหานั้นหากทำการแก้โดยตรง ยุ่งยากและใช้เวลา การเดานั้นต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทางเพื่อที่จะได้สิ่งที่ใกล้เคียงกับคำตอบมากที่สุด การเดาครั้งถัดมาต้องอาศัยพื้นฐานของข้อมูลจากการเดาครั้งที่ผ่านมา ซึ่งในกิจกรรมบางอย่างผู้แก้ปัญหาย่อยอาจต้องการให้ได้คำตอบในเวลาอันรวดเร็ว ถ้าใช้การดำเนินการแก้ปัญหานั้นโดยตรง แม้จะได้คำตอบที่ต้องการแต่อาจใช้เวลามากจึงสามารถที่จะนำกลยุทธ์การเดาและตรวจสอบนี้ไปใช้ได้

(2) การเขียนแผนภาพ แผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง ช่วยให้เห็นปัญหาได้อย่างเป็นรูปธรรม ทำให้ผู้แก้ปัญหาย่อยเกิดความรู้สึกสัมผัสได้ว่าปัญหาที่แท้จริงเป็นอย่างไร ซึ่งการเขียนแผนภาพ แผนภูมิ และการสร้างแบบจำลองจะช่วยให้ผู้แก้ปัญหาย่อยสามารถกำหนดแนวทางในการวางแผนการแก้ปัญหาย่อยได้อีกด้วย

(3) การสร้างตาราง เราสามารถใช้ตารางในการแสดงข้อมูลที่เป็นระบบ ช่วยให้เห็นความเกี่ยวข้องและความสัมพันธ์กันของข้อมูลได้อย่างชัดเจนมากขึ้น ซึ่งจะนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหาย่อย

(4) การใช้ตัวแปร การใช้ตัวแปรแทนจำนวนที่ไม่ทราบค่าหรือเป็นวิธีการแก้ปัญหาย่อยที่มักใช้กันในวิชาพีชคณิต โดยผู้แก้ปัญหาย่อยจะสามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ กับตัวแปรที่ทำการสมมติขึ้น และในปัญหาย่อยปัญหาอาจสามารถสร้างเงื่อนไขให้อยู่ในรูปของสมการได้

(5) การค้นหารูปแบบ การค้นหารูปแบบเป็นกลยุทธ์ที่สำคัญมากในการแก้ปัญหาย่อยทางคณิตศาสตร์ เหมาะที่จะนำมาใช้แก้ปัญหาย่อยเกี่ยวกับรูปแบบของจำนวน ซึ่งผู้แก้ปัญหาย่อยจะต้องศึกษาจากข้อมูลที่มีอยู่ ทำการวิเคราะห์เพื่อค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลนั้น แล้วคาดเดาคำตอบที่อาจเป็นไปได้ แก้ปัญหาย่อยด้วยข้อมูลชุดเดียวกัน ผู้แก้ปัญหาย่อยแต่ละคนอาจค้นพบคำตอบที่แตกต่างกันได้

(6) การแบ่งเป็นกรณี สำหรับปัญหาย่อยทางคณิตศาสตร์หลายปัญหาย่อยสามารถแก้ปัญหาย่อยได้ง่ายขึ้นเมื่อมีการแบ่งปัญหาย่อยเป็นกรณีต่าง ๆ โดยแต่ละกรณีจะมีความชัดเจนมากขึ้น และเมื่อแก้ปัญหาย่อยได้คำตอบของทุกกรณีแล้ว จึงพิจารณาคำตอบของแต่ละกรณีร่วมกัน ซึ่งก็จะได้คำตอบที่เป็นภาพรวมของปัญหาย่อย

(7) การให้เหตุผลทางตรง กลยุทธ์ที่ใช้การให้เหตุผลทางตรงนั้น มักพบในการแก้ปัญหา โดยผู้แก้ปัญหาใช้ร่วมกับกลยุทธ์อื่น การใช้เหตุผลทางตรงในการแก้ปัญหานั้น เป็นการนำเอาข้อมูลที่ปัญหากำหนดให้มาประมวลเข้ากับความรู้และประสบการณ์ของผู้แก้ปัญหาที่มีอยู่แล้ว จากนั้น จึงให้เหตุผลที่นำไปสู่คำตอบของปัญหา โดยกลยุทธ์นี้อาจไม่มีการคิดคำนวณเลยก็ได้ เพราะเน้นการให้เหตุผลเป็นหลัก

(8) การให้เหตุผลทางอ้อม บางครั้งปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาไม่สามารถแก้ปัญหได้ โดยการใช้เหตุผลทางตรง ซึ่งในกรณีเช่นนี้จำเป็นต้องมีการให้เหตุผลทางอ้อมเพื่อที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ปัญหาที่ใช้การให้เหตุผลทางอ้อมมักเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์

(9) การทำย้อนกลับ ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาจะสามารถแก้ปัญหได้ง่ายกว่า ถ้ามีการเริ่มต้นการแก้ปัญหโดยพิจารณาจากผลลัพธ์สุดท้ายมองย้อนกลับมาสู่ตัวปัญหาอย่างมีขั้นตอน กลยุทธ์การมองย้อนกลับเป็นการใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์โดยพิจารณาจากผลย้อนกลับสู่เหตุ ซึ่งต้องมีการหาเงื่อนไขเพื่อเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้

(10) การสร้างปัญหาขึ้นใหม่ สำหรับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหา การแก้ปัญหโดยตรงจะทำได้ยากจึงจำเป็นต้องมีการสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ให้มีความเกี่ยวข้องกับปัญหาเดิม แล้วจึงศึกษาวิธีการแก้ปัญหจากปัญหาใหม่ที่เกิดขึ้น ซึ่งเป็นหนึ่งในวิธีที่จะช่วยให้เกิดแนวคิด หรือคำใบ้ในการแก้ปัญหเริ่มต้น โดยปัญหาที่สร้างใหม่นี้อาจสร้างครอบคลุมปัญหาเดิมทั้งหมด หรือสร้างขึ้นใหม่จากเพียงบางส่วนของปัญหาเดิม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 12-42) ได้แบ่งประเภทของกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ไว้ดังนี้

(1) การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล ที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้นแล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะถูกยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องก็ต่อเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยันแล้ว นอกจากการค้นหาแบบรูปจะเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการแก้ปัญหแล้ว ยังช่วยให้ผู้แก้ปัญหา ได้พัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวน (Number sense) และทักษะการสื่อสาร ซึ่งนับเป็นทักษะที่ช่วยให้นักเรียนสามารถประมาณการณ และคาดคะเนคำตอบล่วงหน้า ก่อนจะคิดคำนวณจริง ตลอดจนสามารถสะท้อนความรู้ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการคิดของตนเองได้

(2) การสร้างตาราง เป็นการนำข้อมูลจากโจทย์กำหนดให้มาสรุปลงในตาราง เพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหาสามารถวิเคราะห์และหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่จะนำไปสู่การค้นหาแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ รวมไปถึงเพื่อช่วยไม่ให้สับสนในกรณีใดกรณีหนึ่งเมื่อจำเป็นต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

(3) การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์ และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ โดยกลยุทธ์นี้ผู้แก้ปัญหาจะต้องนำข้อมูลในสถานการณ์ปัญหามาวาดเป็นภาพที่สัมพันธ์กัน ซึ่งการวาดภาพจะช่วยบรรยายสถานการณ์ได้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น และทำให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจ โดยภาพที่วาดนั้นไม่จำเป็นต้องใส่รายละเอียดให้ครบถ้วน ควรวาดเฉพาะส่วนที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเท่านั้น

(4) การแจกแจงที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการพิจารณาทุกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดอย่างมีระบบ โดยอาจจะแบ่งออกเป็นกรณีย่อย ๆ แล้วค่อยตัดบางกรณีที่เป็นไปไม่ได้ออก หลังจากนั้นค่อยพิจารณากรณีที่เหลือ บางครั้งอาจใช้กลยุทธ์นี้ร่วมกับกลยุทธ์การค้นหาแบบรูปและกลยุทธ์การสร้างตาราง

(5) การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่โจทย์ปัญหากำหนดมาให้ ผสมผสานเข้ากับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง นำมาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าหากการคาดเดาไม่ถูกต้องก็ต้องคาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรกๆ นั้นเป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป ผู้แก้ปัญหาควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นใกล้เคียงคำตอบที่ต้องการมากที่สุด ซึ่งโอกาสที่จะประสบความสำเร็จในการใช้กลยุทธ์นี้ขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ได้จากการเดาเมื่อครั้งก่อนหน้า

(6) การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์ปัญหากำหนดให้อาจอยู่ในรูปของสมการหรือบางครั้งอาจเป็นสมการก็ได้ โดยในการใช้กลยุทธ์นี้ผู้แก้ปัญหาต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้างและมีสิ่งที่ต้องการหามาให้แล้วหรือไม่ จากนั้นเขียนสมการหรือสมการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้น แล้วใช้สมบัติของการเท่ากันเพื่อแก้สมการ และหลังจากสิ้นสุดการแก้สมการต้องตรวจสอบคำตอบของสมการตามเงื่อนไขของปัญหาถ้าเป็นไปตามเงื่อนไขของปัญหาถือว่าคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องโดยทั่วไปแล้วกลยุทธ์นี้มักใช้ในทางพีชคณิต

(7) การคิดแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผล ย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้ายแล้วจึงคิดย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้น ซึ่งการคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาของคำตอบ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาส่วนใหญ่จะเริ่มจากนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้แล้วดำเนินการไปจนกระทั่งได้คำตอบ แต่สำหรับกลยุทธ์การคิดแบบย้อนกลับ ผู้แก้ปัญหาจะต้องเปลี่ยนมุมมองที่มีต่อปัญหาใหม่โดยพิจารณาปัญหาโดยรวมก่อน จากนั้นจึงดำเนินการทำย้อนกลับ กลยุทธ์นี้จะใช้เมื่อทราบผลลัพธ์ของสถานการณ์ปัญหา แต่ไม่ทราบจุดเริ่มต้นของสถานการณ์ปัญหา

(8) การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือเปลี่ยนมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคย หรือเปลี่ยนไปจากการที่ต้องทำตามขั้นตอนทีละขั้น เพื่อให้สามารถแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น กลยุทธ์นี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยกลยุทธ์อื่นได้ยาก สิ่งสำคัญของกลยุทธ์นี้ก็คือการเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

(9) การสร้างเป้าหมายย่อย เป็นการพิจารณาเป้าหมายหลักที่เป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการ หรือที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นเป้าหมายย่อยหรือเป็นส่วนๆ ซึ่งในการการสร้างเป้าหมายย่อยนั้นผู้แก้ปัญหาจะต้องมีการนำเอาความรู้ที่เกี่ยวข้องและจะทำให้บรรลุเป้าหมาย อาจลดจำนวนของข้อมูลลงหรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อนหรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคยแล้วนำความรู้ที่เกี่ยวข้องมาสร้างเป้าหมายย่อยที่สามารถหาคำตอบได้ง่ายขึ้น

(10) การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความ หรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยอาศัยการใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา ซึ่งบางปัญหาอาจใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ และการเขียนภาพหรือแผนภาพ จนทำให้ไม่สมารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาอื่นได้ชัดเจน

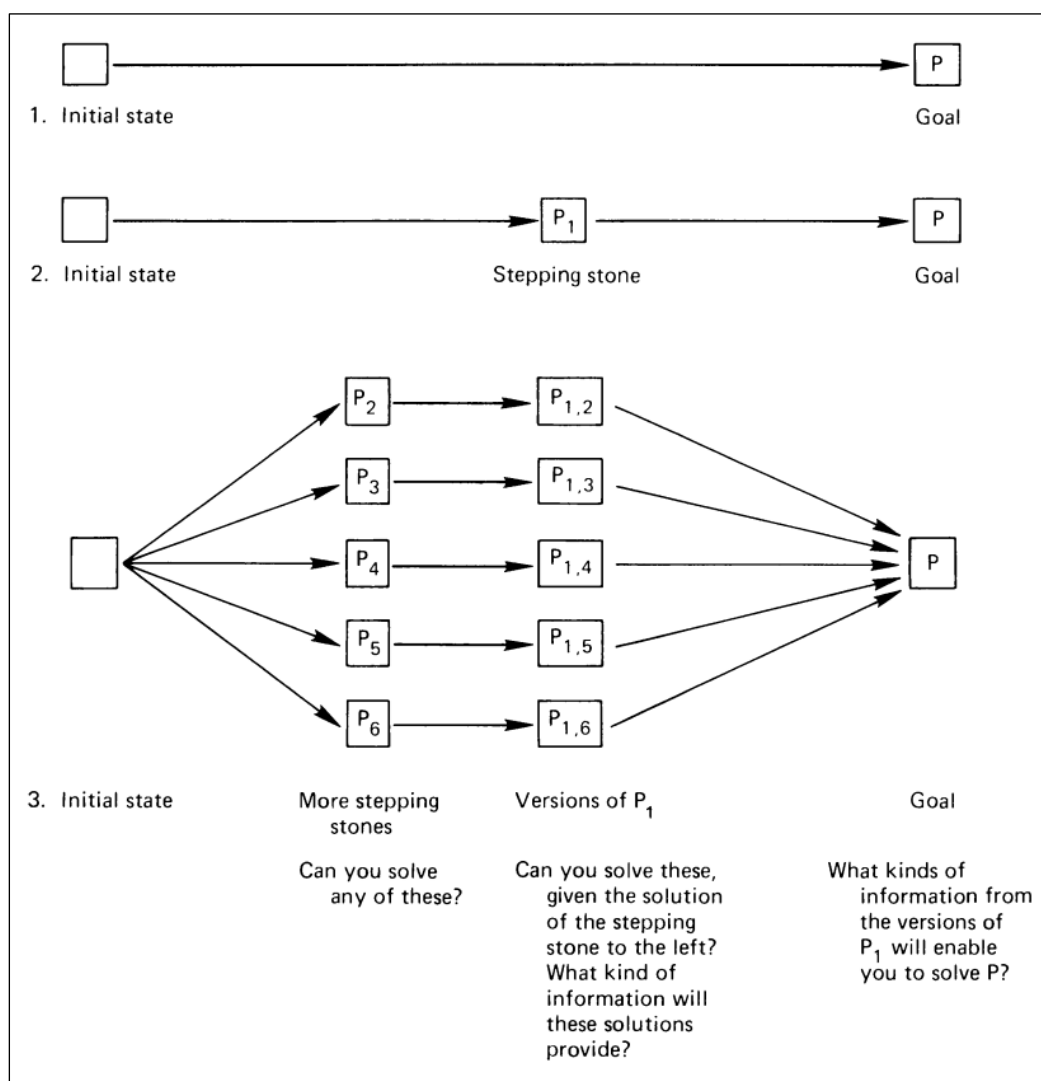
(11) การให้เหตุผลทางอ้อม กลยุทธ์นี้ผู้แก้ปัญหาจะต้องแสดงให้เห็นว่า เป็นไปไม่ได้ที่ข้อความ จะเป็นเท็จ โดยการสมมติว่า ข้อความ ดังกล่าวเป็นเท็จ แล้วทำให้เกิดข้อขัดแย้ง หรือนำไปสู่สิ่งที่ เป็นไปไม่ได้ ดังนั้นจึงสรุปว่า ข้อความ ดังกล่าวเป็นจริง

จากการค้นคว้าเอกสารเอกสารข้างต้นสรุปได้ว่ากลยุทธ์การแก้ปัญหาทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีหลากหลาย ซึ่งแต่ละกลยุทธ์จะเหมาะสมสำหรับปัญหาในแต่ละแบบแตกต่างกัน การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาจึงมีความสำคัญ ที่จะทำให้แก้ปัญหาได้สำเร็จ

2.1.6 กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย

การสร้างเป้าหมายย่อย (Establish Subgoal) เป็นหนึ่งในกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ซึ่งมีผู้ให้ความหมายไว้ดังนี้

Schoenfeld (1985) ได้กล่าวไว้ว่า สำหรับปัญหาที่ไม่คุ้นเคยนั้น ในบางครั้งการแก้ปัญหาอาจเป็นแบบตรงไปตรงมา แต่หลาย ๆ ครั้งปัญหาที่ต้องการแก้ นั้น มีความซับซ้อน ซึ่งถ้าไม่สามารถแก้ปัญหาโดยตรงได้ จำเป็นต้องมีการสร้างปัญหาย่อยในลักษณะที่สัมพันธ์กัน ดำเนินการแก้ปัญหาที่สัมพันธ์กันเหล่านั้นให้ได้คำตอบ ที่จะใช้เป็นข้อมูลในการแก้ปัญหาเริ่มต้น ซึ่งเป้าหมายเริ่มต้นคือเป้าหมายแรกที่ต้องพิจารณา อาศัยการควบคุมและกำกับตนเองของผู้แก้ปัญหาในการสร้างและเลือกเป้าหมายที่เกี่ยวข้อง จนสามารถนำไปสู่คำตอบของปัญหา



ภาพที่ 2.4 กระบวนการการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและการสร้างเป้าหมายย่อย

ที่มา: Schoenfeld, Alan H. (1985)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 12-42) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การสร้างเป้าหมายย่อย เป็นการพิจารณาเป้าหมายหลักที่เป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการ หรือที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นเป้าหมายย่อยหรือเป็นส่วน ๆ ซึ่งในการการสร้างเป้าหมายย่อยนั้นผู้แก้ปัญหาจะต้องมีการนำเอาความรู้ที่เกี่ยวข้องและจะทำให้บรรลุเป้าหมาย อาจลดจำนวนของข้อมูลลงหรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อนหรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคย แล้วนำความรู้ที่เกี่ยวข้องมาสร้างเป้าหมายย่อยที่สามารถหาคำตอบได้ง่ายขึ้น

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง ทำให้สรุปได้ว่า การสร้างเป้าหมายย่อยเป็นการนำเอาความรู้ที่เกี่ยวข้อง มาพิจารณาเพื่อสร้างปัญหาที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิม กลายเป็นเป้าหมายย่อย และ

หาคำตอบของปัญหาที่สร้างขึ้นเพื่อนำคำตอบที่ได้ เป็นข้อมูลในการแก้ปัญหา ที่เป็นเป้าหมายหลักต่อไป และหากเป้าหมายย่อยที่สร้างขึ้นนั้นยังไม่สามารถให้ข้อมูลที่น่าไปสู่คำตอบของเป้าหมายหลักได้ เป้าหมายย่อยขั้นถัดไปจะถูกสร้างขึ้น จนกว่าข้อมูลที่ได้จะสามารถนำไปสู่คำตอบของปัญหา

2.2 การจัดการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551) ได้กำหนดสมรรถนะที่สำคัญไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ว่านักเรียนจะต้องมี สมรรถนะสำคัญ 5 ประการ คือ

(1) ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสาร รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสาร ที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม

(2) ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ

(3) ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ ที่เผชิญได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรมและข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม แสวงหาความรู้ ประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา และมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อตนเอง สังคมและสิ่งแวดล้อม

(4) ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่าง ๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง การทำงานและการอยู่ร่วมกันในสังคมด้วยการสร้างเสริมความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและความขัดแย้งต่าง ๆ อย่างเหมาะสม การปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมและสภาพแวดล้อม และการรู้จักหลีกเลี่ยงพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่ส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น

(5) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือก และใช้เทคโนโลยีด้านต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคม ในด้านการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสม และมีคุณธรรม

ซึ่งจะเห็นว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นหนึ่งในสมรรถนะที่สำคัญที่นักเรียนจะต้องมี นอกจากนี้ยังได้มีการกำหนดคุณสมบัติของนักเรียนที่จะผ่านการศึกษาในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ไว้ดังนี้

(1) มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

(2) มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

(3) สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและเส้นตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้

(4) มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่อง การเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation) และนำไปใช้ได้

(5) สามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

(6) สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถ ใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟ ในการแก้ปัญหาได้

(7) สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

(8) เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้ แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

(9) เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

(10) ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และ เทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อ ความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และ นำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่ม สร้างสรรค์

นอกจากนักเรียนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจ ในเนื้อหาตามหลักสูตรแล้ว นักเรียนจะต้องมีความสามารถในการแก้ปัญหา และสามารถใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ตลอดจนมีการประยุกต์และนำเอาความรู้และข้อมูลต่าง ๆ มาเชื่อมโยง เพื่อหาคำตอบ พร้อมทั้งหาคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผล อีกทั้งยังเน้นย้ำในเรื่องของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น และต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ได้แก่ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการให้เหตุผล ความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และนำเสนอ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ และการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ โดยการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ผู้สอนต้องสอดแทรกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ากับการเรียนการสอนด้านเนื้อหา ด้วยการให้นักเรียนทำกิจกรรมหรือตั้งคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิด อธิบาย และให้เหตุผล เช่น ให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ที่เรียนมาแล้วหรือให้นักเรียนเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา ให้นักเรียนใช้ความรู้ทางพีชคณิตในการแก้ปัญหาหรืออธิบายเหตุผลทางเรขาคณิต ให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายเกี่ยวกับสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน หรือกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการสร้างสรรค์ผลงานที่หลากหลายและแตกต่างจากคนอื่น รวมทั้งการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากคนอื่นด้วย ซึ่งการประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์สามารถประเมินได้จากกิจกรรมที่นักเรียนทำ จากแบบฝึกหัด จากการเขียนอนุทิน หรือข้อสอบที่เป็นคำถามปลายเปิดที่ให้โอกาสนักเรียนแสดงความสามารถ

2.2.1 หลักสูตรและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษา (2551) ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

- | | |
|---------------|--|
| มาตรฐาน ค 1.1 | เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง |
| มาตรฐาน ค 1.2 | เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่าง การดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา |
| มาตรฐาน ค 1.3 | ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา |
| มาตรฐาน ค 1.4 | เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ |

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจ และแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในสาระที่ 6 ของมาตรฐานการเรียนรู้ นั้น จะปรากฏในทุกระดับชั้นปี และทุกภาคการศึกษา ของนักเรียนทั้งระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและมัธยมศึกษาตอนปลาย ในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้น ได้มีการรวมเอาการแก้ปัญหาไว้เป็นส่วนแรก ถือว่าเป็นการให้ความสำคัญของการแก้ปัญหา นั้นหมายความว่านักเรียนทุกระดับชั้นและทุก

ภาคการศึกษา จะต้องมีความสามารถในการแก้ปัญหา โดยจะปรับเปลี่ยนไปตามเนื้อหาในแต่ละระดับชั้น

2.2.2 การเรียนรู้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนะแนวทางในการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น ซึ่งครูจำเป็นต้องอย่างยิ่งที่ต้องทราบแนวทางการพัฒนาความสามารถเหล่านั้น โดยแนวทางการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นดังนี้

บิทเทอร์ แฮทฟิลด์ และเอ็ดเวิร์ด (Bitter, Hatfield and Edward, 1989: 43-44) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

(1) ควรมีการเลือกปัญหาที่น่าสนใจซึ่งจะต้องไม่ง่ายหรือไม่ยากเกินไป หากจะนำมาสอนนักเรียน

(2) ควรมีการแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มและให้ทำงานร่วมกันในการฝึกการแก้ปัญหา

(3) ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักการระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการรวมไปถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้พร้อมทั้งหาข้อมูลที่เป็นต้องรู้ ซึ่งในโจทย์อาจจะไม่ได้กำหนดให้แต่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา

(4) ควรมีการตั้งคำถามที่จะช่วยให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจอย่างชัดเจนว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์คาดหวัง หากนักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้นั้นเป็นเพราะนักเรียนอาจจะไม่เข้าใจคำถาม ซึ่งครูควรตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนโดยใช้คำถามหรือมีการสร้างบรรยากาศในการใช้คำถามที่เข้าใจได้ง่ายๆและต้องมีการอธิบายความหมายของคำต่าง ๆ ที่ใช้ในปัญหาข้อนั้นให้นักเรียนได้ทราบเพิ่มเติม

(5) ควรมีการนำเสนอปัญหาอะไรหลายแบบเพื่อป้องกันไม่ให้นักเรียนรู้สึกเบื่อกับการแก้ปัญหาที่ซ้ำซาก ซึ่งปัญหาที่ซ้ำซากอาจจะไม่ท้าทายความสามารถ

(6) ควรมีการนำเสนอปัญหาให้นักเรียนได้รู้บ่อย ๆ จนสถานการณ์นั้นกลายเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนการสอนในห้องเรียน วิธีนี้จะเป็นการทำให้นักเรียนไม่มองว่าปัญหาจะต้องเป็นทักษะที่แยกออกมาแต่เป็นสิ่งที่ต้องทำต่อเนื่อง สร้างความคุ้นเคยและถือเป็นกระบวนการที่จำเป็น

(7) ควรมีการเปิดโอกาสให้นักเรียน ได้สร้างและวิเคราะห์ปัญหา รวมถึงมีการอธิบายเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ลงมาด้วยและควรอภิปรายถึงกลยุทธ์ที่จะไม่สามารถใช้ในการแก้ปัญหานี้ได้

(8) ควรมีการส่งเสริมให้นักเรียนได้แก้ปัญหอะไรหลาย ๆ ข้อ ที่มีการใช้กลยุทธ์แบบเดียวกันเพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจในสำคัญของแต่ละกลยุทธ์ ซึ่งกลยุทธ์ต่าง ๆ จะมีความยืดหยุ่นและสามารถประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่กว้างขึ้น ทั้งยังเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาข้อเดียวกันในหลากหลายวิธีเป็นการแสดงให้เห็นว่ามีทางเลือกที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

(9) ควรมีการช่วยเหลือนักเรียนในการเลือกวิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหาให้เหมาะสมกับปัญหาที่มีลักษณะเฉพาะ

(10) ควรมีการช่วยเหลือนักเรียนให้ได้มีโอกาสฝึกถึงปัญหาต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กัน

(11) ควรให้เวลากับนักเรียนในการแก้ปัญหาการอภิปรายผลและเปิดโอกาสให้มีการสะท้อนวิธีการดำเนินการแก้ปัญหา

(12) ควรมีการฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบและทดสอบคำตอบเพื่อประหยัดเวลาในการแก้ปัญหา

(13) ควรมีการฝึกการอภิปรายถึงปัญหาที่วิธีการแก้ปัญหาค่อนข้างยากหรือที่นักเรียนยังไม่สามารถแก้ปัญหาได้

ครูลิก และ รุดนิก (Kulik and Rudnick, 1987: 39-74) ได้มีการเสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับครูไว้ดังนี้

(1) ครูควรมีการสร้างบรรยากาศที่ทำให้นักเรียนเกิดความรู้สึกว่าสามารถแก้ปัญหาให้สำเร็จได้

(2) ครูควรจูงใจให้นักเรียนเกิดความสนใจในการแก้ปัญหา

(3) ครูควรสอนให้นักเรียนได้รู้ถึงวิธีการแก้ปัญหารู้จักพิจารณาได้ว่าข้อความส่วนใดที่เป็นแนวคิดสำคัญ

(4) ครูควรให้นักเรียนมาเป็นส่วนหนึ่งของปัญหา เช่น การใส่ชื่อนักเรียนเข้าไปในปัญหาหรือตั้งคำถามที่เกี่ยวกับตัวนักเรียน

(5) ครูควรให้นักเรียนรู้จักสร้างปัญหาได้ด้วยตนเอง

(6) ครูควรมีการจัดให้นักเรียนได้ทำงานเป็นกลุ่ม

(7) ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนได้รู้จักการเขียนภาพด้วยมือเปล่าโดยไม่ใช้เครื่องมือ

(8) ครูควรแนะนำวิธีการแก้ปัญหาวีธีอื่น ๆ ที่แตกต่างไปจากแนวคิดของนักเรียนเพิ่มเติม

(9) ครูควรส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนโดยตั้งคำถามให้นักเรียนตอบ

(10) ครูควรเน้นความคิดสร้างสรรค์ทางด้านความคิดและจินตนาการ

(11) ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้รู้จักการใช้เครื่องคำนวณ

(12) ครูควรมีการนำเอาโปรแกรมคอมพิวเตอร์สมัยใหม่มาใช้

(13) ครูควรให้นักเรียนเขียนแผนภูมิสายงาน (Flow-chart) แสดงกระบวนการแก้ปัญหาของตนเอง

(14) ครูควรนำกิจกรรมเกมสมาธิมาใช้ในชั้นเรียน

(15) ครูควรให้นักเรียนได้รู้จักการแก้ปัญหามีขั้นตอนในการแก้ปัญหามากกว่า

(16) ครูไม่ควรสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใหม่ในขณะที่สอนการแก้ปัญหา

บุญเพ็ญ บุษปามาตะนัง (2543: 23-26) ได้มีการเสนอแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

(1) การวิเคราะห์นักเรียน เพื่อศึกษาว่าระดับความสามารถของนักเรียนอยู่ในระดับใดบ้าง มีความแตกต่างกันเพียงใด แต่ละคนมีจุดเด่นจุดด้อยอะไรบ้าง และจะต้องซ่อมและจะต้องเสริมจุดใด

(2) การเลือก-สร้างโจทย์ปัญหา ควรเป็นเนื้อเรื่องที่นักเรียนมีความสนใจ สอดคล้องกับเรื่องที่กำลังเรียนและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน สถานการณ์ในโจทย์ควรเป็นเรื่องที่สามารถใช้สื่อที่เป็นของจริงหรือแบบจำลองเพื่อประกอบการสอนได้ ภาษาที่ใช้ควรเหมาะสมกับวัยไม่ใช้ถ้อยคำฟุ่มเฟือยซับซ้อน

(3) การวิเคราะห์โจทย์ เป็นขั้นตอนที่สำคัญในการเรียนการสอนโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะหากนักเรียนสามารถแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้บ้างหรือ โจทย์ต้องการทราบอะไร สิ่งที่โจทย์กำหนดให้นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร มีข้อมูลส่วนใดที่จำเป็นหรือไม่จำเป็นบ้าง ก็จะทำให้นักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน

(4) การเขียนประโยคสัญลักษณ์ หมายถึง การเขียนประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ประกอบด้วยตัวเลข เครื่องหมายแทนจำนวนและข้อความ ก่อนที่นักเรียนจะสามารถเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ นักเรียนควรจะได้ทราบความหมายและสัญลักษณ์ของคำต่าง ๆ เช่น บวก ลบ คูณ หาร เท่ากับ ไม่เท่ากับ มากกว่า น้อยกว่า หลังจากนั้นจึงเริ่มการเขียนประโยคสัญลักษณ์ โดยอาจดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

(4.1) ครูเขียนโจทย์บนกระดานแล้วให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์

(4.2) ครูอ่านโจทย์ให้นักเรียนฟังแล้วให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์

(4.3) ครูเขียนประโยคสัญลักษณ์บนกระดาน แล้วให้นักเรียนเขียนโจทย์ตาม

(5) การประมาณคำตอบ เป็นกระบวนการหาค่าของคำตอบโดยประมาณ เพื่อนำไปสู่การตัดสินใจ หรือพิจารณาความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ การประมาณคำตอบจึงถือเป็นทักษะอย่างหนึ่งที่ครูควรฝึกให้นักเรียนปฏิบัติจนเกิดเป็นนิสัยก่อนลงมือแก้ปัญหาทุกครั้ง โดยอาจเริ่มต้นจากการนำโจทย์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน หรือเรื่องราวที่กำลังอยู่ในความสนใจ มาให้นักเรียนฝึกคิดหาคำตอบโดยไม่ต้องเขียน อาจมีการเสริมแรงเพื่อกระตุ้นให้คิดแก้ปัญหาที่ยากขึ้น

(6) การเสริมสร้างทักษะการคำนวณ เป็นการเสริมสร้างให้นักเรียนสามารถบวก ลบ คูณ หาร ได้ถูกต้องแม่นยำและรวดเร็ว โดยต้องมีการจัดกิจกรรมหลาย ๆ อย่างที่ส่งเสริมให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติ โดยเริ่มจากปัญหาที่ง่ายและใกล้ตัว ให้การเสริมแรงเป็นระยะ ๆ จนเกิดเป็นนิสัยที่สามารถคิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง แม่นยำและรวดเร็ว

(7) ฝึกการแก้ปัญหาหลายๆ วิธี โจทย์เดียวกันอาจมีวิธีการคิดหาคำตอบได้หลายวิธี ดังนั้นครูจึงไม่ควรอย่างยิ่งที่จะจำกัดขอบเขตของการคิดว่าจะต้องทำตามวิธีการและขั้นตอนที่ครูสอนเท่านั้น เพราะการทำตามตัวอย่างหรือเลียนแบบโดยขาดความเข้าใจ นักเรียนจะไม่สามารถแก้ปัญหาที่มีแตกต่างจากที่เคยพบในห้องเรียนได้ ซึ่งในทางกลับกัน ครูควรส่งเสริมนักเรียนที่มีแนวคิดแตกต่างออกไปจากที่ครูสอน แต่สามารถหาคำตอบได้ถูกต้องตรงกันกับวิธีที่ครูสอน

(8) การพัฒนาความสามารถทางภาษา โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะประกอบด้วยข้อความและตัวเลข สาเหตุหนึ่งที่นักเรียนไม่สามารถทำการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้นั้น เนื่องจากขาดความเข้าใจภาษา ขาดทักษะในการอ่าน การเก็บใจความ และความหมายของคำต่าง ๆ เช่น คำว่า รวม ผลต่าง หักออก ใช้ไป หามาเพิ่ม มากกว่า น้อยกว่า หรือแม้กระทั่งความเข้าใจหน่วยในการชั่ง ตวง วัด ตลอดจนคำย่อต่าง ๆ ซึ่งครูต้องมีการนำไปสอนให้เกิดความสัมพันธ์กันระหว่างวิชาภาษาไทยกับคณิตศาสตร์ เพื่อให้ นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา

(9) การใช้สื่อประกอบการเรียนการสอน เป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งที่ครูควรใช้ประกอบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพราะนอกจากจะช่วยให้ นักเรียนเข้าใจสิ่งที่เรียนนามธรรมในโจทย์มากขึ้นแล้วยังช่วยในการจินตนาการและการคิดค้นหาคำตอบ สื่อการสอนอาจเป็นของจริงเช่น ไม้ไอศกรีม ฝาจากน้ำอัดลม ก้อนหิน หรืออาจเป็นสื่อที่เป็นรูปภาพที่ตัดจากหนังสือพิมพ์ ปฏิทินหรือครูหรือนักเรียนวาดขึ้นเอง หลังจากเห็นว่ นักเรียนมีความเข้าใจและสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้องแล้ว ก็ฝึกให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาในใจเพื่อเป็นพื้นฐานในการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันต่อไป

จากที่กล่าวมาข้างต้นจึงสรุปได้ว่า แนวทางที่ควรนำมาพิจารณาเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่การเลือกปัญหาที่นำมาใช้ให้เหมาะสม การจัดบรรยากาศในชั้นเรียน การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิด การกำหนดเวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาให้เหมาะสม และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูผู้สอน

2.2.3 สื่อและกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สื่อการเรียนรู้และกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นเรื่องสำคัญ ปัญหาที่ควรถูกนำมาเป็นสื่อประกอบการเรียนรู้สำหรับการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้กล่าวถึงสื่อการเรียนรู้และกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อใช้ในการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551: 171–178)

(1) เป็นปัญหาที่ดึงดูดความสนใจและมีความท้าทายความสามารถของนักเรียน โดยผลการวิจัยบ่งชี้ว่าปัญหาที่ใช้สถานการณ์จริง ปัญหาที่ใช้ชื่อของนักเรียนหรือใช้ชื่อของบุคคลสำคัญ ปัญหาที่ใช้สถานการณ์ที่กำลังเป็นที่สนใจในขณะนั้น เป็นเรื่องที่มีความน่าสนใจและมีความหมายอย่าง

ยิ่งสำหรับนักเรียน (Kroll and Miller, 1993: 66) นอกจากนี้แล้วปัญหาที่นำมาใช้เป็นสื่อการเรียนรู้ควรจะเป็นปัญหาที่ไม่ยากจนเกินไป เพราะถ้าปัญหายากจนเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยก่อนแก้ปัญหาได้สำเร็จ

(2) เป็นปัญหาที่แปลกใหม่และไม่คุ้นเคยเชิญนักเรียนค้นไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาก่อน เพราะถ้านักเรียนมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นแล้วปัญหานั้นก็จะไม่ใช่ปัญหาที่น่าสนใจสำหรับนักเรียนอีกต่อไป ส่วนปัญหาที่นักเรียนมีความคุ้นเคย อาจมีการดัดแปลงสถานการณ์ขึ้นมาใหม่ อาจเปลี่ยนมุมมองของคำถามให้ต่างไปจากเดิมเพื่อให้กลายเป็นปัญหาที่แปลกใหม่สำหรับนักเรียน

(3) เป็นปัญหาที่มีสถานการณ์ทั้งในทางคณิตศาสตร์และในบริบทอื่นเพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาลายรูปแบบ มีประสบการณ์ในการเชื่อมโยงแนวคิดกับศาสตร์ที่หลากหลายตลอดจน เห็นคุณค่าการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในบริบทอื่น ๆ

(4) เป็นปัญหาในสถานการณ์จริงที่มีความเหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน เพราะจะสามารถทำให้นักเรียน รับรู้และทำความเข้าใจปัญหาได้ดีขึ้น ซึ่งการได้ลงมือและแก้ปัญหในสถานการณ์จริง จะช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะและกระบวนการด้านการเชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์ รวมไปถึงการเห็นคุณค่าว่าคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหในชีวิตจริงได้

(5) เป็นปัญหาที่ส่งเสริมกระบวนการการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ เพื่อทำให้นักเรียนได้เข้าใจขั้นตอนและกระบวนการการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

(6) เป็นปัญหาที่ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหที่หลากหลายเพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เลือกใช้และปรับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาลดจนเพื่อทำให้นักเรียนได้ตระหนักว่าในแต่ละปัญหทางคณิตศาสตร์สามารถใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์

(7) เป็นปัญหาที่มีการใช้ภาษาที่เหมาะสมเหมาะสมกับวัยและระดับพัฒนาการของนักเรียน เพื่อให้ภาษาที่ใช้เป็นอุปสรรคในการแก้ปัญห

(8) เป็นภาษาที่มีข้อมูลไม่ครบถ้วนหรือมีข้อมูลมากเกินไปหากมีข้อมูลที่ขัดแย้งกันมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบหรืออาจไม่มีคำตอบเลย เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสใช้ความคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญห รวมไปถึงการตัดสินใจว่าอะไรคือสิ่งที่ต้องการค้นหาอะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ ข้อมูลมีเพียงพอที่จะแก้ปัญหได้หรือไม่หรือมีข้อมูลมากเกินไป ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนได้ตระหนักว่าปัญหทางคณิตศาสตร์อาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบหรือบางครั้งอาจไม่มีคำตอบเลย

สำหรับสถานการณ์ปัญหา ที่นำมาใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นปัญหทางคณิตศาสตร์ที่มีความรู้ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นซึ่งเป็นปัญหาที่ไม่คุ้นเคย แปลกใหม่ท้าทายและดึงดูดความสนใจส่งเสริมกระบวนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 66-74) ได้นำเสนอวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนการแก้ปัญหาของ โพลยา ดังนี้

(1) การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

(1.1) การพัฒนาทักษะการอ่าน เนื่องจากการอ่านเป็นปัจจัยในการทำความเข้าใจปัญหาโดยนักเรียนมักจะคุ้นเคยกับการอ่านข้อความยาวๆ ที่เป็นเรื่องราวและสามารถปรับความเข้าใจได้ไม่ยาก คล้ายกันกับข้อความของโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัด หรือปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ส่วนใหญ่ มักจะเป็นปัญหาหรือข้อความที่สั้นๆ รวบรัด การอ่านเพื่อทำความเข้าใจปัญหาจึงจำเป็นต้องใช้สมาธิ ใช้ความพยายามสำหรับการเก็บรายละเอียดของข้อมูลทั้งหมด และต้องวิเคราะห์ไว้ว่าข้อมูลส่วนใดสำคัญ โดยการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะการอ่านนั้น สามารถทำได้ในช่วงเวลาของคณิตศาสตร์โดยเฉพาะเมื่อเป็นตัวอย่างหรือแบบฝึกหัด ที่เกี่ยวข้องกับการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งยังไม่ควรเริ่มต้นมุ่งไปยังวิธีการเพื่อหาคำตอบเลยทีเดียว แต่จำเป็นต้องใช้เวลาในการอ่าน และทำความเข้าใจข้อความในตัวปัญหา ก่อน โดยอาจจะฝึกเป็นรายบุคคล หรือ เป็นกลุ่มใช้การอภิปรายร่วมกันเกี่ยวกับสาระสำคัญของปัญหา ความเป็นไปได้ของคำตอบ ความขาด หรือเกินของข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งสำหรับนักเรียนบางคนจะต้องจัดประสบการณ์เพิ่มเติมให้

(1.2) การใช้กลยุทธ์ช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ ซึ่งมีกลยุทธ์หลายประการที่จะช่วยทำให้นักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาได้ชัดเจนมากขึ้นเช่น

(1.2.1) การเขียนภาพ การเขียนแผนภาพ เกิดการสร้างแบบจำลอง เพื่อเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ ซึ่งจะทำให้เกิดความเป็นรูปธรรม เพื่อง่ายต่อการทำความเข้าใจ

(1.2.2) การลดขนาดของปริมาณต่าง ๆ ที่กำหนดไว้ในปัญหาลง ในทางที่เป็นไปได้ เพราะปริมาณไม่น้อยจะช่วยให้โครงสร้างที่ชัดเจนของปัญหา ซึ่งต้องกระทำในแนวทางที่ถูกต้องสมเหตุสมผล

(1.2.3) การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา ใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาในเชิงการพิสูจน์ข้อความ โดยการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับข้อความที่ต้องการพิสูจน์นั้นจะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในปัญหาได้ดีขึ้น ซึ่งต้องกำชับนักเรียนเสมอว่า การยกตัวอย่างไม่ใช่การพิสูจน์ข้อความ

(1.2.4) การเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ ให้โจทย์ปัญหากลายเป็นเรื่องใกล้ตัว เพราะสภาพปัญหาของปัญหาบางปัญหา เป็นเรื่องที่ห่างไกลจัดประสบการณ์เดิมของนักเรียน หากมีการลองปรับเรื่องราวให้มีความใกล้ชิดกับตัวนักเรียน แล้วจึงทำความเข้าใจปัญหาใหม่ ซึ่งควรจะมีการใช้อย่างสม่ำเสมอเพื่อให้เกิดความเคยชินในการนำไปใช้แก้ปัญหา

(1.3) ใช้ปัญหาที่ใกล้เคียงกับชีวิตจริงมาให้นักเรียนได้ฝึกทำความเข้าใจ เช่น ใช้ปัญหาที่มีการกำหนดข้อมูลเกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลไม่เพียงพอ เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการ

วิเคราะห์ข้อมูลที่กำหนดให้ เพราะปัญหาในชีวิตจริงนั้นอาจมีปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาจะต้องรู้จักการเลือกตัดสินใจเอาเฉพาะข้อมูลที่สำคัญในการแก้ปัญหามาพิจารณา

(2) การพัฒนาความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา มีแนวทางดังนี้

(2.1) ครูต้องไม่บอกวิธีของการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ต้องใช้วิธีการกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดด้วยตนเอง ซึ่งครูอาจใช้คำถามนำ แล้วเว้นระยะให้นักเรียนได้คิด โดยคำตอบหลาย ๆ คำตอบของนักเรียน จะทำให้เห็นทิศทางของการวางแผนการแก้ปัญหา

(2.2) ส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดออกเสียง หรือบอกให้คนอื่นได้ทราบความคิดของตัวเอง การคิดออกเสียงนั้นอาจจะเป็นการให้ข้อมูลจุดประกายคนอื่น ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหา

(2.3) สร้างนิสัยการคิดวางแผนก่อนลงมือทำ เนื่องจากการคิดวางแผนการแก้ปัญหา จะช่วยให้นักเรียนสามารถมองเห็นภาพรวมของการแก้ปัญหา และสามารถประเมินความเป็นไปได้ใน ระยะเริ่มต้นก่อนที่จะลงมือแก้ปัญหา โดยการทำงานอย่างมีแบบแผนจะช่วยให้สามารถพบข้อบกพร่อง และแก้ไขได้สะดวก

(2.4) จัดหาปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกคิด โดยปัญหานั้นต้องเป็นปัญหาที่ท้าทาย มีความน่าสนใจ เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน เพราะถ้าเป็นปัญหาที่ง่ายเกินไปอาจไม่ใช้สิ่งที่ กระตุ้นความสนใจในการแก้ปัญหานักเรียน แต่ทั้งนี้ปัญหาที่จัดมานั้น ก็ไม่ควรเป็นปัญหาที่ยากจน เกินความสามารถ เพราะอาจมีนักเรียนบางคนเกิดความท้อถอย ไม่อยากแก้ปัญหา การแก้ปัญหาย่อย ๆ จะช่วยให้นักเรียนได้ฝึกการวางแผน และได้มีประสบการณ์ในการใช้กลยุทธ์เพื่อนำไปใช้ในการ วางแผนการแก้ปัญหาใหม่

(2.5) การแก้ปัญหาในแต่ละปัญหาควรส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้กลยุทธ์ในการ แก้ปัญหาที่หลากหลาย เพื่อส่งเสริมให้เกิดความคิดที่ยืดหยุ่น ไม่ยึดติดกับรูปแบบใดรูปแบบหนึ่ง ซึ่ง การพัฒนาเพื่อหากลยุทธ์ใหม่จักรวาลเกิดความคิดในการวางแผนการแก้ปัญหาใหม่ ทำให้นักเรียนได้มี โอกาสฝึกการวางแผนมากขึ้น

(3) การพัฒนาความสามารถในขั้นตอนการตามแผน เกิดขึ้นหลังจากการทำความเข้าใจ ปัญหาและวางแผนการแก้ปัญหาแล้ว ในขั้นตอนถัดไปคือการร่วมมือในการแก้ปัญหา โดยดำเนินการ ตามแผนที่วางไว้ ซึ่งการวางแผนถ้าสามารถจัดลำดับขั้นตอนความคิดได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน การ ดำเนินการตามแผนจะสามารถดำเนินการได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งการดำเนินการตามแผนนั้น จำเป็นจะต้องมีการตีความและขยายความ เพื่อนำไปสู่การลงมือทำอย่างละเอียดตามลำดับขั้นตอน ความสามารถดังกล่าวสามารถสร้างให้เกิดขึ้นได้อย่างซ้ำ ๆ ในตัวผู้เรียนเองโดยได้จากการทำโจทย์ ปัญหา

(4) การพัฒนาความสามารถในขั้นตอนของการตรวจสอบคำตอบ โดยขั้นตอนการตรวจสอบคำตอบนั้นจะครอบคลุม 2 ประเด็นสำคัญ คือ การมองย้อนกลับไปในแต่ละขั้นตอนตั้งแต่การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผน และการดำเนินการตามแผน โดยพิจารณาความถูกต้องของทั้งกระบวนการและผลลัพธ์ รวมถึงการพิจารณาหากกลยุทธ์อื่น ๆ ในการแก้ปัญหา และอีกประเด็นคือการพิจารณาว่ากระบวนการการแก้ปัญหาที่ได้ดำเนินการไปจะสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับโจทย์ปัญหาอื่นได้อย่างไร ซึ่งในการพัฒนาความสามารถการตรวจสอบกระบวนการการแก้ปัญหา ควรมีลักษณะดังนี้

(4.1) กระตุ้นให้นักเรียนได้เห็นถึงความสำคัญในการตรวจสอบให้คุ้นเคยจนเป็นนิสัย โดยการทำแบบฝึกหัดนั้นเมื่อได้คำตอบแล้ว นักเรียนไม่ควรหยุดอยู่เพียงเท่านั้น แต่ต้องมีการพิจารณาคำตอบว่าถูกต้องทั้งในกระบวนการและคำตอบที่ได้หรือไม่ โดยครูสร้างกิจกรรมให้ นักเรียนได้ฝึกตรวจสอบหาข้อบกพร่องโดยเฉพาะก็ได้

(4.2) ฝึกให้นักเรียนได้คาดคะเนคำตอบ สำหรับโจทย์ปัญหาที่มีการคิดคำนวณ และเมื่อนักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ก็ลงมือปฏิบัติ ควรฝึกให้นักเรียนได้คาดคะเนคำตอบก่อนและเมื่อลงมือคำนวณแล้วจึงเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับค่าที่ได้คาดคะเนไว้เพื่อพิจารณาความเป็นไปได้

(4.3) สนับสนุนให้นักเรียนได้ทำแบบฝึกหัดที่ใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี ซึ่งอาจจะเป็นวิธีที่มีความคล้ายคลึงกับตัวอย่างหรือนักเรียนอาจจะสร้างสรรค์วิธีการขึ้นมาเองจากประสบการณ์เดิม จากนั้นพิจารณาว่าวิธีการเหล่านั้นสามารถนำมาใช้แก้ปัญหาได้หรือไม่ และมีความแตกต่างกับวิธีที่แสดงไว้ในตัวอย่างอย่างไร และวิธีการใดเหมาะสมกว่า

(4.4) ฝึกให้นักเรียนได้ตีความหมายของคำตอบเมื่อได้คำตอบของปัญหา ซึ่งการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบนั้นอาจยังไม่เพียงพอ ครูจำเป็นต้องกระตุ้นให้นักเรียนรู้จักความหมายและคุณค่าของคำตอบ ว่ามีความสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่ ซึ่งให้นักเรียนเห็นว่าการตีความหมายของคำตอบนั้นนับเป็นสิ่งสำคัญเท่าเทียมกันกับวิธีการหาคำตอบ

(4.5) ฝึกให้นักเรียนสร้างโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหา โดยอาศัยสถานการณ์จริงสัมพันธ์กับชีวิตประจำวัน อาจจะดัดแปลงโจทย์ปัญหาในแบบฝึกหัด ซึ่งการทำเช่นนี้ได้นักเรียนจะต้องเข้าใจโครงสร้างของปัญหา เป็นการฝึกการมองไปข้างหน้าโดยอาศัยประโยชน์จากการแก้ปัญหาที่ได้

นอกจากนี้ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการเรียนการสอนเนื้อหาคณิตศาสตร์โดยผ่านสถานการณ์ปัญหาที่เหมาะสมกับวัยและการพัฒนาการของนักเรียนให้นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาด้วยตนเองในขั้นตอนการสำรวจการสืบสวนการสร้างข้อความคาดการณ์ หาคำอธิบายและการตัดสินใจสรุปในกรณีทั่วไปของตนเอง โดยมีแนวทางในการจัดการเรียนรู้ดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551: 180-186)

(1) ครูควรมีการใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือหรือการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มย่อย เพราะจะทำให้นักเรียนได้มีโอกาสพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน เปิดโอกาสให้สื่อสาร และนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของตน ได้อภิปรายถึงกลยุทธ์การแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ มีโอกาสได้สะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับกลยุทธ์การแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาที่มีการกระทำร่วมกัน ตลอดจนได้มีโอกาสเรียนรู้ที่จะยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น

(2) ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอาจเริ่มต้นจากการให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติการแก้ปัญหาด้วยตนเองซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการคิดและกระบวนการของการแก้ปัญหา

(3) ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด ได้อธิบายในสิ่งที่ตนคิดพร้อมทั้งนำเสนอแนวคิดของตนเองซึ่งอาจเริ่มต้นด้วยการให้นักเรียนเติมคำตอบเพียงคำตอบเดียวอาจเป็นคำตอบสั้นๆแล้วจึงเติมคำตอบที่เป็นข้อความหรือประโยคที่ยาวขึ้นและเมื่อนักเรียนมีความคุ้นเคยกับการคิดการอธิบายในสิ่งที่ตนคิดและการนำเสนอแนวคิดของตนแล้วครูจึงควรให้ลงมือปฏิบัติการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเพราะจะช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสฝึกทักษะการคิดการให้เหตุผลการสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอร่วมกับเพื่อน ๆ ที่เป็นสมาชิกในกลุ่ม

(4) ครูควรยอมรับความคิดเห็นของนักเรียนไม่ว่าความคิดเห็นนั้นจะถูกหรือผิด ซึ่งบางครั้งการตอบผิดของนักเรียนจะทำให้ครูได้รู้ว่าข้อผิดพลาดนั้นมาจากที่ใดและมีมากน้อยเพียงใด โดยครูควรซักถามอภิปรายและเปิดอภิปราย เพื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดและกระบวนการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง

(5) ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนได้เริ่มต้นคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองก่อน เนื่องจากนักเรียนจำนวนมากยังไม่ทราบว่าจะต้องเริ่มคิดแก้ปัญหาอย่างไรตั้งแต่วินิจฉัยคำถามจากครู ทำให้นักเรียนไม่พยายามที่จะคิดหาวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเอง

(6) ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนได้คิดและได้ลงมือปฏิบัติการแก้ปัญหาตามขั้นตอนและกระบวนการการแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้มีประสบการณ์และเกิดความคุ้นเคยกับขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

(7) ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนได้ใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาที่มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์เพื่อให้ นักเรียนเกิดความตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งกลยุทธ์

(8) ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนได้สำรวจ สืบสวน สร้างข้อความคาดการณ์ อธิบายและตัดสินใจในข้อสรุปเป็นกรณีทั่วไปของตนเอง โดยอาจเริ่มจากให้นักเรียนฝึกการตั้งคำถามกับตัวเองโดย อาจเป็นคำถามที่ต้องการคำอธิบาย จากนั้นให้นักเรียนลงมือสำรวจสืบสวนรวบรวมข้อมูลวิเคราะห์

และค้นหาความสัมพันธ์ สร้างข้อความคาดการณ์และตรวจสอบข้อความคาดการณ์ ตลอดจนตัดสินใจในข้อสรุปให้เป็นกรณีทั่วไปของตนเอง

(9) ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนได้ใช้ช่องทางในการสื่อสารได้มากกว่าหนึ่งช่องทางในการนำเสนอกลยุทธ์และกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้ตระหนักว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และมีการนำเสนอได้มากกว่าหนึ่งช่องทางการสื่อสาร

(10) ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติการแก้ปัญหาทั้งในทางคณิตศาสตร์และในบริบทอื่น ๆ ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้เห็นคุณค่าของการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับบริบทอื่น ๆ และจะได้เห็นว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลากหลายแบบ มีคุณค่ามากกว่าการแก้ปัญหาแบบเดียวตลอดเวลา

(11) ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนได้สร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมโดยอาศัยแนวคิดกลยุทธ์และกระบวนการการแก้ปัญหาจากปัญหาเดิม เพราะจะช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ได้อย่างหลากหลายและเป็นอิสระ

(12) ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนได้รับรู้กระบวนการคิดของตนเองมีการตรวจตรารากความคิดและกระบวนการคิดของตนเองว่ามีสิ่งใดบ้างที่รู้และยังไม่รู้รวมไปถึงการสะท้อนกระบวนการการแก้ปัญหาของตนเองออกมาด้วยด้วยการให้นักเรียนเขียนอนุทินในหัวข้อที่เกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

(13) ครูควรเปิดโอกาสให้ได้มีการอภิปรายร่วมกับนักเรียนเกี่ยวกับกลยุทธ์และกระบวนการการแก้ปัญหาที่นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ทำ แล้วจึงร่วมกันพิจารณาและสรุปว่ากลยุทธ์และกระบวนการการแก้ปัญหาใดที่สามารถทำให้แก้ปัญหาได้ประสบความสำเร็จ

2.3 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3.1 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้
กาเย่ (Gagne'. 1970: 186-187) ได้กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

(1) ทักษะทางปัญญา (Intellectual Skills) หมายถึง ความสามารถในการนำกฎสูตรความคิดรวบยอด รวมไปถึงหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งความรู้ทางปัญญานั้นจัดเป็นความรู้ที่ผู้เรียนได้รับมาก่อน

(2) ลักษณะของปัญหา (Problem Schemata) หมายถึง ข้อมูลต่าง ๆ ที่อยู่ในสมองการเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงหรือหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ โดยข้อมูลเหล่านั้นได้แก่คำศัพท์หรือวิธีการแก้ปัญหาในลักษณะต่าง ๆ

(3) การวางแผนหาคำตอบ (Planning Strategies) หมายถึง ความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญาและลักษณะที่เกี่ยวข้องกับปัญหาในการวางแผนการแก้ปัญหาโดยการวางแผนหาคำตอบเป็นกลวิธีการคิด (Cognitive Strategies) อย่างหนึ่ง

(4) การตรวจสอบคำตอบ (Validating the Answer) หมายถึง ความสามารถในการตรวจย้อนกลับเพื่อตรวจสอบยืนยันความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาตลอดทั้งกระบวนการ

ซูยแดม (Suydam, 1990: 36) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีส่วนช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้แก่ความสามารถในการทำความเข้าใจในความคิดรวบยอดและข้อความทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแยกแยะ ความคล้ายคลึงหรือความแตกต่าง ความสามารถในการเลือกใช้ข้อมูลและวิธีการความสามารถในการแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูลและการประมาณค่า ความสามารถในการที่จะมองเห็นความสัมพันธ์และการตีความหมายของข้อเท็จจริงให้อยู่ในรูปข้อมูลเชิงปริมาณ

กองวิจัยทางการศึกษา (กองวิจัยทางการศึกษา, 2531: 10-18) ได้กล่าวว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วยความสามารถในการทำความเข้าใจโจทย์ ความสามารถในการค้นหาวิธีการที่ถูกต้อง ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการค้นหาคำตอบได้ถูกต้อง

ชมพูนุท วณสันเทียะ (2552: 64) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการการคิดแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งจะประกอบด้วยการนำเสนอความคิดรวบยอด กฎ สูตร ทฤษฎี บทนิยามต่าง ๆ ความสามารถในการให้เหตุผล การแยกแยะ ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล การตีความ การเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของปัญหากับข้อมูลที่ได้กับความรู้ที่จำเป็นตลอดจนความสามารถในการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา

ซึ่งจากความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ข้างต้น ผู้วิจัยจึงได้ทำการสรุปความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการการคิดแก้ปัญหาในทางคณิตศาสตร์ ที่ต้องมี (1) การทำความเข้าใจปัญหาซึ่งเป็นการอาศัยความรู้ ความคิด ทักษะ หลักการ ตลอดจนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเพื่อนำมา (2) วางแผนการแก้ปัญหา แล้ว (3) ดำเนินการตามแผน ที่ต้องมีการอธิบายที่ชัดเจน เป็นเหตุเป็นผล และได้คำตอบที่ถูกต้อง

2.3.2 ปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงปัจจัยที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนี้

เฮดเดน และสเปียร์ (Hedden and Spear, 1992: 34-35) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาของบุคคล ว่าขึ้นกับหลายองค์ประกอบ ดังนี้

- (1) รูปแบบของการรับรู้
- (2) ความสามารถภายใน
- (3) เทคนิคในการประมวลผลข้อมูล
- (4) พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
- (5) ความต้องการที่จะหาคำตอบ
- (6) ความมั่นใจในความสามารถในการแก้ปัญหาของตนเอง

อดัมส์ เอลลิส และบีสัน (Adams Ellis and Beeson, 1977: 174- 75) ได้กล่าวถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา 3 ด้าน ดังนี้

(1) สติปัญญา (Intelligence) การแก้ปัญหาจำเป็นต้องใช้ความคิดในระดับสูงสติปัญญาถือเป็นสิ่งสำคัญประการหนึ่งในการแก้ปัญหา โดยองค์ประกอบสำคัญคือ สติปัญญาในด้านปริมาณ (Quantitative Factors) จะเป็นส่วนที่มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา เช่น นักเรียนบางคนอาจมีความสามารถในองค์ประกอบทางด้านภาษา แต่อาจขาดความสามารถในด้านปริมาณ

(2) การอ่าน (Reading) ถือเป็นพื้นฐานที่จำเป็นลำดับต้น ๆ ของการแก้ปัญหา ซึ่งการแก้ปัญหามustมีการอ่านอย่างรอบคอบ อ่านแบบวิเคราะห์ ซึ่งจะนำไปสู่การตัดสินใจว่าจะทำอะไรและอย่างไร แต่นักเรียนจำนวนมากที่มีความสามารถในการอ่าน แต่ไม่สามารถแก้ปัญหาได้

(3) ทักษะพื้นฐาน (Basic Skill) เมื่อมีสถานการณ์ปัญหาและตัดสินใจว่าควรจะทำอะไร ขั้นตอนที่ได้มาซึ่งคำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม จำเป็นต้องอาศัยการดำเนินการต่าง ๆ ที่จำเป็น นั่นก็คือทักษะพื้นฐาน

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 64-66) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

(1) ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ถือเป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการทำความเข้าใจปัญหาได้แก่ ทักษะการอ่าน และการฟัง ซึ่งนักเรียนจะรับรู้ปัญหาจากการอ่านและการฟัง ปัญหาส่วนใหญ่มักอยู่ในรูปของข้อความที่เป็นตัวอักษร นักเรียนจะต้องอ่านและทำความเข้าใจพร้อมกับแยกประเด็นสำคัญต่าง ๆ ออกมาให้ได้ เช่น ต้องแยกแยะว่าปัญหากำหนดอะไร มีข้อมูลใดบ้างที่เชื่อมโยงมายังปัญหา และปัญหาต้องการอะไร มีข้อมูลที่ไม่จำเป็น ที่มากเกินไป หรือข้อมูลที่ขัดแย้ง อย่างไรบ้าง ซึ่งการทำความเข้าใจปัญหา ต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับคำศัพท์ คำนิยาม และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการแสดงถึงศักยภาพของนักเรียนที่จะระลึกถึงและเชื่อมโยงปัญหากับข้อมูลเหล่านั้น ประการสำคัญคือ นักเรียน

ต้องรู้จักเลือกใช้เครื่องมือหรือกลวิธีที่จะช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การเขียนภาพ การขีดเส้นใต้ การสร้างตัวแบบ การยกตัวอย่าง เป็นต้น

(2) ทักษะในการแก้ปัญหา เกิดจากการฝึกฝนบ่อย ๆ จนเกิดเป็นความชำนาญ เมื่อนักเรียนได้คิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ จะมีโอกาสได้พบปัญหาที่หลากหลาย ซึ่งอาจมีโครงสร้างปัญหาที่คล้ายคลึงกัน หรือแตกต่างกัน เมื่อมีประสบการณ์ในการเลือกใช้กลยุทธ์ ก็จะสามารถนำไปใช้ให้เหมาะสมกับปัญหา และเมื่อเผชิญกับปัญหาที่ไม่คุ้นเคยก็จะสามารถนำประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียงพิจารณาโครงสร้างว่ามีความคล้ายคลึงกับปัญหาที่คุ้นเคยบ้างหรือไม่ จะสามารถใช้กลยุทธ์ใดในการแก้ปัญหานี้ โดยนักเรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหาจะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

(3) ความสามารถในการคิดคำนวณ และความสามารถในการให้เหตุผล ขั้นตอนต่อไปหลังจากที่ได้ดำเนินการวางแผนการแก้ปัญหา คือขั้นตอนของการดำเนินการตามแผน ซึ่งในขั้นตอนนี้จำเป็นต้องอาศัยการคำนวณ และการให้เหตุผลในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งถือเป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการแก้ปัญหา เพราะเมื่อมีการคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นอาจทำให้ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง และจะมีวิธีการ หรือกลยุทธ์ที่ใช้เหมาะสมแล้วก็ตาม

(4) แรงขับ เมื่อนักเรียนได้พบปัญหาที่เป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ซึ่งไม่คุ้นเคยและไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที นักเรียนจะต้องวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อให้ได้คำตอบ ซึ่งในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะต้องมีแรงขับภายในที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งเป็นปัจจัยมาจากด้านจิตพิสัยได้แก่ เจตคติ ความสนใจ หรือแรงจูงใจ ซึ่งจะต้องใช้ระยะเวลาในการปลูกฝังให้เกิดในตัวนักเรียนผ่านกิจกรรมต่าง ๆ ในห้องเรียน

(5) ความยืดหยุ่น นักเรียนจะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิดหมายถึงไม่ยึดติดในรูปแบบที่คุ้นเคย ยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ซึ่งเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิด โดยเป็นการเชื่อมโยงเอาความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา รวมไม่ถึงแรงขับที่มี ให้เข้ากันกับสถานการณ์ปัญหา สร้างเป็นองค์ความรู้ เพื่อปรับใช้ในการแก้ปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากการศึกษา คำกล่าวที่เกี่ยวข้องกับปัจจัยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงสรุปได้ว่า ปัจจัยที่ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

(1) ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา เป็นความสามารถที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการอ่านปัญหา ซึ่งต้องแยกแยะว่าปัญหากำหนดอะไรบ้าง และต้องการไปหาอะไร มีข้อมูลใดบ้างที่จำเป็นและมีข้อมูลใดบ้างที่ไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา รวมไปถึงข้อมูลที่เกี่ยวข้องอย่างอื่น ที่จะสามารถทำให้แก้ปัญหาได้

(2) ความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา เป็นการวางแผนเพื่อกำหนดวิธีการ หรือกลยุทธ์ที่เหมาะสมเพื่อให้การแก้ปัญหาเป็นไปอย่างถูกต้อง และรวดเร็ว

(3) ความสามารถในการคิดคำนวณ การดำเนินการตามแผนจำเป็นต้องใช้ความสามารถในการคิดคำนวณ ซึ่งการคิดคำนวณที่ถูกต้อง จะทำให้การวางแผน และการดำเนินการตามแผนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

(4) ความสามารถในการให้เหตุผล การให้เหตุผลเป็นองค์ประกอบสำคัญในการแก้ปัญหา เป็นการอ้างถึงแหล่งข้อมูล ความถูกต้องของข้อมูล ซึ่งจะต้องอาศัยทักษะทางการเขียนหรือพูด เพื่อแสดงการให้เหตุผล

(5) ความสามารถในการเลือกวิธีการแก้ปัญหา การเลือกวิธีการแก้ปัญหา เป็นการตัดสินใจโดยอาศัยข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ เพื่อให้แน่ใจว่าวิธีการที่เลือกนั้นสามารถนำไปสู่คำตอบของปัญหาได้

(6) เจตคติที่มีต่อการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องมีความรู้สึกในทางบวก จึงจะสามารถทำให้แก้ปัญหาได้อย่างถึงที่สุด

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.4.1 งานวิจัยต่างประเทศ

วิลเลียม (William, 2003: 185-187) ได้มีการทำการวิจัยเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการการแก้ปัญหว่าสามารถช่วยในการแก้ปัญหาได้ โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่เรียนรายวิชาพีชคณิตจำนวน 42 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 22 คนและกลุ่มควบคุม 20 คน ซึ่งใช้การเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการการแก้ปัญหสำหรับกลุ่มทดลอง ในขณะที่กลุ่มควบคุมใช้การแก้ปัญหตามขั้นตอนแต่ไม่มีการฝึกการเขียน ใช้การทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน พบว่ากลุ่มทดลองสามารถทำงานการแก้ปัญหได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม และสามารถเขียนขั้นตอนกระบวนการการแก้ปัญหได้เร็วกว่ากลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในการทดลองทำให้ทราบว่า นักเรียนจำนวนร้อยละ 75 มีความพึงพอใจในกิจกรรมการเขียน และนักเรียนจำนวนร้อยละ 80 บอกว่ากิจกรรมการฝึกการเขียนช่วยให้เขาแก้ปัญหาได้ดีขึ้น

ทูกอร์ (Tougaw, 1993: 29-34) ได้ทำการศึกษาผลจากการใช้วิธีการสอนแบบเปิด ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์รวมไปถึงเจตคติของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา พบว่านักเรียนที่รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้วิธีการสอนแบบเปิด จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาที่ดี และยังพบว่าเจตคติของนักเรียนที่มีต่อรายวิชาคณิตศาสตร์มีผลเป็นทางบวกต่อความสามารถในการแก้ปัญหา ในขณะที่เพศไม่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา

ฮาร์ท (Hart, 1993: 167-169) ให้ทำการศึกษาปัจจัยที่ถือเป็นประสาทและปัจจัยที่ส่งผลกระทบต่อความสามารถในการแก้ปัญหา ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างที่เป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 12 คน โดยได้รับการสอนแบบแบ่งเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3 คน ซึ่งแต่ละกลุ่มจะถูกบันทึกวิดีโอ ในขณะที่ร่วมกันลงมือแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า ปัจจัยที่เป็นอุปสรรคต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ 1) การขาดประสบการณ์และความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับปัญหานั้น 2) มีการกำหนดข้อจำกัดที่เกินความจำเป็น 3) การขาดการกำกับตนเองรวมถึงความสามารถด้านสติปัญญา และ 4) การขาดความเชื่อต่อการแก้ปัญหา นอกจากนี้ยังพบว่าปัจจัยที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้แก่ 1) ความร่วมมือภายในกลุ่ม 2) การกำกับตนเองภายในกลุ่ม และ 3) รูปแบบทางสังคมในการแก้ปัญหากลุ่มย่อย

แคท ซีเกล และสตูเปิล (Katz Segal and Stupel, 2016: 107-144) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับกลยุทธ์การทำงานย้อนกลับในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในตนเองโดยมีกลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 131 คน ที่มีค่าเฉลี่ยของคะแนนไม่แตกต่างกัน รายการศึกษาค้นคว้าศึกษาถูกออกแบบให้พิจารณาเกี่ยวกับการใช้ความรู้ในการแก้ปัญหาในเชิงของศักยภาพรายบุคคลเมื่อพิจารณาจากแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ไม่มีการใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาแบบย้อนกลับ ซึ่งจากการวิจัยสามารถอธิบายได้ 2 ประเด็นคือการสอนการแก้ปัญหาโดยเน้นไปที่กลยุทธ์การแก้ปัญหาแบบย้อนกลับ เป็นการช่วยเพิ่มความสามารถในการแก้ปัญหาให้กับนักเรียน และยังเพิ่มความเชื่อ การกำกับตนเอง รวมไปถึงศักยภาพด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์

รามนะเรน (Ramnarain, 2014: 43-57) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อเพิ่มความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน สำหรับนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มอ่อน ผ่านการเรียนรู้โดยใช้กลยุทธ์เป็นฐาน โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน เกรด 9 ที่มีผลการเรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์ในระดับอ่อนโดยแบ่งเป็นสองกลุ่มคือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จัดการเรียนรู้โดยให้กลุ่มทดลองใช้การเรียนรู้ที่ใช้กลยุทธ์เป็นฐาน และกลุ่มควบคุมใช้จัดการเรียนรู้แบบปกติ ผลการทดลองพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิต

2.4.2 งานวิจัยในประเทศ

ชินกมล กมลานนท์ (2546: 69-70) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้กระบวนการที่ใช้แฟ้มสะสมงาน มีการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ก่อนเรียนและหลังเรียน จัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการ แฟ้มสะสมงาน กับการเรียนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ปีการศึกษา 2554 โรงเรียนชลกันยานุกูล จังหวัดชลบุรี จำนวน

68 คน ผลการวิจัย พบว่า 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยใช้แฟ้มสะสมงาน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในการแก้ปัญหารายด้านและภาพรวมอยู่ในระดับดีมาก มีค่าเฉลี่ยด้านการวิเคราะห์โครงสร้างของปัญหามากที่สุด ส่วนการตัดสินใจเลือกวิธีการและการทำความเข้าใจในปัญหา คุณภาพของชิ้นงาน และการตรวจสอบคำตอบ มีค่าเฉลี่ยรองลงมาตามลำดับ 2) นักเรียนที่เรียนจากกิจกรรมที่สร้างขึ้นมีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05 3) นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมโดยใช้กระบวนการการสะสมงาน มีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนปกติ มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นัทกัญญา เจริญเกียรติบรร (2547: 50-52) ได้ทำการศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 ซึ่งใช้การเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 ปีการศึกษา 2546 จำนวน 40 คน จากโรงเรียนอัสสัมชัญพาณิชยการ กรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างหลังเรียนโดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .01

รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ (2548: 94-100) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาโปรแกรมการจัดการเรียนรู้การแก้ปัญหาเพื่อพัฒนาศักยภาพในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหานักศึกษาคณะครุศาสตร์ โดยการวิจัยครั้งนี้มีจุดประสงค์เพื่อพัฒนาและศึกษาผลของโปรแกรมการจัดการเรียนรู้แก้ปัญหาและสำหรับนักศึกษาคณะครุศาสตร์ ที่มีศักยภาพในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และความเชื่อที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า มัธยมศึกษาของคะแนนในด้านศักยภาพการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ามัธยมศึกษาของคะแนนของกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 มัธยมศึกษาของคะแนนในด้านความเชื่อที่เหมาะสมเกี่ยวกับการแก้ปัญหากลุ่มทดลองไม่แตกต่างจากมัธยมศึกษาของคะแนนของกลุ่มควบคุมมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และขณะที่โปรแกรมกำลังดำเนินการอยู่ นักศึกษาคณะครุศาสตร์ในกลุ่มทดลองที่มีประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากขึ้น จะใช้เวลามากขึ้นในการทำความเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา การอภิปรายกลุ่มก่อนลงมือแก้ปัญหา และการปรับและเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา นักศึกษาสามารถสร้างแผนภาพประกอบได้ชัดเจนขึ้น มีการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด มีการนิยามตัวแปรและสร้างสมการที่เหมาะสม อีกทั้งยังมีการให้เหตุผลเชิงตรรกะ มาสนับสนุนมากขึ้น

ปิยะนาถ เหมวิเศษ (2551: 77-81) ได้ทำการสร้างกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ที่หลากหลายในการแก้ปัญหามาเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ปีการศึกษา 2550 โรงเรียนศรีอยุธยา กรุงเทพมหานคร จำนวน 50 คน โดยใช้กิจกรรมการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการการแก้ปัญหา และมีการใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหา เพื่อแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และเมื่อนักเรียนเริ่มมีประสบการณ์มากขึ้นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถพัฒนาการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา รวมไปถึงการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน นอกจากนี้นักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนการสอนที่สร้างขึ้น มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี

ชญาภา ใจโปร่ง (2553: 86-87) ได้ทำการสร้างกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ที่หลากหลายในการแก้ปัญหาเพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชัน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนกาญจนาดิษฐ์วิทยาคม อำเภอกาญจนดิษฐ์ จังหวัดสุราษฎร์ธานี จำนวน 30 คน โดยใช้กิจกรรมการสอนที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการการแก้ปัญหา และมีการใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหา เพื่อแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และเมื่อนักเรียนเริ่มมีประสบการณ์มากขึ้นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถพัฒนาการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยการเขียนแผนภาพ หรือแสดงร่องรอยการทำความเข้าใจปัญหาที่มีการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหามากกว่าหนึ่งกลยุทธ์ มีการเขียนสมการ รวมไปถึงการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจนที่สามารถเขียนได้อย่างหลากหลาย

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยเรื่อง การพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยดังรายละเอียดตามหัวข้อต่อไปนี้

- 3.1 แบบแผนการวิจัย
- 3.2 กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย
- 3.3 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
- 3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล
- 3.5 วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล

3.1 แบบแผนการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีการวิจัยแบบกึ่งทดลอง (Quasi-experimental design method) โดยมีการคัดเลือกกลุ่มเป้าหมายมาหนึ่งกลุ่มเพื่อเป็นกลุ่มทดลอง จัดการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีการทดสอบก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อนำผลมาวิเคราะห์ เปรียบเทียบความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรูปแบบการวิจัยดังนี้

T_1	X	T_2
-------	---	-------

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

T_1 คือ ทดสอบก่อนเรียน

X คือ กิจกรรมการเรียนการสอนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

T_2 คือ ทดสอบหลังเรียน

3.2 กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนค้อวังวิทยาคม จังหวัดยโสธร สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 28 โดยทำการเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) จำนวน 1 ห้องเรียน คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/4 จำนวน 31 คน

3.3 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

สำหรับเครื่องมือที่ใช้ในการดำเนินการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

3.3.1 เครื่องมือสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนรู้

3.3.1.1 แผนการจัดการเรียนรู้

เป็นแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำนวน 7 แผน รวมทั้งสิ้น 7 คาบ คาบละ 50 นาที แต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา และขั้นดำเนินการตามแผน

ขั้นตอนในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ สามารถสรุปได้ดังนี้

- 1) ศึกษาหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นตามที่หลักสูตรได้กำหนดไว้
- 2) ศึกษาและสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยดำเนินการวิเคราะห์ขั้นตอนและวิธีการถ่ายทอด การใช้งานกลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยให้สอดคล้องกับเนื้อหา และระดับของผู้เรียน
- 3) กำหนดเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ตลอดจนเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ โดยในแต่ละแผนประกอบด้วย สารการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สำคัญ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้
- 4) นำเสนอแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้น ต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบเป็นเบื้องต้นแล้วนำมาแก้ไข ปรับปรุงความถูกต้องของ ภาษาที่ใช้ เนื้อหา เพื่อให้เหมาะสมกับการใช้เป็นกิจกรรมการเรียนการสอน สอดคล้องกับการเลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย

5) นำแผนการจัดการเรียนรู้เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน คือ ดร.สุนันทา พุ่มพันธ์ อาจารย์เพ็ญศิริ คำชัย และอาจารย์สำรี ผิวม่วง เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมและความสอดคล้องของกิจกรรมตลอดจนตรวจสอบด้านการใช้ภาษา โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแผนการจัดการเรียนรู้ที่มีค่าตั้งแต่ 0.5–1.0

6) นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้รับข้อชี้แนะจากผู้เชี่ยวชาญ มาปรับปรุงและแก้ไข แล้วนำเสนอต่อที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์อีกครั้ง แล้วดำเนินการแก้ไขปรับปรุงครั้งสุดท้ายเพื่อนำไปใช้กับกลุ่มเป้าหมาย

แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ ที่ทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คาบที่	ขั้นตอน	แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
1	แนะนำกลยุทธ์	แนะนำและอธิบายการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้คำถามนำและกระตุ้นให้นักเรียนได้เห็นความสำคัญของการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา พร้อมยกตัวอย่างกลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย และ การใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหา โดยเริ่มจากโจทย์ปัญหาง่ายๆ เพื่อให้นักเรียนได้เห็นโครงสร้างและวิธีการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าต้องมีการกำหนดเป้าหมายหลัก นำเข้าความรู้เพื่อใช้ในการสร้างเป้าหมายย่อย ตลอดจนการเขียนคำตอบ จากผังการสร้างเป้าหมายย่อยที่ได้
2 - 7	การทำความเข้าใจปัญหา	นำเสนอโจทย์ปัญหาเพื่อให้นักเรียนได้เห็นร่วมกัน จากนั้นครูใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการ และสิ่งที่โจทย์ให้มา พร้อมทั้งบอกสิ่งที่เป็ความรู้ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา

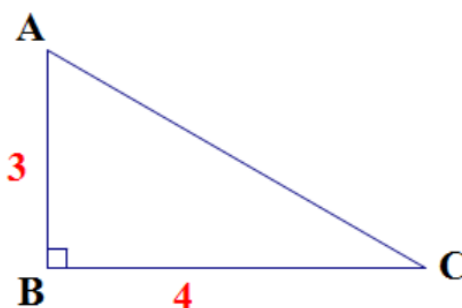
ตารางที่ 3.1 แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ ที่ทำให้นักเรียน
สามารถเลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
(ต่อ)

คาบที่	ขั้นตอน	แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
2 - 7	การวางแผน การแก้ปัญหา	ใช้คำถามนำเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด โดยเริ่มจากการกำหนดเป้าหมายหลัก นั่นคือสิ่งที่โจทย์ต้องการ จากนั้นครูถามนักเรียนต่อว่า มีความรู้ใดบ้างที่เกี่ยวข้องหรือสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็น การนำเข้าสู่ความรู้ที่เกี่ยวข้องเพื่อนำมาสร้างเป้าหมายย่อย และ ดำเนินการนำเข้าสู่ความรู้และสร้างเป้าหมายย่อยอีกครั้ง หากเป้าหมายย่อยที่สร้างขึ้นยังไม่ใช่สิ่งที่โจทย์ให้มา นำสิ่งที่ได้มาเขียนในลักษณะของแผนผัง
	การ ดำเนินการ ตามแผน	ดำเนินการแก้ปัญหา ตามแผนที่วางไว้ โดยเริ่มจากเป้าหมายและความรู้ ที่นำมาใช้ ในส่วนที่ย่อยที่สุด เพื่อให้ได้คำตอบที่จะนำไปใช้ในเป้าหมายย่อยในขั้นถัดมา จนได้คำตอบของเป้าหมายหลัก โดยการเขียนแสดงคำตอบ มีการอ้างอิงเหตุผลจากความรู้ที่นำเข้าไปในแต่ละขั้นของเป้าหมายย่อย

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละขั้นตอน เป็นดังนี้

(1) กำหนดโจทย์ปัญหา

คำถามที่ 2: จงหาความยาวของเส้นรอบรูปของ



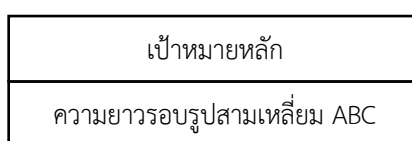
(2) ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา

(2.1) สิ่งที่โจทย์ต้องการในข้อนี้คือ ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม ABC

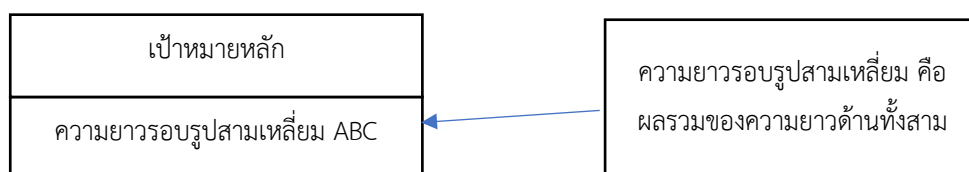
(2.2) สิ่งที่โจทย์ให้มาได้แก่ สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ด้าน AB ยาว 3 หน่วย และด้าน BC ยาว 4 หน่วย

(3) ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

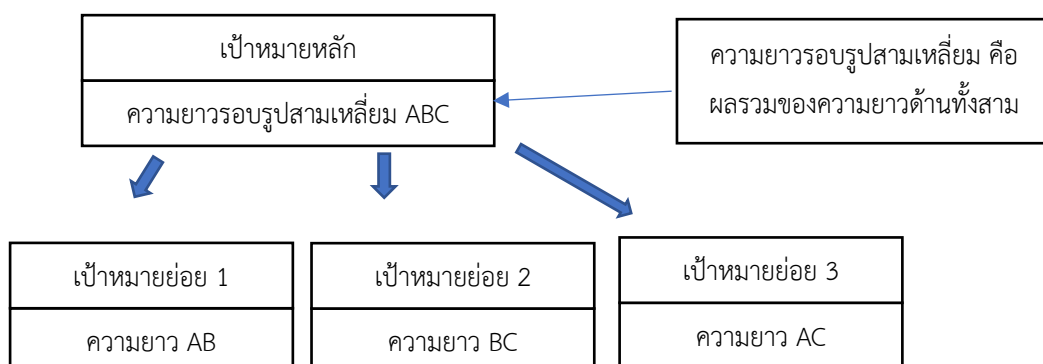
(3.1) จากการทำความเข้าใจปัญหาพบว่า สิ่งที่โจทย์ต้องการเป็นสิ่งที่เป็คำตอบของปัญหา นั่นคือ เป้าหมายหลักในการแก้ปัญหาครั้งนี้ สามารถนำมาเขียนแผนภาพได้เป็น



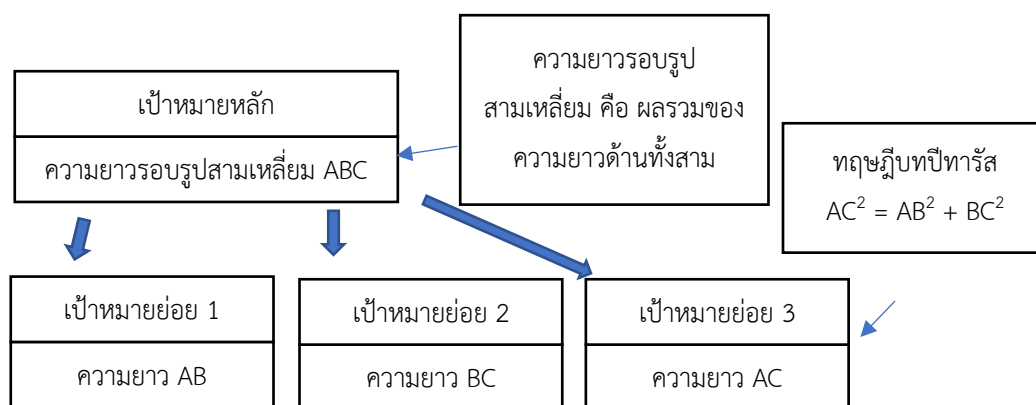
(3.2) ครูถามนักเรียนว่า ในการแก้ปัญหาของเป้าหมายหลักครั้งนี้จำเป็นต้องใช้ความรู้เรื่องใดบ้าง ซึ่งนักเรียนจะตอบว่า ความรู้ในเรื่อง “ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม คือ ผลรวมของความยาวด้านทั้งสาม” ซึ่งนั่นคือการนำเอาความรู้ที่เกี่ยวข้อง สามารถเขียนแผนภาพได้ดังนี้



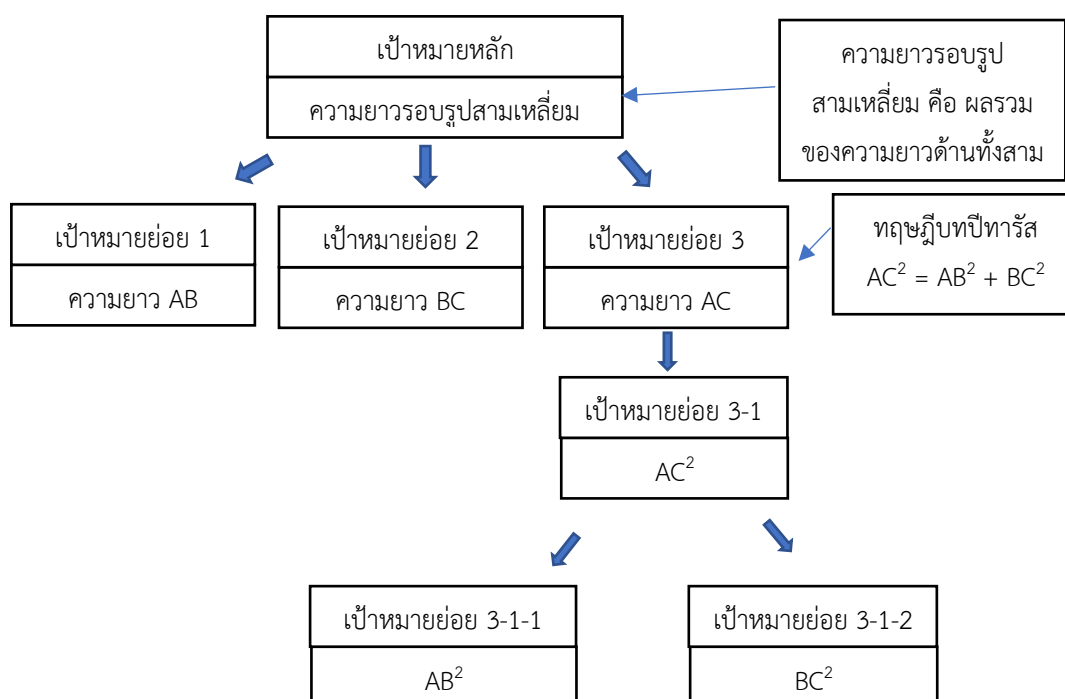
(3.3) ความยาวของด้านทั้งสาม คือสิ่งที่เราต้องดำเนินการก่อนเพื่อให้สามารถหาคำตอบของเป้าหมายหลักได้ นั่นทำให้ สิ่งที่ต้องดำเนินการก่อนกลายมาเป็นเป้าหมายย่อยที่ต้องดำเนินการ สามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



(3.4) พิจารณาเป้าหมายย่อยแต่ละเป้าหมาย พบว่า ความยาวของ AB และ BC เป็นสิ่งที่โจทย์ให้มา นั่นคือข้อมูลที่สามารถนำไปใช้ได้ทันที ทำให้ไม่ต้องมีการสร้างเป้าหมายย่อย ของเป้าหมายย่อยทั้งสองนี้ต่อไปอีก ในขณะที่เป้าหมายย่อย 3 ความยาวของด้าน AC นั้น ไม่ได้อยู่ในสิ่งที่ โจทย์ให้มา จึงต้องถามนักเรียนต่อว่า หากต้องการทราบความยาวของด้าน AC ต้องใช้ความรู้เรื่องใด ซึ่งนักเรียนจะตอบได้ว่าใช้ความรู้เรื่อง สามเหลี่ยมมุมฉาก และทฤษฎีบท ปีทาโกรัส นั่นคือการนำเข้า ความรู้ และจะถูกนำไปพิจารณาการสร้างเป้าหมายย่อยขั้นถัดไป สามารถเขียนแผนภาพได้ดังนี้

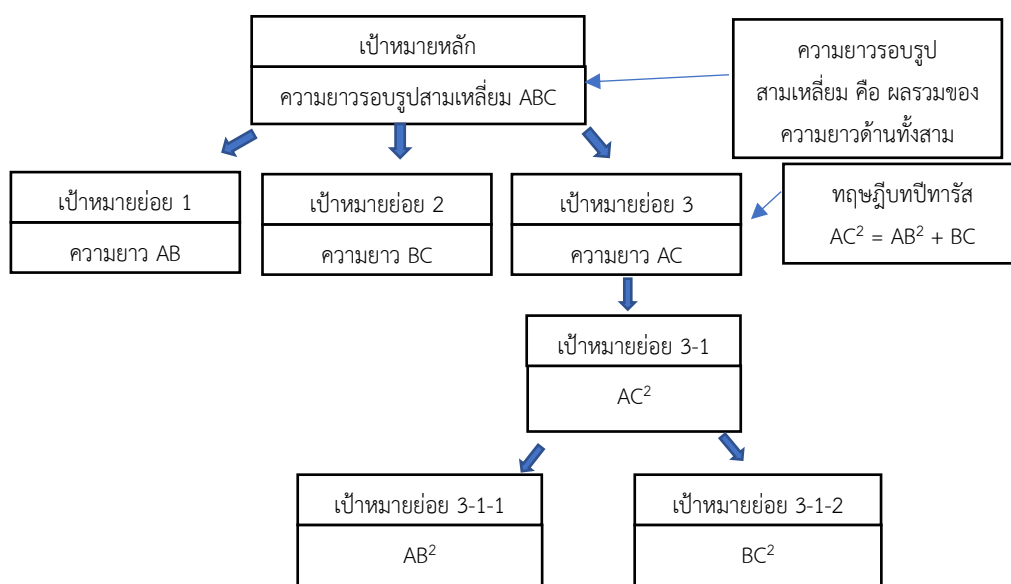


(3.5) จากการนำเข้าความรู้เรื่อง ทฤษฎีบทปีทาโกรัส ที่ว่า $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ทำให้ได้ว่า หากต้องการทราบ ความยาว AC ต้องหาจาก AC^2 ทำให้ได้เป้าหมายย่อยขั้นถัดไป เป็นดังนี้



(4) ขั้นตอนการดำเนินการตามแผน

(4.1) นำผังที่ได้จากการสร้างเป้าหมายย่อย และความรู้ที่เกี่ยวข้องในแต่ละชั้นมาเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบ ดังนี้



วิธีทำ เนื่องจาก $AB = 3$ และ $BC = 4$ ทำให้ได้ว่า $AB^2 = 3^2 = 9$ และ $BC^2 = 4^2 = 16$ (เป็นคำตอบของเป้าหมายย่อย 3-1-1 และ 3-1-2)

เนื่องจาก สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้น โดยทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 3^2 + 4^2$$

$$AC^2 = 9 + 16 = 25 \quad (\text{เป็นคำตอบของเป้าหมายย่อย 3-1})$$

$$\text{ดังนั้น } AC = 5 \quad (\text{เป็นคำตอบของเป้าหมายย่อย 3})$$

เพราะฉะนั้น ความยาวรอบรูป = $AB + BC + AC = 3 + 4 + 5 = 12$ หน่วย (เป็นคำตอบของเป้าหมายหลัก)

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถดูได้ในภาคผนวก ค.2

3.3.2 เครื่องมือสำหรับการเก็บรวบรวมข้อมูล

3.3.2.1 แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยใน

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยที่ต้องเขียนแสดงวิธีคิดและวิธีทำโดยละเอียด จำนวน 3 ชุด ชุดที่ 1 แบบทดสอบก่อนเรียนจำนวน 2 ข้อ ซึ่งจะพิจารณาในส่วน of ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านการทำความเข้าใจปัญหา การวางแผน การแก้ปัญหา และการเขียนคำตอบที่ถูกต้องพร้อมคำอธิบายที่ชัดเจน ชุดที่ 2 แบบทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 1 จำนวน 2 ข้อ ซึ่งจะพิจารณาความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และชุดที่ 3 แบบทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 2 จำนวน 1 ข้อ ที่ไม่ได้บังคับการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย โดยมีขั้นตอนการสร้างและหาคุณภาพเครื่องมือดังนี้

- 1) ศึกษาหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 สารการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นตามที่หลักสูตรได้กำหนดไว้
- 2) ศึกษาหลักการและวิธีในการสร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ศึกษาตัวอย่างแบบทดสอบระดับชาติ และนานาชาติ รวมถึงเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้อง
- 3) สร้างแบบทดสอบวัดความสามารถในวัดความสามารถในการในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ
- 4) กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ ซึ่งการให้คะแนนของแบบทดสอบ เป็นดังตารางที่ 3.2 และ ตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.2 การให้คะแนนความสามารถในการในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ส่วนของการแก้ปัญหา	คะแนน	รายการประเมิน
การใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย	6	เขียนเป้าหมายหลัก มีการนำเข้าสู่ข้อมูลที่เกี่ยวข้อง และสร้างเป้าหมายย่อยอย่างเป็นเหตุเป็นผล ได้อย่างครบถ้วนและนำไปสู่การแก้ปัญหาได้
	4	เขียนเป้าหมายหลัก มีการนำเข้าสู่ข้อมูลที่เกี่ยวข้อง และสร้างเป้าหมายย่อยอย่างเป็นเหตุเป็นผล ได้บางส่วน
การใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย	2	แสดงร่องรอยของการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย
	0	ไม่แสดงร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหา

ตารางที่ 3.3 การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านการทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา และการเขียนคำตอบที่ถูกต้องพร้อมคำอธิบายที่ชัดเจน

ส่วนของการแก้ปัญหา	คะแนน	รายการประเมิน
ตอนที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา	4	บอกได้ทั้งสิ่งที่โจทย์ต้องการและสิ่งที่โจทย์ให้มา ครบถ้วน
	2	บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการและสิ่งที่โจทย์ให้มาได้บางส่วน
	0	ไม่สามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการ หรือสิ่งที่โจทย์ให้มาได้
ตอนที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญหา	6	แสดงลำดับขั้นและมีวิธีการที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา
	4	แสดงวิธีการที่สามารถนำไปสู่คำตอบได้
	2	แสดงร่องรอยของการวางแผนในการแก้ปัญหา
	0	ไม่แสดงร่องรอยการวางแผนการแก้ปัญหา
ตอนที่ 3 การแสดงคำอธิบายที่ชัดเจน	10	แสดงกระบวนการหาคำตอบมีคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผล ครบถ้วน
	8	แสดงกระบวนการหาคำตอบ มีคำอธิบายที่พอสื่อให้เข้าใจได้ ครบถ้วน
	6	แสดงกระบวนการหาคำตอบ มีคำอธิบายที่พอสื่อให้เข้าใจได้ บางส่วน
	4	แสดงกระบวนการหาคำตอบ แต่ไม่มีคำอธิบาย หรือมีคำอธิบายที่ไม่เป็นเหตุเป็นผล
	2	แสดงกระบวนการหาคำตอบเพียงบางส่วน หรือมีคำอธิบายเพียงบางส่วน
	0	ไม่แสดงกระบวนการหาคำตอบ หรือการอธิบาย
ตอนที่ 4 การหาคำตอบที่ถูกต้อง	4	ตอบได้ถูกต้องและครบถ้วน
	2	ตอบได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
	0	ตอบไม่ถูกต้อง

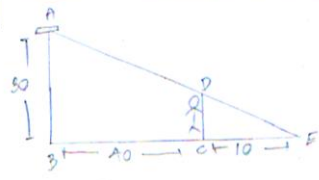
5) นำแบบทดสอบ เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์จำนวน 3 ท่าน คือ ดร.สุนันทา พุ่มพันธ์ อาจารย์เพ็ญศิริ คำชัย และอาจารย์สำรี ผิวม่วง เพื่อตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมและความสอดคล้องของกิจกรรมตลอดจนตรวจสอบด้านการใช้ภาษา โดยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของแบบทดสอบ ซึ่งมีการกำหนดคะแนนดังนี้

คะแนน +1 หมายถึง แบบทดสอบข้อนั้นสอดคล้อง

คะแนน 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าแบบทดสอบข้อนั้นสอดคล้องหรือไม่

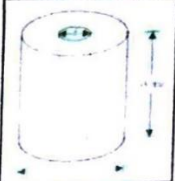
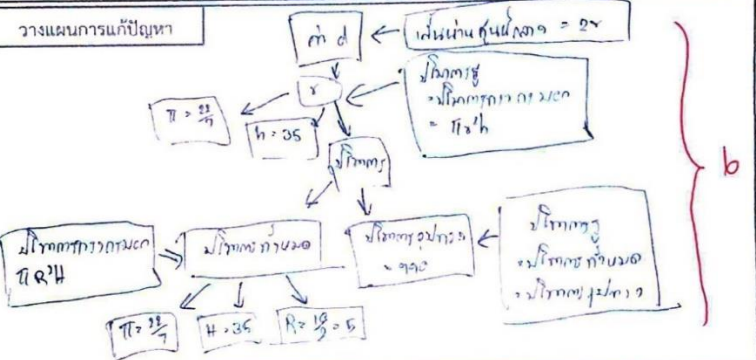
คะแนน -1 หมายถึง แบบทดสอบข้อนั้นไม่สอดคล้อง

6) นำเครื่องมือที่ได้นำเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญแล้ว มาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ และคัดเลือกแบบทดสอบข้อที่มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มเป้าหมาย

แบบทดสอบ	
2. ชายผู้หนึ่งยืนห่างจากหอคอยไฟฟ้าบนเสาไฟฟ้าบนถนน 40 ฟุต โดยหอคอยไฟมีความสูง 30 ฟุต จากพื้นดิน เขาของเขาคือ 10 ฟุต ชายผู้นี้สูงเท่าใด	
กระดาษคำตอบ	
สิ่งที่โจทย์ต้องการ	หาความสูงของชายผู้นั้น
สิ่งที่โจทย์ให้มา	หอคอยไฟสูง 30 ฟุต ชายผู้นั้นสูง 10 ฟุต ระยะห่างจากเสาไฟฟ้า 40 ฟุต
วางแผน/วิธีคิด	 $\triangle ABE \sim \triangle DCE$ EA สอดคล้อง ED EB " EC DC " AB
วิธีทำ/แสดงคำตอบ	$\frac{EA}{ED} = \frac{EB}{EC} = \frac{DC}{AB}$ $\frac{EB}{EC} = \frac{AB}{DC}$ $\frac{50}{10} = \frac{30}{DC}$ $\frac{10}{50} = \frac{DC}{30}$ $\frac{10 \times 30}{50} = DC$ $\frac{300}{50} = DC$ $6 = DC$ ชายผู้นั้นสูง 6 ฟุต

ภาพที่ 3.1 ตัวอย่างแบบทดสอบก่อนเรียนและการให้คะแนนความสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากภาพที่ 3.1 พบว่า ในขั้นตอนการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนสามารถบอกได้ทั้งสิ่งที่โจทย์ต้องการและสิ่งที่โจทย์ให้มา ครบถ้วน ทำให้ได้คะแนน 4 คะแนน ในขั้นการวางแผนวิธีคิด นักเรียนเพียง แสดงร่องรอยของการวางแผนในการแก้ปัญหาแต่ยังไม่สามารถนำไปสู่การหาคำตอบได้ ทำให้ได้คะแนน 2 คะแนน ในขั้นการแสดงคำตอบ นักเรียนเพียงแสดงกระบวนการหาคำตอบเพียงบางส่วน หรือมีคำอธิบายเพียงบางส่วน ทำให้ได้คะแนน 2 คะแนน และในขั้นการเขียนคำตอบ นักเรียนสามารถตอบได้ถูกต้องทั้งจำนวนและหน่วยทำให้ได้คะแนน 4 คะแนน

2. จงหาค่า d ที่ทำให้รูปทรงต่อไปนี้ปริมาตร 990 ลูกบาศก์เซนติเมตร	
ทำความเข้าใจปัญหา สิ่งที่ให้ : รัศมี r ปริมาตรของรูปทรง = ปริมาตร 990 ลูกบาศก์เซนติเมตร สิ่งที่หาค่า : ค่า d	4
วางแผนการแก้ปัญหา 	6
ดำเนินการตามแผน เมื่อทราบ ปริมาตรทรงกระบอก ดังนั้น ปริมาตรทรงกระบอก = $\pi r^2 h$ = $\frac{22}{7} (6)^2 (35)^5$ = 2760 ลูกบาศก์เซนติเมตร เมื่อทราบปริมาตร ดังนั้น ปริมาตร = 2760 - 990 = 1760 ลูกบาศก์เซนติเมตร เมื่อทราบ ปริมาตร ดังนั้น 1760 = $\pi r^2 h$ = $(\frac{22}{7}) r^2 (35)^5$ = 110 r^2 1760 = r^2 110 = 6^2 16 = r^2 4 = r เมื่อทราบ d : เส้นผ่านศูนย์กลาง = 2r ดังนั้น $d = 2(4) = 8$ เซนติเมตร	10

ภาพที่ 3.2 ตัวอย่างแบบทดสอบหลังเรียนและการให้คะแนนความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากภาพที่ 3.2 ในขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถบอกได้ทั้งสิ่งที่โจทย์ต้องการและสิ่งที่โจทย์ให้มา ครบถ้วน ทำให้ได้คะแนน 4 คะแนน ในขั้นการวางแผนวิธีคิด

นักเรียนเขียนเป้าหมายหลัก มีการนำเข้าสู่ข้อมูลที่เกี่ยวข้อง และสร้างเป้าหมายย่อยอย่างเป็นเหตุเป็นผล ได้อย่างครบถ้วนและนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ ทำให้ได้คะแนน 6 คะแนน ในขั้นการแสดงคำตอบ นักเรียนแสดงกระบวนการหาคำตอบมีคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผล ครบถ้วนทำให้ได้คะแนน 10 คะแนน และในขั้นการเขียนคำตอบ นักเรียนสามารถตอบได้ถูกต้องทั้งจำนวนและหน่วยทำให้ได้คะแนน 4 คะแนน

3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

3.4.1 การเก็บรวบรวมข้อมูลก่อนเรียน

ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลกับนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย ก่อนเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ทำให้นักเรียนสามารถเลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบทดสอบก่อนเรียน จำนวน 2 ข้อที่เป็นการวัด ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในด้านการทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา และการเขียนคำตอบที่ถูกต้องพร้อมคำอธิบายที่ชัดเจน เก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้แบบบันทึกคะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาการวางแผนวิธีคิดในกระดาษคำตอบที่เขียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด ซึ่งคะแนนสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน แสดงได้ดังตารางที่ 3.4

ตารางที่ 3.4 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

เลขที่	ข้อที่ 1					ข้อที่ 2					รวม (48)
	ตอนที่ 1 (4)	ตอนที่ 2 (6)	ตอนที่ 3 (10)	ตอนที่ 4 (4)	รวม (24)	ตอนที่ 1 (4)	ตอนที่ 2 (6)	ตอนที่ 3 (10)	ตอนที่ 4 (4)	รวม (24)	
1	4	2	6	4	16	4	2	2	4	12	28
2	4	2	6	4	16	4	2	2	4	12	28
3	4	4	2	4	14	4	2	0	0	6	20
4	4	2	6	4	16	4	2	2	4	12	28
5	4	0	2	2	8	4	2	2	4	12	20
6	4	2	4	2	12	4	2	2	4	12	24
7	4	0	6	4	14	4	2	4	0	10	24
8	4	0	6	4	14	4	2	2	2	10	24
9	4	0	2	4	10	4	0	0	0	4	14

ตารางที่ 3.4 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน (ต่อ)

เลขที่	ข้อที่ 1					ข้อที่ 2					รวม (48)
	ตอนที่ 1 (4)	ตอนที่ 2 (6)	ตอนที่ 3 (10)	ตอนที่ 4 (4)	รวม (24)	ตอนที่ 1 (4)	ตอนที่ 2 (6)	ตอนที่ 3 (10)	ตอนที่ 4 (4)	รวม (24)	
10	4	2	2	4	12	4	2	2	0	8	20
11	4	0	6	4	14	4	2	2	0	8	22
13	4	2	2	2	10	4	2	2	4	12	22
14	4	4	2	4	14	4	2	2	0	8	22
15	4	0	2	4	10	2	2	2	4	10	20
16	4	4	4	4	16	4	2	2	4	12	28
17	4	2	2	4	12	4	2	2	0	8	20
18	4	2	6	4	16	4	2	4	4	14	30
19	4	0	2	4	10	4	2	2	4	12	22
20	4	2	2	4	12	4	0	2	4	10	22
21	4	2	2	4	12	4	2	2	4	12	24
22	4	0	6	4	14	4	2	2	0	8	22
23	4	0	6	2	12	4	2	2	0	8	20
24	4	0	6	2	12	4	2	2	0	8	20
25	4	0	2	0	6	4	0	0	2	6	12
26	4	2	2	2	10	4	2	4	0	10	20
29	4	0	6	4	14	4	2	2	0	8	22
30	4	2	6	4	16	4	2	0	0	6	22
31	4	2	2	2	10	4	2	2	4	12	22

ตารางที่ 3.4 แสดงคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนก่อนเรียน ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้มีแบบทดสอบจำนวน 2 ข้อ แต่ละข้อ แบ่งออกเป็น 4 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 คือ การทำความเข้าใจปัญหา จะเห็นว่านักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาได้ โดยบอกสิ่งที่โจทย์ให้มาและสิ่งที่โจทย์ต้องการได้

ตอนที่ 2 คือ การวางแผนการแก้ปัญหา จะเห็นว่านักเรียนมีคะแนนในขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาค่อนข้างน้อย ซึ่งสะท้อนว่า นักเรียนไม่สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้

ตอนที่ 3 คือ การเขียนแสดงคำตอบและคำอธิบายที่ชัดเจน จะเห็นว่าเมื่อนักเรียนไม่สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้ การดำเนินการตามแผนที่เป็นการเขียนแสดงคำตอบนั้น นักเรียนส่วนใหญ่มีคะแนนค่อนข้างน้อย

ตอนที่ 4 คือ การตอบคำถามได้ถูกต้อง การเขียนแสดงคำตอบของนักเรียน จะขึ้นอยู่กับ การเขียนแสดงคำตอบของนักเรียน

3.4.2 การเก็บรวบรวมข้อมูลหลังเรียน

ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 7 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที โดยใช้เวลานอกเวลาในตารางเรียนปกติ ซึ่งมีรายละเอียดการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลดังนี้

3.4.2.1 ขั้นที่ 1 จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยดำเนินการจัดกิจกรรมและดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล สลับไปกับแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นแบบฝึกหัด เพื่อให้นักเรียนได้แก้ปัญหาโดยใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และทำการวัดความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนครั้งที่ 1 จำนวน 2 ข้อ โดยบังคับให้ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหา เก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้แบบบันทึกคะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาการวางแผนวิธีคิดในกระดาษคำตอบที่เขียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด ซึ่งคะแนนความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน แสดงได้ดังตารางที่ 3.5 และคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน แสดงได้ดังตารางที่ 3.6

ตารางที่ 3.5 คะแนนความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

เลขที่	ความสามารถในการใช้กลยุทธ์ เป้าหมายย่อย ข้อ 1 (6)	ความสามารถในการใช้กลยุทธ์ เป้าหมายย่อย ข้อ 2 (6)	รวม(12)
1	4	4	8
2	6	6	12
3	6	4	10
4	6	6	12
5	2	2	4
6	4	6	10
7	6	6	12

ตารางที่ 3.5 คะแนนความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน (ต่อ)

เลขที่	ความสามารถในการใช้กลยุทธ์ เป้าหมายย่อย ข้อ 1 (6)	ความสามารถในการใช้กลยุทธ์ เป้าหมายย่อย ข้อ 2 (6)	รวม (12)
8	6	6	12
9	2	6	8
10	4	6	10
11	4	6	10
13	6	6	12
14	4	4	8
15	6	4	10
16	6	6	12
17	6	6	12
18	4	6	10
19	6	6	12
20	6	6	12
21	6	6	12
22	4	6	10
23	4	6	10
24	4	6	10
25	4	6	10
26	6	6	12
29	6	6	12
30	4	4	8
31	6	6	12

จากตารางที่ 3.5 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ สามารถวางแผนการแก้ปัญหาโดยใช้
กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยได้ดีขึ้น

ตารางที่ 3.6 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนครั้งที่ 1

เลข ที่	ข้อที่ 1					ข้อที่ 2					รวม (48)
	ตอน ที่ 1 (4)	ตอน ที่ 2 (6)	ตอน ที่ 3 (10)	ตอน ที่ 4 (4)	รวม (24)	ตอน ที่ 1 (4)	ตอน ที่ 2 (6)	ตอน ที่ 3 (10)	ตอน ที่ 4 (4)	รวม (24)	
1	4	4	4	4	16	4	4	6	0	14	30
2	4	6	8	2	20	4	6	8	0	18	38
3	4	6	6	2	18	4	4	6	2	16	34
4	4	6	10	2	22	4	6	10	0	20	42
5	4	2	2	2	10	2	2	2	0	6	16
6	4	4	10	4	22	4	6	8	2	20	42
7	4	6	10	2	22	4	6	10	2	22	44
8	4	6	4	2	16	4	6	6	0	16	32
9	4	2	6	2	14	4	6	10	2	22	36
10	4	4	8	4	20	4	6	6	4	20	40
11	4	4	4	4	16	4	6	10	2	22	38
13	4	6	8	2	20	4	6	8	2	20	40
14	4	4	8	4	20	4	4	6	4	18	38
15	4	6	6	4	20	4	4	6	2	16	36
16	4	6	10	4	24	4	6	8	2	20	44
17	4	6	10	2	22	4	6	6	0	16	38
18	4	4	6	2	16	4	6	6	2	18	34
19	4	6	10	4	24	4	6	6	2	18	42
20	4	6	10	4	24	4	6	6	4	20	44
21	4	6	4	2	16	4	6	6	0	16	32
22	4	4	10	4	22	4	6	10	2	22	44
23	4	4	4	4	16	4	6	6	2	18	34
24	4	4	4	2	14	4	6	10	2	22	36
25	4	4	2	0	10	4	6	0	0	10	20
26	4	6	10	4	24	4	6	10	2	22	46

ตารางที่ 3.6 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนครั้งที่ 1 (ต่อ)

เลข ที่	ข้อที่ 1					ข้อที่ 2					รวม (48)
	ตอน ที่ 1 (4)	ตอน ที่ 2 (6)	ตอน ที่ 3 (10)	ตอน ที่ 4 (4)	รวม (24)	ตอน ที่ 1 (4)	ตอน ที่ 2 (6)	ตอน ที่ 3 (10)	ตอน ที่ 4 (4)	รวม (24)	
29	4	6	6	4	20	4	6	6	0	16	36
30	4	4	8	2	18	2	4	6	0	12	30
31	4	6	10	4	24	4	6	6	2	18	42

จากตารางที่ 3.6 แสดงคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน
หลังเรียน ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้มีแบบทดสอบจำนวน 2 ข้อ แต่ละข้อ แบ่งออกเป็น 4 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 คือ การทำความเข้าใจปัญหา จะเห็นว่านักเรียนสามารถทำความเข้าใจ
ปัญหาได้ โดยบอกสิ่งที่โจทย์ให้มาและสิ่งที่โจทย์ต้องการได้

ตอนที่ 2 คือ การวางแผนการแก้ปัญหา จะเห็นว่านักเรียนมีคะแนนในขั้นตอน
การวางแผนการแก้ปัญหาเพิ่มขึ้น ซึ่งสะท้อนว่า นักเรียนสามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้ดีขึ้นหลังจาก
ได้เรียนรู้ กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย

ตอนที่ 3 คือ การเขียนแสดงคำตอบและคำอธิบายที่ชัดเจน จะเห็นว่าเมื่อ
นักเรียนสามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้ การดำเนินการตามแผนที่เป็นการเขียนแสดงคำตอบนั้น
นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำได้

ตอนที่ 4 คือ การตอบคำถามได้ถูกต้อง การเขียนแสดงคำตอบของนักเรียน จะ
ขึ้นอยู่กับเขียนแสดงคำตอบของนักเรียน และความรอบคอบเฉพาะบุคคล

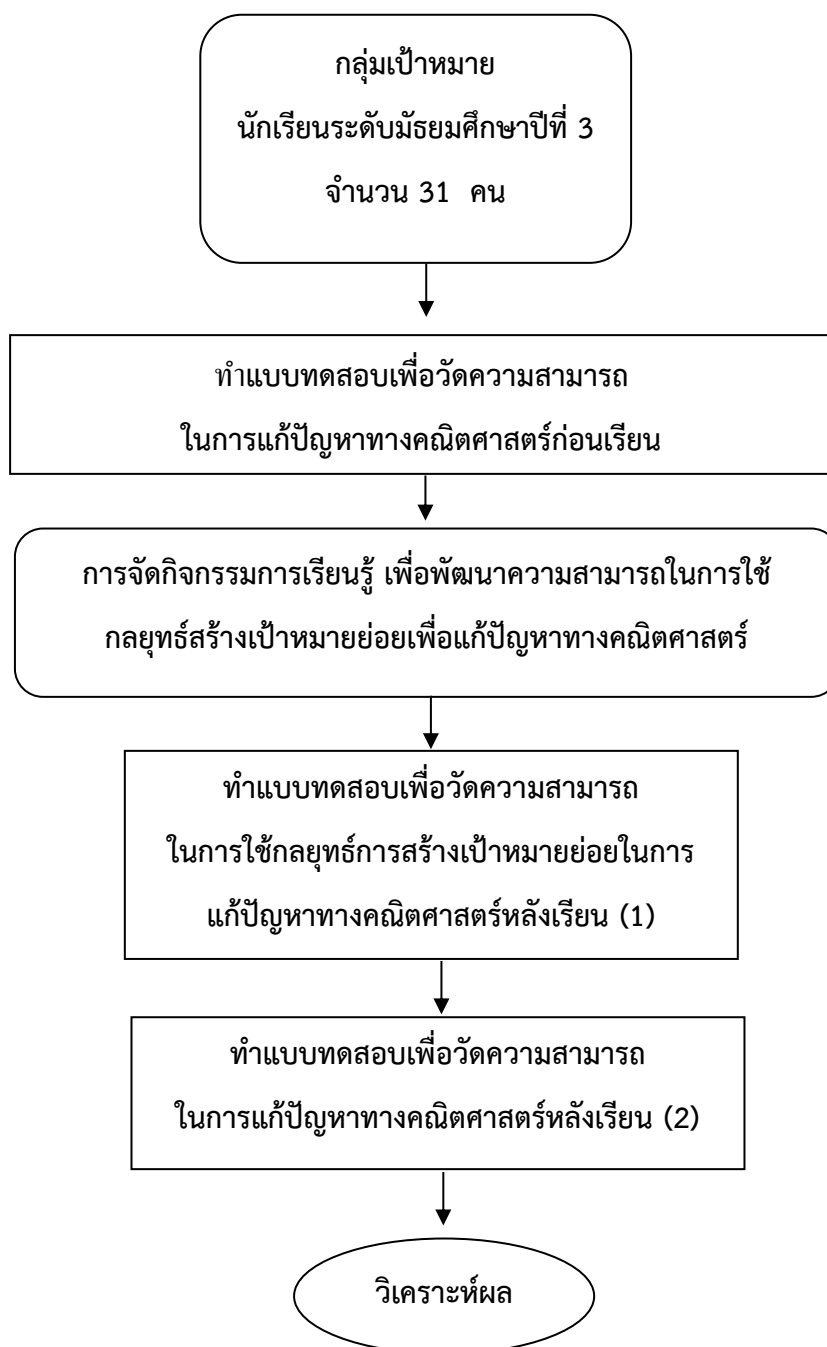
3.4.2.2 ขั้นที่ 2 วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียน
ครั้งที่ 2 โดยใช้แบบทดสอบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่
แตกต่างกับแบบทดสอบก่อนเรียน จำนวน 1 ข้อ โดยให้อิสระในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา
เก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้แบบบันทึกคะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นโดยพิจารณาการวางแผนวิธีคิดใน
กระดาษ คำตอบที่เขียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด โดยคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาวาง
คณิตศาสตร์ของนักเรียน แสดงได้ดังตารางที่ 3.7

ตารางที่ 3.7 คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนครั้งที่ 2

เลขที่	ข้อที่ 1					หมายเหตุ
	ตอนที่ 1 (4)	ตอนที่ 2 (6)	ตอนที่ 3 (10)	ตอนที่ 4 (4)	รวม (24)	
1	4	4	4	4	16	
2	4	6	8	2	20	ไม่ใช่
3	4	6	6	2	18	
4	4	2	10	2	18	ไม่ใช่
5	4	2	2	2	10	
6	4	4	10	4	22	
7	4	6	10	2	22	
8	4	6	4	2	16	
9	4	2	6	2	14	
10	4	4	8	4	20	
11	4	4	4	4	16	
13	4	6	8	2	20	
14	4	4	8	4	20	
15	4	6	6	4	20	
16	4	6	10	4	24	
17	4	6	10	2	22	
18	4	4	6	2	16	
19	4	6	10	4	24	
20	4	6	10	4	24	
21	4	6	4	2	16	
22	4	4	10	4	22	
23	4	4	4	4	16	
24	4	4	4	2	14	
25	4	4	2	0	10	ไม่ใช่
26	4	6	10	4	24	ไม่ใช่
29	4	6	6	4	20	
30	4	4	8	2	18	
31	4	6	10	4	24	

จากตารางที่ 3.7 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหา เมื่อไม่ได้บังคับกลยุทธ์การแก้ปัญหา

สำหรับวิธีการดำเนินการวิจัยสามารถสรุปเป็นแผนภาพได้ดังนี้



3.5 วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล

จากการเก็บรวบรวมข้อมูลที่เป็นข้อมูลเชิงปริมาณ ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อแสดงให้เห็นความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนี้

3.5.1 นำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียน-หลังเรียนของนักเรียนมาหาค่าสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (SD)

การหาค่าเฉลี่ย (บุญชม ศรีสะอาด, 2554) ใช้สูตรดังนี้

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (3.1)$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ย

$\sum_{i=1}^n x_i$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

n แทน จำนวนนักเรียน

การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (บุญชม ศรีสะอาด, 2545) โดยใช้สูตรดังนี้

$$SD = \sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n(n-1)}} \quad (3.2)$$

เมื่อ SD แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

x แทน คะแนนแต่ละตัว

n แทน จำนวนนักเรียน

$\sum_{i=1}^n x_i^2$ แทน ผลรวมกำลังสองของคะแนนทั้งหมด

$\sum_{i=1}^n x_i$ แทน ผลรวมของคะแนนทั้งหมด

3.5.2 ศึกษาความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้คะแนนจากแบบทดสอบหลังการเรียนรู้จากกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิตเพื่อเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 70 โดยตั้งสมมติฐานไว้ที่ ร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนและใช้การทดสอบคะแนนมาตรฐานและการทดสอบเกณฑ์มาตรฐาน โดยใช้สูตรดังนี้

สถิติทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) มีสูตรดังนี้

$$Z^* = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \quad (3.3)$$

เมื่อ Z^* แทน สัดส่วนของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม

$\hat{p}$ แทน สัดส่วนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม

p_0 แทน สัดส่วนของนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่ต้องการทดสอบ

n แทน จำนวนนักเรียนกลุ่มเป้าหมาย

3.5.3 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการเรียนรู้จากกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับก่อนเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้ สถิติทดสอบที (t-test Dependent Samples) (บุญชม ศรีสะอาด, 2545) ดังนี้

$$t = \frac{\sum_{i=1}^N D_i}{\sqrt{\frac{N \sum_{i=1}^N D_i^2 - (\sum_{i=1}^N D_i)^2}{N-1}}}; \quad df = N - 1 \quad (3.4)$$

เมื่อ t แทน ค่าสถิติที่ใช้ในการพิจารณาใน t - distribution

D แทน ความแตกต่างของคะแนนแต่ละคู่

N แทน จำนวนคู่ของคะแนนหรือจำนวนนักเรียน

$$\sum_{i=1}^N D_i \quad \text{แทน} \quad \text{ผลรวมทั้งหมดของผลต่างของคะแนนก่อนและหลังการทดลอง}$$

$$\sum_{i=1}^N D_i^2 \quad \text{แทน} \quad \text{ผลรวมของกำลังสองของผลต่างของคะแนนก่อนและหลังการทดลอง}$$

3.5.4 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการเรียนรู้จากกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับก่อนเรียนโดยใช้ สถิติเกณฑ์มาตรฐาน (Normalized Gain) (อภิลิทธิ์ ธงไชย, 2550) เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\langle g \rangle = \frac{(\%Post - test) - (\%Pre - test)}{100\% - (\%Pre - test)} \quad (3.5)$$

เมื่อ $\langle g \rangle$ คือ ค่าสถิติเกณฑ์มาตรฐาน
 $\%Post - test$ คือ ค่าเฉลี่ยคะแนนสอบหลังเรียนเป็นเปอร์เซ็นต์
 $\%Pre - test$ คือ ค่าเฉลี่ยคะแนนสอบก่อนเรียนเป็นเปอร์เซ็นต์

ซึ่งสามารถแบ่งระดับของค่า Normalized gain ออกเป็นกลุ่มได้สามระดับ คือ

High gain เป็นชั้นเรียนที่ได้ค่า $\langle g \rangle \geq 0.7$
 Medium gain เป็นชั้นเรียนที่ได้ค่า $0.3 \leq \langle g \rangle < 0.7$
 Low gain เป็นชั้นเรียนที่ได้ค่า $\langle g \rangle < 0.3$

บทที่ 4

ผลการวิจัย

ในการศึกษาการพัฒนาความสามารถในการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1) เพื่อศึกษาความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2) เพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านการทำความเข้าใจปัญหา การเลือกใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน

ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้แบ่งการนำเสนอผลการวิจัยออกเป็น 4 ส่วน ดังนี้

4.1 ผลการทดสอบความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

4.2 ผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนครั้งที่ 1

4.3 ผลการทดสอบความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนครั้งที่ 2

4.4 ผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2

โดยมีรายละเอียดดังนี้

4.1 ผลการทดสอบความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

หลังจากทำการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียน ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากนั้นทำการทดสอบความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังเรียน สามารถแสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.1 ผลคะแนนความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จำนวนนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน (SD)
31	12	10.43	86.92	1.91

การทดสอบสมมติฐานของการวิจัยเกี่ยวกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้นำคะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างแต่ละคน มาคำนวณจำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม หลังจากนั้นนำคะแนนที่ได้ไปทดสอบ ทำให้ได้ข้อมูลที่ได้เป็นการแจกแจงปกติ ดังนั้นผู้วิจัยจึงทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบคะแนนมาตรฐาน ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยแสดงดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 ผลการทดสอบความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การทดสอบคะแนนมาตรฐาน

จำนวนนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง	ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม (12)	คะแนนเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน	p
31	8.4	10.43	1.91	0.000*

*ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตารางที่ 4.2 พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมากกว่าร้อยละ 60 มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยได้

4.2 ผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนและหลังเรียนครั้งที่ 1

การเปรียบเทียบคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน สามารถแสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.3 ผลคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

การทดสอบ	จำนวนนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$)	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน
ก่อนเรียน	31	48	22.71	4.08
หลังเรียน			37.42	7.01

เมื่อนำคะแนนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังการทดลองโดยใช้แบบทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 1 ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยด้วยการทดสอบสมมติฐานโดยใช้ค่าที่แบบไม่อิสระ (t-dependent sample test) สามารถแสดงผลได้ดังนี้

ตารางที่ 4.4 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน

	จำนวนนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง	ค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$)	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน	t	df	p
Pre-test	31	22.71	4.08	12.44	30	.000*
Post-test	31	37.42	7.01			

*ที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากตารางที่ 4.4 พบว่านักเรียนกลุ่มเป้าหมายมีคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียน เท่ากับ 22.71 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 4.08 และมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียน เท่ากับ 37.42 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 7.01 เมื่อทำการทดสอบคะแนนเฉลี่ยโดยใช้การทดสอบที่แบบไม่อิสระ (t-dependent sample test) พบว่านักเรียนกลุ่มเป้าหมายมีค่าเฉลี่ยจากแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหา

ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 แสดงให้เห็นว่านักเรียนที่ได้รับการเรียนรู้จากกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น

เมื่อนำคะแนนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากแบบทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนและหลังการทดลองโดยใช้แบบทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 1 ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยด้วยการทดสอบสมมติฐานโดยใช้เกณฑ์มาตรฐาน (normalized gain) สามารถแสดงผลได้ดังนี้

ตารางที่ 4.5 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน

	จำนวนนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$)	ร้อยละ ของค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$)	<g>
Pre-test	31	48	22.71	47.31	0.5817
Post-test	31	48	37.42	77.96	

จากตารางที่ 4.5 พบว่านักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่า สถิติเกณฑ์มาตรฐาน (<g>) ที่ระดับ 0.58 เป็นระดับ Medium Gain กล่าวคือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นจากก่อนเรียนร้อยละ 58.17

4.3 ผลการทดสอบความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนครั้งที่ 2

การวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยกับกลุ่มที่ไม่ได้ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย โดยใช้แบบทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 2 ที่เป็นการทดสอบที่ไม่ได้บังคับกลยุทธ์การแก้ปัญหาของนักเรียน สามารถแสดงผลได้ดังนี้

ตารางที่ 4.6 ร้อยละของนักเรียนที่ใช้และไม่ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย	จำนวนนักเรียน	คิดเป็นร้อยละ	ค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$)	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
กลุ่มที่ใช้	27	87.10	18.92	3.77
กลุ่มที่ไม่ใช้	4	12.90	17.00	4.12

จากตารางที่ 4.6 พบว่านักเรียนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีจำนวน 27 คน คิดเป็นร้อยละ 87.10 และนักเรียนที่ไม่ได้เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีจำนวน 4 คน คิดเป็นร้อยละ 12.90 ของนักเรียนทั้งหมด และพบว่านักเรียนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีคะแนนเฉลี่ย 18.92 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3.77 ส่วนนักเรียนที่ไม่ได้เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ย 17.00 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4.12 แสดงให้เห็นว่านักเรียนมากกว่าร้อยละ 60 เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาเมื่อพบปัญหาที่ไม่คุ้นเคยและไม่ได้บังคับให้ใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

เมื่อนำคะแนนของนักเรียนกลุ่มที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาหาค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ปรากฏผลดังนี้

ตารางที่ 4.7 ผลคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในแบบทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 2

จำนวนนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$)	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คิดเป็นร้อยละ ของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน
27	24	18.92	78.83	3.77

จากตารางที่ 4.7 พบว่า นักเรียนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ที่ 18.92 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3.77 คิดเป็นร้อยละ 78.83 แสดงให้เห็นว่านักเรียนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้าง

เป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

4.4 ผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2

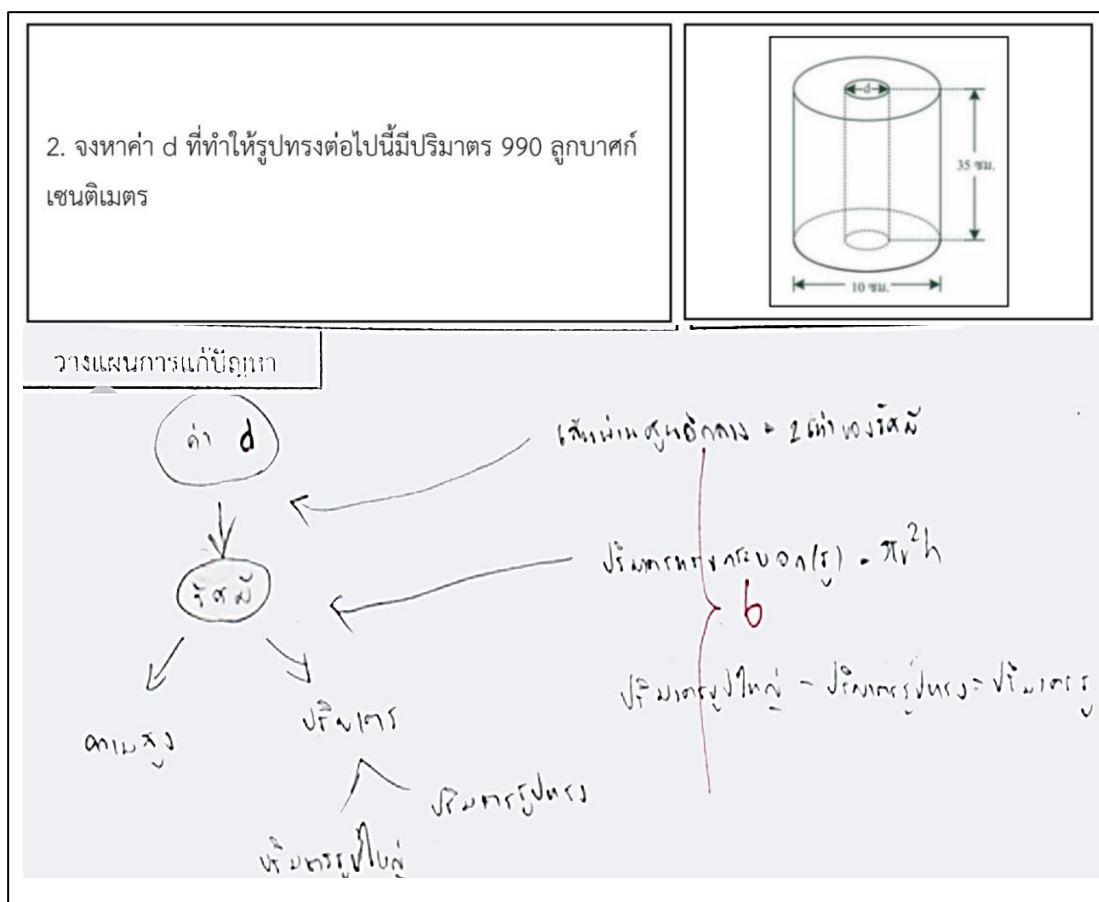
4.4.1 การทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 1 บังคับให้ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหา เมื่อพิจารณาคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านการทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา การแสดงคำตอบและคำอธิบายที่ชัดเจน และการเขียนคำตอบ ผลปรากฏเป็นดังนี้

4.4.1.1 การทำความเข้าใจปัญหา

หลังจากนักเรียนได้เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียนจะอยู่ในรูปของการใช้เงื่อนไขและนำความรู้ที่เกี่ยวข้องมาใช้ในการแก้ปัญหาปรากฏในวิธีคิดคะแนนเฉลี่ยในขั้นตอนการทำความเข้าใจปัญหาในแบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์หลังเรียนอยู่ที่ 7.86 ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 98.21 ของคะแนนเต็ม

4.4.1.2 การวางแผนการแก้ปัญหา

ในการศึกษาการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียน พิจารณามาศำความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนจากการวางแผนการแก้ปัญหาย่างเป็นขั้นตอนและมีประสิทธิภาพ ซึ่งจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า ก่อนเรียนนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถวางแผนการแก้ปัญหาที่เป็นระบบ และมีทิศทางที่จะนำไปสู่การได้คำตอบของปัญหา ไม่มีการกล่าวถึงความรู้ที่เกี่ยวข้อง แต่เมื่อนักเรียนได้เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนมีการแสดงวิธีคิดโดยการเขียนแผนผังการสร้างเป้าหมายย่อย โดยมีการกำหนดเป้าหมายหลัก และนำความรู้ที่เกี่ยวข้องมาใช้ในการสร้างเป้าหมายย่อยอันถัดไปจนนำไปสู่ สิ่งที่โจทย์ให้มาซึ่งจะสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ดังแสดงในภาพที่ 4.1 และภาพที่ 4.2



ภาพที่ 4.2 การวางแผนการแก้ปัญหาด้านการใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากภาพที่ 4.2 พบว่า นักเรียนมีการเขียนผังแสดงการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหา มีการนำเข้าสู่ความรู้ที่เกี่ยวข้องเพื่อนำมาสร้างเป้าหมายย่อยขั้นถัดไปได้อย่างเป็นเหตุเป็นผลจึงได้คะแนน 6 คะแนน

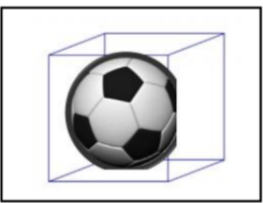
คะแนนเฉลี่ยในขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหา ในแบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์หลังเรียนอยู่ที่ 10.43 ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 86.90 ของคะแนนเต็ม โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนแสดงวิธีคิดได้อย่างเป็นขั้นตอนและเป็นเหตุเป็นผลมากขึ้น ซึ่งนักเรียนที่เขียนวิธีคิดได้อย่างเป็นระบบและมีเหตุผลจะสามารถเขียนแสดงคำตอบได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล ในขณะที่นักเรียนที่ไม่สามารถเขียนแสดงวิธีคิดได้อย่างเหมาะสม จะไม่สามารถเขียนแสดงคำตอบที่สมเหตุสมผลได้

4.4.1.3 ขั้นการแสดงผลการหาคำตอบและคำอธิบายที่ชัดเจน

ในการศึกษาพฤติกรรมด้านการเขียนแสดงวิธีทำและการให้คำอธิบาย ของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาจากการเขียนแสดงวิธีทำของนักเรียน ซึ่งจะมีการแสดงผลการหาคำตอบพร้อมทั้งมีการอธิบายการได้มาซึ่งคำตอบ ในแบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ของหลังเรียนของ

นักเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบ มีคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผล และการเขียนตอบมีลักษณะเป็นขั้นตอน แสดงให้เห็นถึงความเกี่ยวข้องและความเป็นเหตุเป็นผลของการเขียนแสดงวิธีทำ ซึ่งเป็นผลมาจากการเขียนแสดงวิธีคิดที่มีการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยที่เป็นระบบ ทำให้สามารถเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบได้อย่างมีเหตุผล โดยเขียนจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ที่เป็นคำตอบของเป้าหมายย่อยเป้าหมายสุดท้าย และค่อยใส่คำตอบที่ได้ให้กับเป้าหมายย่อยเป้าหมายถัดมา จนกระทั่งได้คำตอบของเป้าหมายหลักดังภาพที่ 4.3 และภาพที่ 4.4

1. กล่องกระดาษรูปสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ที่มีขนาดภายในกว้าง 21 เซนติเมตร บรรจุบอลลูกหนึ่งได้พอดี อยากทราบว่าปริมาตรของอากาศภายในกล่องที่ล้อมรอบลูกบอลนั้นเป็นเท่าใด



ดำเนินการตามแผน

เขียนจาก: พื้นที่ฐานของลูกบาศก์ = ด้าน x ด้าน
 $= 21 \times 21$
 $= 441$

เขียนจาก: ปริมาตรของลูกบาศก์ = พื้นที่ฐาน x ด้าน
 $= 441 \times 21$
 $= 9261$

เขียนจาก: ปริมาตรของลูกบอล = $\frac{4}{3} \pi r^3$
 $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (10.5)^3$
 $= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 1157.625$
 $= 4851$

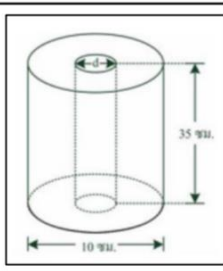
(10)

ปริมาตรของอากาศ = ปริมาตรลูกบาศก์ - ปริมาตรลูกบอล
 $= 9261 - 4851$
 $= 4410$ ลูกบาศก์เซนติเมตร (4)

ภาพที่ 4.3 การแสดงการหาคำตอบของนักเรียนในแบบทดสอบหลังเรียน

จากภาพที่ 4.3 พบว่านักเรียนสามารถเขียนแสดงการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอน และมีคำอธิบายสนับสนุนได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล ซึ่งเป็นข้อมูลที่ได้จากการวางแผนการแก้ปัญหา ทำให้การดำเนินการตามแผนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

2. จงหาค่า d ที่ทำให้รูปทรงต่อไปนี้ปริมาตร 990 ลูกบาศก์เซนติเมตร



ดำเนินการตามแผน

จาก ปริมาตรรูปทรงกระบอก = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times 5^2 \times 35$$

$$= 2750$$

ดังนั้น ปริมาตรรูปทรงกระบอกใหญ่ - ปริมาตรรูปทรงกระบอกเล็ก = ปริมาตร

$$2750 - 990 = 1760$$

เนื่องจาก ปริมาตรรูปทรงกระบอก = $\pi r^2 h$

$$1760 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 35$$

$$\frac{1760}{35} \times \frac{7}{22} = r^2$$

$$\frac{80}{5} = r^2$$

$$16 = r^2$$

$$4 = r$$

เนื่องจาก เส้นผ่านศูนย์กลาง > 2 (รัศมี)

ดังนั้น เส้นผ่านศูนย์กลาง = 4×2

เส้นผ่านศูนย์กลาง = 8

เส้นผ่านศูนย์กลาง > 8 (2)

ภาพที่ 4.4 การแสดงการหาคำตอบของนักเรียนในแบบทดสอบหลังเรียน

จากภาพที่ 4.4 พบว่านักเรียนสามารถเขียนแสดงการหาคำตอบโดย พบว่านักเรียนสามารถเขียนแสดงการหาคำตอบอย่างเป็นขั้นตอนและมีคำอธิบายสนับสนุนได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล ซึ่งเป็นข้อมูลที่ได้จากการวางแผนการแก้ปัญหาทำให้การดำเนินการตามแผนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

คะแนนเฉลี่ยในขั้นตอนการแสดงวิธีทำและการอธิบาย ในแบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์หลังเรียนอยู่ที่ 14.00 ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม

4.4.1.4 การเขียนคำตอบที่ถูกต้อง

ในการศึกษาความสามารถด้านการเขียนคำตอบที่ถูกต้องของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาจากการเขียนแสดงวิธีทำของนักเรียน ซึ่งจะมีการเขียนคำตอบ ในแบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ของหลังเรียนของนักเรียน ที่ต้องมีการเขียนคำตอบที่เป็นจำนวน และหน่วยให้ครบถ้วน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่เขียนจำนวนและใส่หน่วยได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียนบางส่วนที่เขียนถูกต้องเฉพาะจำนวน ไม่ได้ใส่หน่วยของคำตอบที่ได้ แม้จะเขียนแสดงวิธีทำได้อย่างครบถ้วน

ก็ตาม คะแนนเฉลี่ยในขั้นตอนการเขียนคำตอบ ในแบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนอยู่ที่ 4.43 ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 55.36 ของคะแนนเต็ม

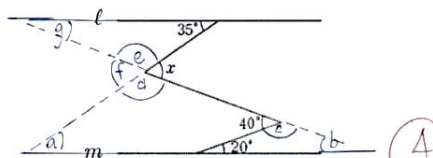
4.4.2 การทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 2 ไม่บังคับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา

เมื่อพิจารณาคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้านการทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา การแสดงคำตอบและคำอธิบายที่ชัดเจน และการเขียนคำตอบ ผลปรากฏเป็นดังนี้

4.4.2.1 การทำความเข้าใจปัญหา

ในการศึกษาพฤติกรรมด้านการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน สำหรับการทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนครั้งที่สอง ผู้วิจัยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการระบุสิ่งที่สถานการณ์ปัญหากำหนด สิ่งที่ต้องการหารวมถึงลักษณะการวางแผนที่สามารถนำเอาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหามาใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ จากการวิเคราะห์ผลงานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนที่ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหา ได้เขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการ สิ่งที่โจทย์ให้มา ความรู้และเงื่อนไขที่ใช้ในการแก้ปัญหาในขั้นตอนของการวางแผน และมีการเขียนแผนภาพเพิ่มเติม ในขณะที่นักเรียนที่ไม่ได้ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหา ไม่ได้เขียนสิ่งเหล่านั้นไว้อย่างชัดเจน แต่มีการเขียนแผนภาพเพิ่มเติมในการทำความเข้าใจปัญหา ดังภาพที่ 4.5 และ ภาพที่ 4.6

จากรูป กำหนดให้เส้นตรง l ขนานกับเส้นตรง m จงหาว่า x เท่ากับกี่องศา



วิธีคิด

$$\hat{x} + \hat{e} = 180$$

$$\hat{e} + \hat{g} + 35 = 180$$

$$\hat{g} = \hat{b} \quad \text{เนื่องจาก } l \parallel m \text{ ดังนั้น } \hat{g} = \hat{b} \text{ (มุมแย้ง)}$$

$$\hat{b} + \hat{c} + 20 = 180$$

$$\hat{c} + 40 = 180$$

วิธีทำ

$$\text{เนื่องจาก } \hat{c} + 40 = 180$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{c} = 180 - 40 = 140$$

$$\text{เนื่องจาก } \hat{b} + \hat{c} + 20 = 180$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{b} + 140 + 20 = 180$$

$$\hat{b} + 160 = 180$$

$$\hat{b} = 20$$

$$\text{เนื่องจาก } l \parallel m \text{ ดังนั้น } \hat{g} = \hat{b} \text{ (มุมแย้ง)}$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{g} = 20$$

$$\text{เนื่องจาก } \hat{e} + \hat{g} + 35 = 180$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{e} + 20 + 35 = 180$$

$$\hat{e} + 55 = 180$$

$$\hat{e} = 125$$

$$\text{เนื่องจาก } \hat{x} + \hat{e} = 180$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{x} + 125 = 180$$

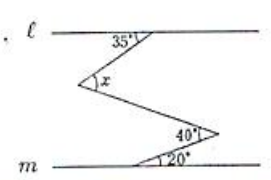
$$\hat{x} = 180 - 125$$

$$\hat{x} = 55$$

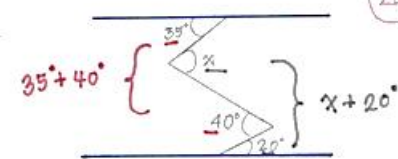
ภาพที่ 4.5 การแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 2

จากภาพที่ 4.5 นักเรียนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหา สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ ทำให้สามารถเขียนแสดงคำตอบได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล

1. จากรูป กำหนดให้เส้นตรง ℓ ขนานกับเส้นตรง m จงหาว่า x เท่ากับกี่องศา



(4)



Solⁿ
วิธีคิด

จากโจทย์ให้ข้อมูลเป็นรูปได้แก่เส้นและมุมที่เกี่ยวข้องกัน = มุมที่อยู่ติดกัน

จะได้ $35^\circ + 40^\circ = x + 20^\circ$

$75^\circ = x + 20^\circ$

$75^\circ - 20^\circ = x$

$x = 55^\circ$

(2)

ตอบ x มีค่าเท่ากับ 55 องศา (4)

ภาพที่ 4.6 การแก้ปัญหาของนักเรียนกลุ่มที่ไม่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบหลังเรียนครั้งที่ 2

จากภาพที่ 4.6 นักเรียนที่ไม่ได้เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหา ไม่ได้มีการวางแผนการแก้ปัญหาย่อยอย่างเป็นระบบ และเขียนแสดงคำตอบโดยใช้คำอธิบายตามที่เข้าใจ ซึ่งทำให้ การดำเนินการตามแผนในการเขียนแสดงคำตอบเป็นไปอย่างมีเหตุผลไม่สมบูรณ์

คะแนนเฉลี่ยในขั้นตอนการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียนที่ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือ 4.00 คิดเป็นร้อยละ 100.00 ของคะแนนเต็ม ขณะที่คะแนนเฉลี่ยในขั้นตอนการทำความเข้าใจปัญหาของนักเรียนที่ไม่ได้ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือ 4.00 คิดเป็นร้อยละ 100 ของคะแนนเต็ม

4.4.2.2 การวางแผนการแก้ปัญหา

ในการศึกษาการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาของนักเรียน พิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน ในการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ได้อย่างเป็นขั้นตอนและมีประสิทธิภาพ ซึ่งจากการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีการเขียนวิธีคิดที่เป็นขั้นตอน พร้อมทั้งระบุความรู้ที่เกี่ยวข้องอย่างเป็นระบบ ในขณะที่นักเรียนที่ไม่ได้ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยจะใช้อธิบายวิธีคิด มีการอ้างถึงความรู้ที่เกี่ยวข้องในลักษณะที่กว้างและไม่เฉพาะเจาะจง ดังภาพที่ 4.5 และภาพที่ 4.6

คะแนนเฉลี่ยในขั้นตอนการแสดงวิธีคิดในขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหานักเรียนที่ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือ 4.83 คิดเป็นร้อยละ 80.56 ของคะแนนเต็ม ขณะที่คะแนนเฉลี่ยในขั้นตอนการแสดงวิธีคิดในขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาของนักเรียนที่ไม่ได้ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือ 3.50 คิดเป็นร้อยละ 58.33 ของคะแนนเต็ม

4.4.2.3 ขั้นตอนการแสดงผลการหาคำตอบและคำอธิบายที่ชัดเจน

ในการศึกษาด้านการเขียนแสดงวิธีทำและการให้คำอธิบาย ของนักเรียน ผู้วิจัยพิจารณาจากการเขียนแสดงวิธีทำของนักเรียน ซึ่งจะมีการแสดงผลการหาคำตอบพร้อมทั้งมีการอธิบายการได้มาซึ่งคำตอบ ในแบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ของหลังเรียนครั้งที่สอง พบว่า นักเรียนที่ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย สามารถเขียนแสดงคำตอบที่เป็นระบบ มีคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผล ในขณะที่นักเรียนที่ไม่ได้ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหา เขียนแสดงคำตอบที่ไม่เป็นระบบ มีการอธิบายที่ไม่เป็นเหตุเป็นผล ดังภาพที่ 4.5 และภาพที่ 4.6

คะแนนเฉลี่ยในขั้นตอนการเขียนแสดงวิธีทำและการให้คำอธิบายในขั้นตอนการดำเนินการตามแผน ของนักเรียนที่ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือ 7.00 คิดเป็นร้อยละ 70.00 ของคะแนนเต็ม ขณะที่คะแนนเฉลี่ยในขั้นตอนการเขียนแสดงวิธีทำและการให้คำอธิบายในขั้นตอนการดำเนินการตามแผน ของนักเรียนที่ไม่ได้ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือ 7.50 คิดเป็นร้อยละ 75 ของคะแนนเต็ม

4.4.2.4 การเขียนคำตอบที่ถูกต้อง

ในการศึกษาด้านการเขียนคำตอบที่ถูกต้อง ของนักเรียนผู้วิจัยพิจารณาจากการเขียนแสดงวิธีทำของนักเรียน ซึ่งจะมีการเขียนคำตอบ ในแบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ของหลังเรียนครั้งที่ 2 ของนักเรียน ที่ต้องมีการเขียนคำตอบที่เป็นจำนวน และหน่วยให้ครบถ้วน พบว่า ทั้งนักเรียนที่ใช้และไม่ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ที่ได้คำตอบสามารถเขียนคำตอบได้อย่างครบถ้วน

คะแนนเฉลี่ยในขั้นตอนการเขียนคำตอบที่ถูกต้องในขั้นตอนการดำเนินการตามแผนของนักเรียนที่ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือ 3.08 คิดเป็นร้อยละ 77.08 ของคะแนนเต็ม ขณะที่คะแนนเฉลี่ยในขั้นตอนการเขียนคำตอบที่ถูกต้องในขั้นตอนการดำเนินการตามแผน ของนักเรียนที่ไม่ได้ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือ 2 คิดเป็นร้อยละ 50 ของคะแนนเต็ม

เมื่อรวมคะแนนทั้ง 4 ตอน พบว่าคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือ 18.92 คิดเป็นร้อยละ 78.82 ของคะแนนเต็ม ขณะที่คะแนนเฉลี่ยความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่ไม่ใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์คือ 17 คิดเป็นร้อยละ 70.83 ของคะแนนเต็ม

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

ในการศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่ฝึกให้นักเรียนได้เรียนรู้การใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นการวิจัยแบบกึ่งทดลอง กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/4 โรงเรียนค้อวังวิทยาคม ประจำปีการศึกษา 2559 จำนวน 31 คน โดยงานวิจัยครั้งนี้มีจุดประสงค์ เพื่อศึกษาความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในด้าน การทำความเข้าใจปัญหา การเลือกใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน ผลการวิจัยสามารถสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถเสริมสร้างความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สูงขึ้น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้นักเรียนส่วนใหญ่ยังเลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยเมื่อต้องแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคย

จากผลการวิจัยที่สรุปว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถเสริมสร้างความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย พิจารณาได้จากผลการวิจัยที่ชี้ให้เห็นว่านักเรียนกลุ่มเป้าหมายมากกว่าร้อยละ 60 มีคะแนนเฉลี่ย ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้เนื่องจากกระบวนการการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนสามารถเขียนผังการสร้างเป้าหมายย่อยในขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหา มีการคิดเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องเพื่อนำมาใช้สร้างเป็นเป้าหมายย่อย และเมื่อนักเรียนได้ดำเนินการสร้างเป้าหมายย่อยในขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นขั้นตอน การดำเนินการตามแผนจะสามารถดำเนินการได้อย่างเป็นระบบและมีเหตุผล การส่งเสริมให้มีการคิดที่เป็นขั้นตอน จะช่วยเสริมในขั้นตอนของการวางแผนแก้ปัญหา ของกระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของโพลยา (Polya, 1957: 5-40) และเมื่อการวางแผนการแก้ปัญหา สามารถดำเนินการได้อย่างมีประสิทธิภาพ ขั้นตอนการดำเนินการตามแผน (Polya, 1957: 5-40) จึงสามารถทำได้อย่างเป็น

ระบบและมีเหตุผล ส่งผลโดยตรงต่อการเขียนแสดงคำตอบของนักเรียน สอดคล้องกับ วิลเลียม (2003) ที่ได้มีการทำการวิจัยเกี่ยวกับการเขียนตามขั้นตอนของกระบวนการการแก้ปัญหาว่าสามารถช่วยในการแก้ปัญหาได้ในลักษณะของการฝึกการเขียนเป็นขั้นตอน และเมื่อนักเรียนได้มีการเขียนเป็นขั้นตอน จะทำให้สามารถเห็นโครงสร้างของปัญหา ตลอดจนเลือกใช้กลยุทธ์ที่เหมาะสมกับการแก้ปัญหา อีกทั้งการแก้ปัญหายังเป็นขั้นตอนยังทำให้นักเรียนได้เรียนรู้การแก้ปัญหาได้เร็วขึ้น การสร้างเป้าหมายย่อย เป็นการลำดับขั้นตอนจากเป้าหมายหลัก สู่เป้าหมายย่อยในขั้นถัดมา เมื่อดำเนินการจนครบถ้วนจะเห็นแผนผังของการสร้างเป้าหมายย่อย อย่างเป็นระบบและเป็นขั้นตอน นอกจากนี้ ฮาร์ท (1993) ได้กล่าวว่า อุปสรรคของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 1) การขาดประสบการณ์และความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับปัญหานั้น 2) มีการกำหนดข้อจำกัดที่เกินความจำเป็น 3) การขาดการกำกับตนเองรวมถึงความสามารถด้านสติปัญญา 4) การขาดความเชื่อต่อการแก้ปัญหา ซึ่งในการแก้ปัญหาโดยใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยนั้น จะช่วยให้นักเรียนได้มีการคิดเพื่อหาความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหานั้น ๆ เพื่อนำเข้าความรู้มาใช้ในการพิจารณา เพื่อสร้างเป้าหมายย่อยในขั้นถัดไป ซึ่งการนำเข้าความรู้ที่เกี่ยวข้อง หากมีการระบุนความรู้ที่เกี่ยวข้องได้อย่างตรงประเด็น จะช่วยให้นักเรียนสามารถกำหนดข้อจำกัดที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น และเลือกใช้เฉพาะส่วนที่จำเป็น นอกจากนี้ การสร้างเป้าหมายย่อยยังเป็นการวางแผนการแก้ปัญหาที่ต้องมีการกำกับตนเอง เพื่อให้สามารถเรียกใช้ความรู้ที่มี และความสามารถในการเชื่อมโยงข้อมูลที่เกี่ยวข้องอีกด้วย นอกจากนี้ กระบวนการสร้างเป้าหมายย่อย เป็นการดำเนินการแบบย้อนกลับ กล่าวคือ กำหนดเป้าหมายหลักจากสิ่งที่โจทย์ต้องการ ดำเนินการสร้างเป้าหมายย่อย ย้อนกลับไปยังสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ซึ่งการดำเนินการแบบย้อนกลับนั้น จะเป็นการเพิ่มความสามารถในการกำกับตนเองในการแก้ปัญหาของนักเรียน สอดคล้องกับ คำกล่าวของ แคท ซีเกล และสทูปเปิล (2016) ที่ว่า การสอนการแก้ปัญหาโดยเน้นไปที่กลยุทธ์การแก้ปัญหาแบบย้อนกลับ เป็นการช่วยเพิ่มความสามารถในการแก้ปัญหาให้กับนักเรียน และยังเพิ่มความเชื่อ การกำกับตนเอง รวมไปถึงศักยภาพด้านการคิดเชิงคณิตศาสตร์ โดยปกติการแก้ปัญหามักใช้วิธีการจดจำตัวอย่าง เมื่อพบโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย (non-routine problem) นักเรียนจะพยายามเทียบเคียงปัญหากับปัญหาที่คุ้นเคย (routine problem) ที่ได้พบมา ประกอบกับการเรียนการสอนในห้องเรียนปกติไม่ได้มีการสอนกลยุทธ์การแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนไม่มีกลยุทธ์หรือวิธีการที่ดีที่จะใช้ในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาก็จะเป็นการเพิ่มความสามารถในการแก้ปัญหามทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนแม้จะเป็นนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มที่ไม่เก่ง (Ramnarain, 2013: 43-57) และเมื่อนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้จากกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้ให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีเครื่องมือเพิ่มขึ้นในการแก้ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย เป็นผลให้นักเรียนส่วนใหญ่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหา ในขณะที่

มีนักเรียนส่วนน้อยที่เลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาเฉพาะตัว นั่นเป็นเพราะนักเรียนมีแนวโน้มจะเลือกหรือใช้วิธีการแก้ปัญหาตามความเชื่อที่มี (Schoenfeld, 1985: 145)

นอกจากนี้ยังพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนในด้าน การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนการแก้ปัญหา และด้านการค้นหาคำตอบที่ถูกต้องพร้อมทั้งคำอธิบายที่ชัดเจน กล่าวคือ ในด้านการทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนเขียนสิ่งที่มีความรู้และเงื่อนไขที่เกี่ยวข้องมากขึ้นในขั้นตอนของการวางแผนการแก้ปัญหามากขึ้นเมื่อนักเรียนได้เรียนรู้กิจกรรมการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเมื่อนักเรียนมีการทำความเข้าใจปัญหาเพิ่มขึ้นทำให้สามารถวางแผนการแก้ปัญหาและแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง สอดคล้องกับคำกล่าวของ Chakabrat (1997) ที่ว่าการทำความเข้าใจปัญหาเชิงลึก (deep understanding) จะเป็นการช่วยในการกำหนดทิศทางของการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง และสอดคล้องกับ งานวิจัยของ ชญาภา ใจโปร่ง (2011) ที่กล่าวว่า เมื่อนักเรียนมีการใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา จะทำให้นักเรียนใช้เวลาในการทำความเข้าใจปัญหามากขึ้น เพื่อวิเคราะห์แนวคิดที่เกี่ยวข้องกับปัญหา ซึ่งเป็นการให้ความสำคัญกับการทำความเข้าใจปัญหามากขึ้น ในด้านการวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงวิธีคิดโดยการเขียนแผนผังการสร้างเป้าหมายย่อย โดยมีการกำหนดเป้าหมายหลัก และนำความรู้ที่เกี่ยวข้องมาใช้เพื่อสร้างเป้าหมายย่อยอันถัดไปจนนำไปสู่สิ่งที่โจทย์ให้มาซึ่งจะสามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ ซึ่งเมื่อนักเรียนนำกลยุทธ์การแก้ปัญหามาใช้ในการวางแผนการแก้ปัญหา จะเป็นการเพิ่มขีดความสามารถของนักเรียนโดยการใช้สิ่งที่เรียกว่าเครื่องมือ และเมื่อนักเรียนสามารถใช้เครื่องมือที่ช่วยในการแก้ปัญหาได้ นักเรียนก็จะสามารถแก้ปัญหาได้ดีขึ้น (Ramnarain, 2014: 43-57) สอดคล้องกับ งานวิจัยของ ชญาภา ใจโปร่ง (2011) ที่กล่าวว่า เมื่อนักเรียนมีเครื่องมือหรือประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่มากขึ้น ทำให้นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้หลากหลายมากขึ้น ส่วนในด้านการเขียนคำตอบที่ถูกต้องพร้อมคำอธิบายที่ชัดเจน ซึ่งจะมีการแสดงการหาคำตอบพร้อมทั้งมีการอธิบายการได้มาซึ่งคำตอบ ในแบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ของหลังเรียนของนักเรียนพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบ มีคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผล และการเขียนตอบมีลักษณะเป็นขั้นตอน แสดงให้เห็นถึงความเกี่ยวข้องและความเป็นเหตุเป็นผลของการเขียนแสดงวิธีทำ ซึ่งเป็นผลมาจากการเขียนแสดงวิธีคิดที่มีการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยที่เป็นระบบ ทำให้สามารถเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบได้อย่างมีเหตุผล โดยเขียนจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ที่เป็นคำตอบของเป้าหมายย่อยเป้าหมายสุดท้าย และค่อยใส่คำตอบที่ได้ให้กับเป้าหมายย่อยเป้าหมายถัดมา จนกระทั่งได้คำตอบของเป้าหมายหลัก ซึ่งการเขียนแสดงคำตอบนั้นเป็นขั้นตอนของการดำเนินการตามแผน (carrying a plan) รายละเอียดของการได้มาซึ่งคำตอบของปัญหา จะถูกเขียน

อย่างเห็นเหตุเป็นผลโดยมีขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหา (devising a plan) เป็นแนวทาง (outline) ในการเขียน หากการวางแผนการแก้ปัญหา สามารถเป็นแนวทางที่ทำให้ไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้ การเขียนแสดงคำตอบของปัญหาในขั้นตอนการดำเนินการตามแผนก็จะสามารถดำเนินการได้อย่างเห็นเหตุเป็นผล และทำให้ได้คำตอบของปัญหาที่ถูกต้อง (Polya, 1957: 12-13) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ปิยะนาถ เหมวิเศษ (2551) ที่กล่าวว่า เมื่อนักเรียนเริ่มมีประสบการณ์มากขึ้นในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถพัฒนาการทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์ การเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา รวมถึงการเขียนอธิบายการได้มาซึ่งคำตอบ จะเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ และในด้านการเขียนคำตอบที่ถูกต้องนั้น พบว่า การเขียนคำตอบที่ถูกต้องไม่ได้ขึ้นอยู่กับ การดำเนินการตามแผนอย่างเป็นระบบเท่านั้น เพราะการเขียนคำตอบที่ถูกต้องและครบถ้วนนั้นเป็น ความรอบคอบเฉพาะบุคคล

จากผลการวิจัยที่สรุปว่า นักเรียนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีจำนวน 27 คน คิดเป็นร้อยละ 87.10 ในแบบทดสอบหลังเรียนครั้งที่สองที่ไม่ได้บังคับกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ทำให้อภิปรายได้ว่า นักเรียนที่ได้เรียนรู้จากกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้ นักเรียนสามารถใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ส่วนใหญ่เลือกที่จะใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในการวางแผนการแก้ปัญหาเมื่อพบปัญหาที่ไม่คุ้นเคย นั้นแสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการนำเครื่องมือที่ใช้ในการแก้ปัญหา มาใช้ ขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหา สอดคล้องกับคำกล่าวของ Schoenfeld (1985) ที่กล่าวว่า ความเชื่อในการแก้ปัญหของแต่ละคน เกิดจากประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่เคยได้รับมา ซึ่งจะบ่งบอกถึงวิธีการและลักษณะการแก้ปัญหาของคนนั้น ๆ อาจรวมไปถึง เทคนิค หรือเครื่องมือที่ใช้ในการแก้ปัญหา ระยะเวลาที่ใช้ ซึ่งอาจจะมากกว่าหรืออาจจะน้อยกว่าเวลาที่คนอื่นใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งความเชื่อนั้น จะเป็นสิ่งที่กำหนดบริบทของทรัพยากร กลยุทธ์ ตลอดจนการควบคุมตนเองเพื่อให้แก้ปัญหาได้สำเร็จ ซึ่งเมื่อมีการสอบถามนักเรียนที่ไม่ได้เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่ามีนักเรียน 2 กลุ่มคือ กลุ่มที่ไม่ได้เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และไม่สามารถแก้ปัญหาได้ กับ กลุ่มที่ไม่ได้เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่สามารถแก้ปัญหาได้ ซึ่งกลุ่มแรกนั้นได้ให้คำอธิบายว่า ไม่เข้าใจวิธีการใช้งานกลยุทธ์ เพราะไม่สามารถนำเอาข้อมูลพื้นฐานที่เกี่ยวข้อง มาสร้างเป้าหมายย่อยขึ้นต่าง ๆ ได้ จึงได้ดำเนินการแก้ปัญหาตามความเข้าใจ ส่วนกลุ่มที่สองคือนักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แต่สามารถแก้ปัญหาได้ ได้ให้คำอธิบายว่า รู้สึกว่าการเขียนเป็นขั้นตอน ตามลักษณะของการสร้างเป้าหมายย่อยนั้น ทำให้เสียเวลา เพราะเมื่อมีการนำเอาความรู้ที่เกี่ยวข้องมาใช้สามารถนำไปเป็นข้อมูลเพื่อหาคำตอบของปัญหาได้ทันที อย่างไรก็ดี นักเรียนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทาง

คณิตศาสตร์ สามารถดำเนินในขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ ส่งผลให้การดำเนินการตามแผนเพื่อให้สามารถแก้ปัญหาได้นั้น เป็นไปได้อย่างมีแบบแผน ในขณะที่นักเรียนที่ไม่ได้เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย วางแผนการแก้ปัญหาอย่างไม่เป็นระบบ ทำให้ในขั้นตอนการดำเนินการตามแผนนักเรียนไม่สามารถเขียนแสดงคำตอบที่เป็นเหตุเป็นผลได้ และส่งผลโดยตรงต่อการแก้ปัญหา

ข้อสังเกตที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยพบว่า การสอนการใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาถือเป็นเรื่องสำคัญในแง่ของการเพิ่มเครื่องมือในการแก้ปัญหาให้กับนักเรียน ซึ่งการสร้างเป้าหมายย่อยเป็นเพียงหนึ่งในหลาย ๆ กลยุทธ์ที่ทำให้นักเรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการ ซึ่งเมื่อนักเรียนได้เรียนรู้กลยุทธ์ และลักษณะการใช้งานกลยุทธ์ นักเรียนสามารถเลือกใช้ และนำมาใช้ได้อย่างเป็นเหตุเป็นผล ทำให้สามารถวางแผนการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ ทำให้การดำเนินการตามแผนเป็นไปอย่างมีขั้นตอนและมีเหตุผล แต่ด้วยลักษณะการทำงานที่เป็นขั้นตอน เมื่อนักเรียนพบปัญหาที่เป็นปัญหาที่คุ้นเคย หรือมีความรู้สึกว่ายากปัญหานั้นไม่ซับซ้อน การเขียนเป้าหมายย่อยในขั้นตอนการแก้ปัญหา อาจทำให้เพิ่มเวลาในการแก้ปัญหาก็เป็นได้ แต่หากนักเรียนไม่ได้ประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากนัก การเขียนแผนผังเป้าหมายย่อย ในขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา จะช่วยให้สามารถมองปัญหาได้อย่างเป็นระบบ และละเอียดมากขึ้น ทำให้อาจจะสามารถแก้ปัญหาที่ตนเองไม่เคยแก้ปัญหามาได้สำเร็จมาก่อนได้ ซึ่งในการใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหา ควรเลือกใช้ให้เหมาะกับลักษณะของปัญหา เพื่อให้สามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

5.2 ข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาเรื่องการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะสำหรับนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และวิจัยครั้งต่อไป ดังนี้

5.2.1 กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย เหมาะสำหรับปัญหาที่มีความซับซ้อนที่ต้องมีขั้นตอนของการหาคำตอบหลายขั้นตอน ความสำเร็จในการแก้ปัญหานักเรียนนั้นไม่ได้ขึ้นอยู่กับกลยุทธ์เพียงอย่างเดียว กล่าวคือ นักเรียนจะสามารถใช้กลยุทธ์การแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้น นักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอในการแก้ปัญหานั้น ๆ เพราะการสร้างเป้าหมายย่อยแต่ละขั้นจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีการนำความรู้ที่เกี่ยวข้องเข้ามาใช้ เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างเป้าหมายย่อยและความรู้ที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการสร้างเป้าหมายย่อยขั้นถัดไป ดังนั้นควรมีการให้ความรู้พื้นฐานที่เพียงพอต่อการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนสามารถคิดและใช้กลยุทธ์ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา และนำไปสู่การแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

5.2.2 กิจกรรมการเรียนรู้ที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่สามารถประยุกต์ใช้ได้กับนักเรียนในระดับชั้นอื่น ๆ ทั้งนี้ครูผู้สอนอาจปรับกิจกรรมให้เหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน หรือสามารถนำไปบูรณาการเข้ากับเนื้อหาอื่น ๆ ได้

5.2.3 กิจกรรมการเรียนรู้ที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น สำหรับการวิจัยครั้งต่อไป ควรเพิ่มจำนวนคาบเรียน หรือเพิ่มจำนวนเวลาในแต่ละคาบเรียน ตลอดจนเพิ่มตัวอย่างในการฝึกการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย เพื่อจะได้ศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาของนักเรียนเชิงลึกอื่น ๆ เช่นการให้เหตุผลของการนำความรู้ที่เกี่ยวข้องมาใช้ เป็นต้น

เอกสารอ้างอิง

เอกสารอ้างอิง

- กองวิจัยทางการศึกษา. การวิจัยเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน.
กรุงเทพมหานคร: กองวิจัยทางการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2531.
- คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. **ประมวลชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีการทางคณิตศาสตร์ (Foundations and Methodologies in Mathematics).**
นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2537.
- ชญาภา ใจโปร่ง. การสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องฟังก์ชัน. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2553.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาหลักสูตรและการสอน มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2542.
- ชมนุกุล วนสันเทียะ. การศึกษาความคิดรวบยอดและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนราชวินิตบางเขน โดยใช้วิธีสอนแบบโยนิโสมนสิการร่วมกับการใช้แผนผังมโนทัศน์. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2552.
- ชื่นกมล กมลานนท์. การศึกษาความสามารถในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้แฟ้มสะสมงาน. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยบูรพา, 2546.
- ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์.
กรุงเทพมหานคร: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป เมเนจเม้นท์, 2542.
- นัฏกัญญา เจริญเกียรติบวร. การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นปีที่ 2 โดยการเรียนรู้แบบร่วมมือ. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2547.
- บุญชม ศรีสะอาด. การวิจัยเบื้องต้น. พิมพ์ครั้งที่ 7. กรุงเทพมหานคร: สุวีริยาสาส์น, 2554.
- บุญเพ็ง บุปผามาตะนัง. “บัญญัติ 9 ประการของการพัฒนาการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์”, **วารสารการศึกษาคู กทม.** 23(7): 23-26; เมษายน, 2543.

เอกสารอ้างอิง (ต่อ)

- ปิยะนาถ เหมวิเศษ. การสร้างกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลายเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2551.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. “การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์”, ใน **ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 12 -15**. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2537.
- รุ่งฟ้า จันท์จรรุภรณ์. “การพัฒนาโปรแกรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาเพื่อพัฒนา ศักยภาพในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความเชื่อที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหานักศึกษาคูคณิตศาสตร์”, **วารสารวิทยาศาสตร์ มศว.** 19(21): 52-61; มิถุนายน, 2548.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. **พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม ฉบับที่ 2 พ.ศ. 2545**. กรุงเทพมหานคร: สำนักนายกรัฐมนตรี, 2545.
- สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. กรุงเทพมหานคร: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย, 2551.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. **ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์**. กรุงเทพมหานคร: ศุภสภาลาดพร้าว, 2551.
- _____. **รายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2013**. กรุงเทพมหานคร: ศุภสภาลาดพร้าว, 2558.
- _____. **รายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015**. กรุงเทพมหานคร: ศุภสภาลาดพร้าว, 2560.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2558). **รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติด้านพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**. <http://www.niets.or.th>. 20 พฤศจิกายน, 2558.
- สมเดช บุญประจักษ์. **การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ**. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2540.
- _____. **เอกสารประกอบการอบรมครูและเอกสารประกอบการเรียนเรื่องการแก้ปัญหา**. กรุงเทพมหานคร: มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร, 2543.
- อุษณีย์ โพธิ์สุข. **วิธีสอนเด็กปัญญาเลิศ**. กรุงเทพมหานคร: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2537.

เอกสารอ้างอิง (ต่อ)

- Adams, Sam., Leslie Ellis. and B.F. Beeson. **Teaching Mathematics: Its Theory and Practice.** Washington, D.C.: The National Council of Teachers of Mathematics, 1977.
- Adams, Sam. **Teaching Mathematics.** New York: Harper & Row, 1977.
- Baroody, Arthur J. **Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8 Helping Children Think Mathematically.** New York: Macmillan Publishing Company, 1993.
- Bitter, Gray G., Hatfield, Mary M. and Edwards, Noney T. **Mathematics Method for Elementary and Middle Schools.** Boston: Allyn and Bacon, Inc., 1989.
- Charles, Randal and Lester, Frank K. **Teaching Problem Solving. What, Why, & How.** California: Dale Seymour Publications, 1982.
- Gagne', Robert M. **The Condition of Learning.** 2nd ed. New York: Holt Rinehart and Winston, 1970.
- Good, Carter V. **Dictionary of Education.** 3rd ed. Newyork: Teacher College Press, 1973.
- Hadden, James W. and Speer, Willam R. **Problem Solving, Decision Making and Communication in Mathematics.** 7th ed. New York: Macmillan Publishing Company, 1992.
- Hart, Lynn C. "Some Factor That Impede or Enhance Performance in Mathematical Problem Solving", **Journal for Research of Mathematics Education.** 24(2): 167-169; March, 1993.
- Hatfield, Edward and Bitter. **Mathematics Methods for the Elementary and Middle School/Book and Tangram Manipulatives.** New York: John Wiley and Sons Ltd, 1993.
- Katz, Sara., Segal, Ruti. and Stupel, Moshe. "Using the Working Backward Strategy of Problem-Solving in Teaching Mathematics to Foster Mathematics Self-Efficacy", **Journal of Pure and Applied Mathematics: Advances and Applications.** 15(2): 107-144; January, 2016.

เอกสารอ้างอิง (ต่อ)

- Kennedy, Leonard M. and Tipps, Steve. **Guiding Children's Learning of Mathematics**. 7th ed. California: Wadsworth Publishing Company, Inc., 1994.
- Krulik, Stephen. and Rudnick, Jesse A. **Problem Solving: A handbook for Teacher**. 2nd ed. Boston: Allyn and Bacon, 1978.
- National Council of Teachers of Mathematics. **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston, Virginia: NCTM, 1980.
- Polya, George. **How to Solve it**. Garden City. New York: Double Anchor Book, 1957.
- Ramnarain, Umesh. "Empowering Educationally Disadvantaged Mathematics Students Through a Strategies-based Problem-Solving Approach", **The Australian Association for Research in Education**. 41(1): 43-57; August, 2014.
- Reys, Robert E., Suydam, Marilyn N. and Montgomery, Marry L. **Helping Children Learn Mathematics**. 3rd ed. Boston: Allyn and Bacon Inc., 1992.
- Russell and Person V. **Essentials of Mathematics**. New York: John Wiley Inc., 1961.
- Schoenfeld, Alan H. **Mathematical Problem Solving**. New York: Academic Press Inc., 1985.
- Sheffield, Linda Jensen and Cruikchank, Douglas E. **Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics**. 4th ed. New York: Wiley, 2000.
- Suydam, H.L. **Untangling Clues from Research on Problem Solving Problem Solving in School Mathematics**. Reston Virginia: NCTM., 1990.
- Tougaw, Paul William. (1994). "A study of the effect of using an "open approach" to teaching mathematics upon the mathematical problem-solving", **Ph.D. Dissertation Southern Illinois University at Carbondale**.
<http://proquest.umi.com/pqdweb/?did=744714561&sid=11&Fmt=2&clientId=71090&RQT=309&VName=PQD>. December 19, 2016.
- Behaviors of secondary school students**. Doctor's Thesis: Southern Illinois University, 1993.

เอกสารอ้างอิง (ต่อ)

- Williams, Kenneth M. "Writing about the Problem-Solving Process to Improve Problem Solving Performance", **Mathematics Teacher**. 96(3): 185-187; Mach, 2003.
- Willson, J. W., Fernandez, M. L. and Hadaway, N. **Mathematical Problem Solving in Research Ideas for the Classroom: High School Mathematics**. New York: Macmillan Publish Company, 1993.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
รายนามผู้เชี่ยวชาญ

รายละเอียดผู้ทรงคุณวุฒิวิทยานิพนธ์
“การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เลือกใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย ในการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์”
โดย นายรัฐพล จำปา

นางสาวสุนันทา พุฒพันธ์	ปรัชญาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน ครูชำนาญการโรงเรียนบ้านน้ำอ้อม อำเภอค้อวัง จังหวัดยโสธร สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา ยโสธรเขต 1
นางเพ็ญศิริ คำชัย	วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนตระกูลประเทืองวิทยาคม อำเภอมหาชนะชัย จังหวัดยโสธร สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 28
นางสาวสำรี ผิวผ่อง	ครุศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนตระกูลประเทืองวิทยาคม อำเภอมหาชนะชัย จังหวัดยโสธร สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 28

ผู้เชี่ยวชาญทั้งสามท่านเป็นผู้ที่มีความรู้ความสามารถและประสบการณ์ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ให้ความอนุเคราะห์ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความสอดคล้องระหว่างตัวชี้วัดกับข้อสอบด้วยการหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of objective congruence: IOC) พร้อมทั้งให้คำแนะนำเกี่ยวกับการเขียนแผนจัดการเรียนรู้ที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้

ภาคผนวก ข

การหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ของเครื่องมือ

การหาคุณภาพของเครื่องมือ

1. แผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ การใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ผู้วิจัยได้ดำเนินการหาคุณภาพของแผนการจัดการเรียนรู้นี้

1.1 วิเคราะห์ความตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องกับเนื้อหา (IOC)

ตารางที่ ข.1 ค่าดัชนีความสอดคล้องกับเนื้อหา (IOC) ของแผนการจัดการเรียนรู้ การใช้กลยุทธ์
การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แผน การสอนที่	ผลการพิจารณาจากผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
2	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
4	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
5	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
7	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้

2. แบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการหาคุณภาพของแบบทดสอบดังนี้

2.1 วิเคราะห์ความตรงเชิงเนื้อหา โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องกับเนื้อหา (IOC)

ตารางที่ ข.2 ค่าดัชนีความสอดคล้องกับเนื้อหา (IOC) ของแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

	แบบทดสอบ ข้อที่	ผลการพิจารณาจาก ผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
		คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
ก่อนเรียน	1	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
	2	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
หลังเรียน 1	3	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
	4	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้
หลังเรียน 2	1	+1	+1	+1	3	1	ใช้ได้

ภาคผนวก ค
ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2
เรื่อง การใช้กลยุทธ์ สร้างเป้าหมายย่อย เพื่อแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 **เวลา 60 นาที**

กิจกรรมการใช้กลยุทธ์ สร้างเป้าหมายย่อย มีจุดประสงค์หลักเพื่อให้นักเรียนได้รู้จัก กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ วิธีใช้กลยุทธ์ และฝึกการใช้กลยุทธ์สร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้ปัญหาที่เป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย ในที่นี้ใช้โจทย์ปัญหาที่เป็นโจทย์ปัญหาจาก ข้อสอบแข่งขันของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย และข้อสอบวัดผลการศึกษาในระดับชาติ ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1. จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน
 - 1.1.1 แก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยได้
- 1.2 ด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์: เพื่อให้นักเรียนมีทักษะ
 - 1.2.1 การให้เหตุผล
 - 1.2.2 การแก้ปัญหา
 - 1.2.3 การเชื่อมโยงความรู้
- 1.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์
 - 1.3.1 เพื่อให้นักเรียนมีส่วนร่วมและรับผิดชอบในการแก้ปัญหา

2. สาระการเรียนรู้

แนวคิดเกี่ยวกับกลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ การนำเข้าสู่ความรู้ที่เกี่ยวข้อง การกำหนดเป้าหมายหลัก การกำหนดเป้าหมายย่อย การเขียนแผนผังแสดงการคิด และการเขียนแสดงคำตอบตามแผนที่วางไว้

3. กิจกรรมการเรียนรู้

กิจกรรมการเรียนรู้การใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยเพื่อแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 3 ช่วง คือ แนะนำกลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย อธิบายตัวอย่างการนำกลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยเพื่อแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และการเขียนแสดงวิธีทำ

3.1 แนะนำและอธิบายตัวอย่างการใช้กลยุทธ์ การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยเริ่มจากปัญหาที่มีความซับซ้อนน้อย ไปยังปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้น เพื่อให้ นักเรียนได้เห็นถึงลำดับขั้นของการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหา โดยเริ่มจากการ กำหนดปัญหา จากนั้นดำเนินการ 3 ขั้นตอน คือ ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนการ แก้ปัญหา และขั้นตอนการตามแผน

คำถามที่ 1: จงหาผลลัพธ์ของ $3(2 + 1)$

ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา

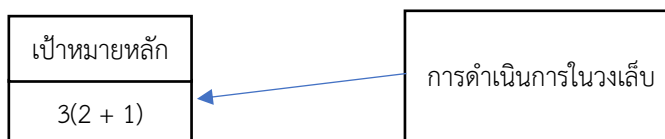
สิ่งที่โจทย์ต้องการในข้อนี้คือ ผลลัพธ์ของ $3(2 + 1)$

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

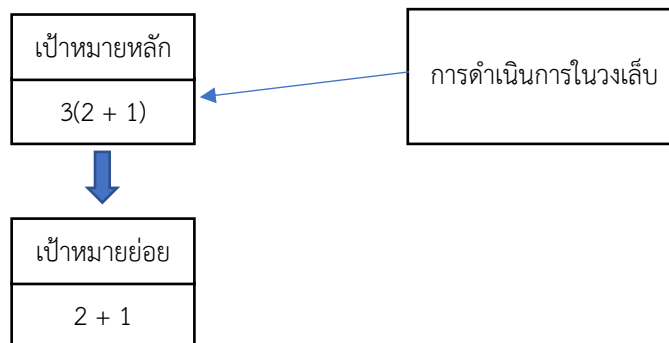
1) จากการทำความเข้าใจปัญหาพบว่า สิ่งที่โจทย์ต้องการเป็นสิ่งที่ เป็นคำตอบของ ปัญหา นั่นคือ เป้าหมายหลักในการแก้ปัญหาครั้งนี้ สามารถนำมาเขียนแผนภาพได้เป็น

เป้าหมายหลัก
$3(2 + 1)$

2) ครูถามนักเรียนว่า ในการแก้ปัญหของเป้าหมายหลักครั้งนี้จำเป็นต้องใช้ความรู้ เรื่องใดบ้าง ซึ่งนักเรียนจะตอบว่า ความรู้ในเรื่องการดำเนินการในวงเล็บ และการคูณจำนวนเต็ม ซึ่ง นั่นคือการนำเอาความรู้ที่เกี่ยวข้อง สามารถเขียนแผนภาพได้ดังนี้



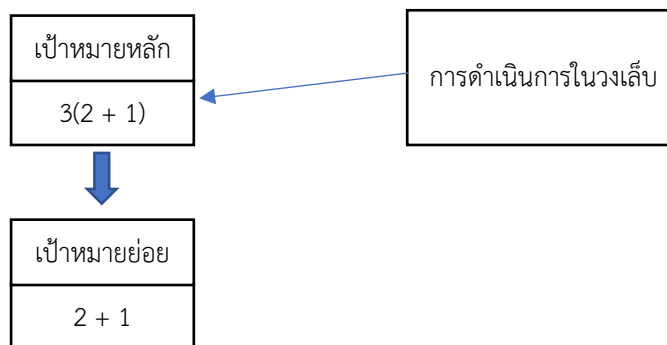
3) การดำเนินการในวงเล็บ คือขั้นตอนที่เราต้องดำเนินการก่อนเพื่อให้สามารถหา คำตอบของเป้าหมายหลักได้ นั่นทำให้ สิ่งที่ต้องดำเนินการก่อนกลายมาเป็นเป้าหมายย่อย ที่ต้อง ดำเนินการ สามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



4) ถ้าเป้าหมายย่อยที่สร้างขึ้น ยังไม่มีข้อมูลหรือยังไม่อยู่ในสิ่งที่โจทย์ให้มา ต้องมีการนำเข้าความรู้เพื่อนำมาสร้างเป้าหมายย่อยชั้นถัดไปอีกครั้ง จนกว่าเป้าหมายย่อยนั้นจะมีข้อมูลหรืออยู่ในสิ่งที่โจทย์ให้มา

ขั้นการดำเนินการตามแผน

1) ครูอธิบายว่า การดำเนินการตามแผนคือการดำเนินการ ตามสิ่งที่ได้ออกแบบวิธีแก้ปัญหาไว้ หรือเป็นการแสดงวิธีทำนั่นเอง ซึ่งในการแสดงวิธีทำนั้น ต้องนำเอา ผังที่ได้จากการสร้างเป้าหมายย่อย และความรู้ที่เกี่ยวข้องในแต่ละชั้นมาเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบ

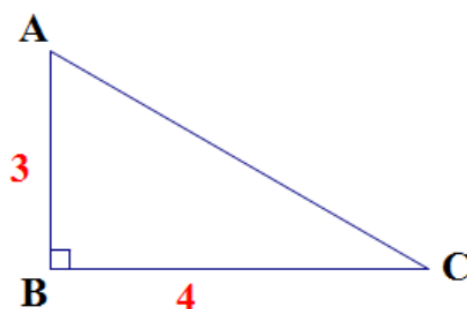


จากแผนผังที่ได้ เขียนแสดงวิธีทำได้ดังนี้

วิธีทำ เนื่องจาก $2+1 = 3$
 ดังนั้น $3(2+1) = 3(3) = 9$

3.2 ใช้โจทย์ปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้น เพื่อให้นักเรียนได้เห็นความสำคัญและเรียนรู้การใช้
งานกลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย

คำถามที่ 2: จงหาความยาวของเส้นรอบรูปของ



ขั้นการทำความเข้าใจปัญหา

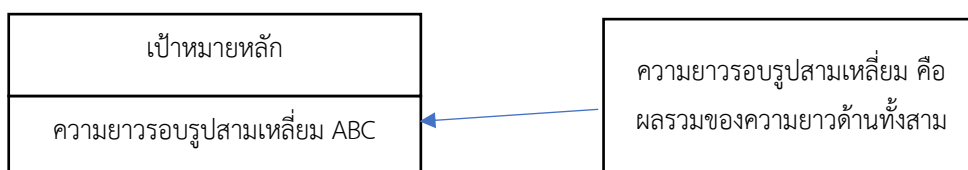
- 1) สิ่งที่โจทย์ต้องการในข้อนี้คือ ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม ABC
- 2) สิ่งที่โจทย์ให้มาได้แก่ สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ด้าน AB ยาว 3 หน่วย และด้าน BC ยาว 4 หน่วย

ขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา

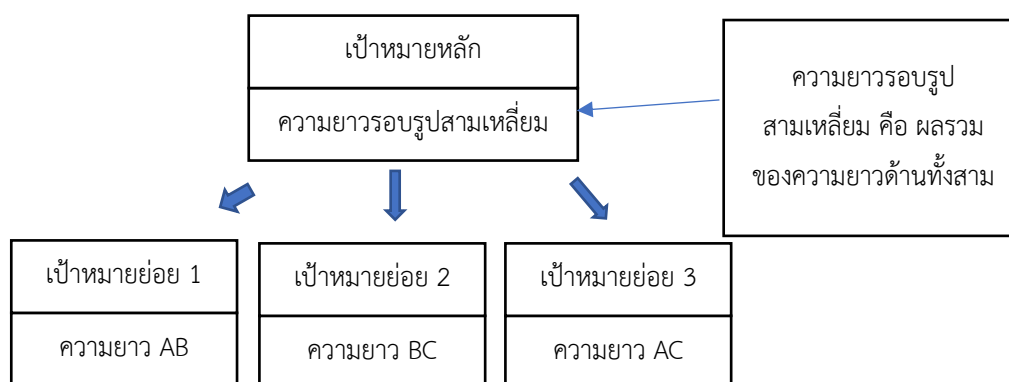
- 1) จากการทำความเข้าใจปัญหาพบว่า สิ่งที่โจทย์ต้องการเป็นสิ่งที่ เป็นคำตอบของปัญหา นั่นคือ เป้าหมายหลักในการแก้ปัญหาครั้งนี้ สามารถนำมาเขียนแผนภาพได้เป็น

เป้าหมายหลัก
ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม ABC

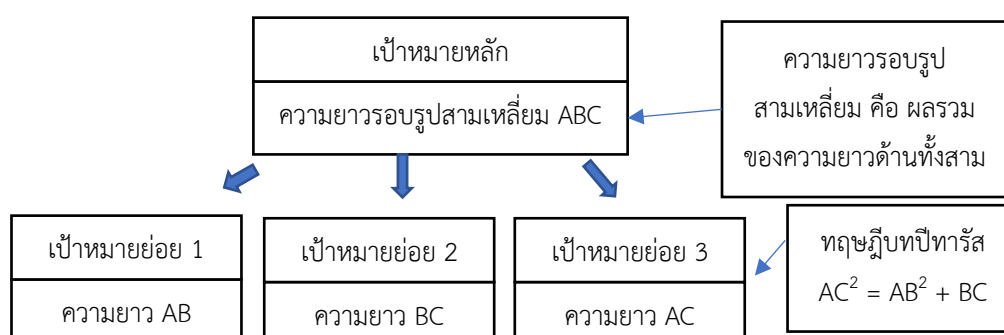
- 2) ครูถามนักเรียนว่า ในการแก้ปัญหของเป้าหมายหลักครั้งนี้จำเป็นต้องใช้ความรู้เรื่องใดบ้าง ซึ่งนักเรียนจะตอบว่า ความรู้ในเรื่อง “ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม คือ ผลรวมของความยาวด้านทั้งสาม” ซึ่งนั่นคือการนำเอาความรู้ที่เกี่ยวข้อง สามารถเขียนแผนภาพได้ดังนี้



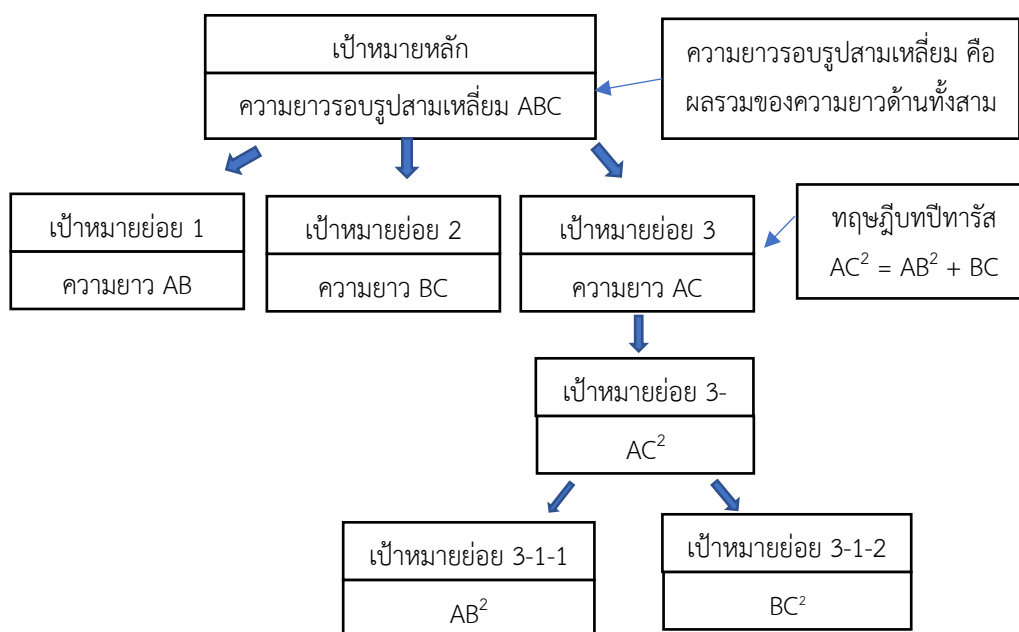
3) ความยาวของด้านทั้งสาม คือสิ่งที่เราต้องดำเนินการก่อนเพื่อให้สามารถหาคำตอบของเป้าหมายหลักได้ นั่นทำให้ สิ่งที่ต้องดำเนินการก่อนกลายมาเป็นเป้าหมายย่อยที่ต้องดำเนินการสามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



4) พิจารณาเป้าหมายย่อยแต่ละเป้าหมาย พบว่า ความยาวของ AB และ BC เป็นสิ่งที่โจทย์ให้มา นั่นคือข้อมูลที่สามารถนำไปใช้ได้ทันที ทำให้ไม่ต้องมีการสร้างเป้าหมายย่อยของเป้าหมายย่อยทั้งสองนี้ต่อไปอีก ในขณะที่เป้าหมายย่อย 3 ความยาวของด้าน AC นั้น ไม่ได้อยู่ในสิ่งที่โจทย์ให้มา จึงต้องถามนักเรียนต่อว่า หากต้องการทราบความยาวของด้าน AC ต้องใช้ความรู้เรื่องใด ซึ่งนักเรียนจะตอบได้ว่าใช้ความรู้เรื่อง สามเหลี่ยมมุมฉาก และทฤษฎีบท ปีทาโกรัส นั่นคือการนำเข้าความรู้ และจะถูกนำไปพิจารณาการสร้างเป้าหมายย่อยขั้นถัดไป สามารถเขียนแผนภาพได้ดังนี้

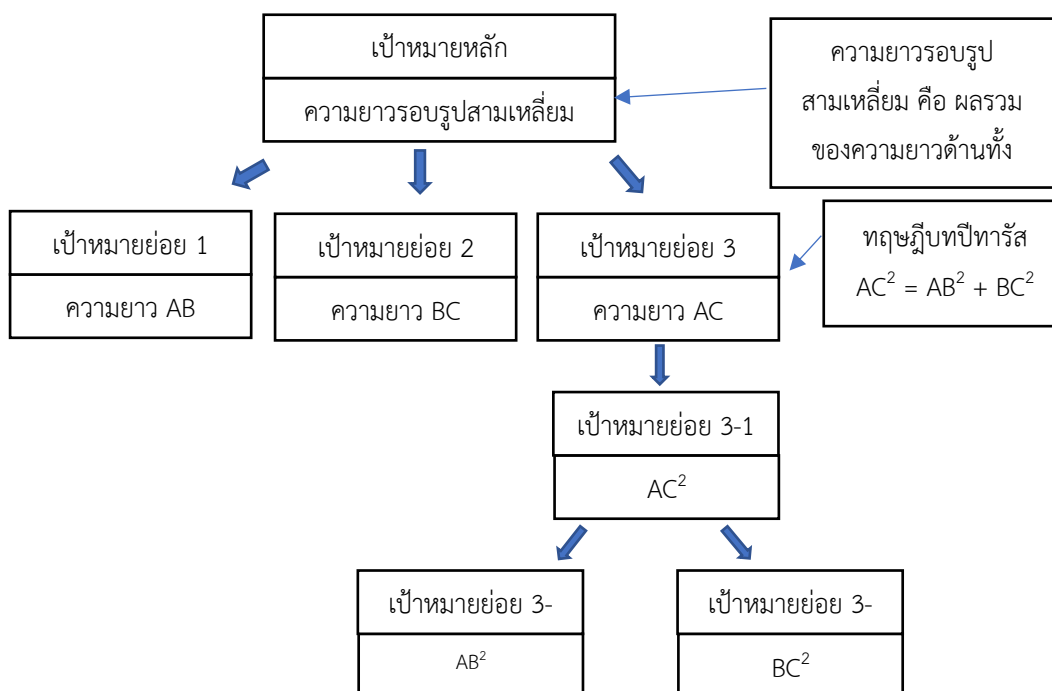


5) จากการนำเข้าความรู้เรื่อง ทฤษฎีบทปีทาโกรัส ที่ว่า $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ทำให้ได้ว่า หากต้องการทราบ ความยาว AC ต้องหาจาก AC^2 ทำให้ได้เป้าหมายย่อยขั้นถัดไป เป็นดังนี้



ขั้นตอนการดำเนินการตามแผน

1) นำผังที่ได้จากการสร้างเป้าหมายย่อย และความรู้ที่เกี่ยวข้องในแต่ละชั้นมาเขียน แสดงวิธีการหาคำตอบ ดังนี้



วิธีทำ เนื่องจาก $AB = 3$ และ $BC = 4$ ทำให้ได้ว่า $AB^2 = 3^2 = 9$ และ $BC^2 = 4^2 = 16$
(เป็นคำตอบของเป้าหมายย่อย 3-1-1 และ 3-1-2)

เนื่องจาก สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้น โดยทฤษฎีพีทาโกรัส

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 3^2 + 4^2$$

$$AC^2 = 9 + 16 = 25 \quad (\text{เป็นคำตอบของเป้าหมายย่อย 3-1})$$

$$\text{ดังนั้น } AC = 5 \quad (\text{เป็นคำตอบของเป้าหมายย่อย 3})$$

เพราะฉะนั้น ความยาวรอบรูป = $AB + BC + AC = 3 + 4 + 5 = 12$ หน่วย

(เป็นคำตอบของเป้าหมายหลัก)

3.3 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อีกครั้ง และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถาม ข้อสงสัยในการใช้กลยุทธ์ รวมถึงการนำความรู้ที่เกี่ยวข้อง และอธิบายว่าในขั้นตอนการวางแผนการแก้ปัญหา ไม่จำเป็นต้องเขียนชื่อเป้าหมายกำกับ ให้ละไว้ในฐานที่เข้าใจ

3.4 ให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 เพื่อเป็นการฝึกการใช้งานกลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย

4. สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

ใบงานเรื่องการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อย

5. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

สิ่งที่ต้องการวัด/ประเมิน	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
ด้านความรู้ 1. แก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยได้	ตรวจสอบใบงาน	- ใบงาน - แบบฝึกหัด	ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป
ด้านทักษะกระบวนการ 1. การให้เหตุผล 2. การแก้ปัญหา 3. การเชื่อมโยงความรู้	ตรวจสอบใบงานและการสังเกตพฤติกรรมระหว่างเรียน	- แบบประเมินใบงาน	ผ่านเกณฑ์ในระดับดีขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะ 1. มีความรับผิดชอบในการทำงาน	สังเกตจากการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้	- แบบประเมินพฤติกรรม	ผ่านเกณฑ์ในระดับดีขึ้นไป

6. บันทึกกิจกรรมการเรียนรู้

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

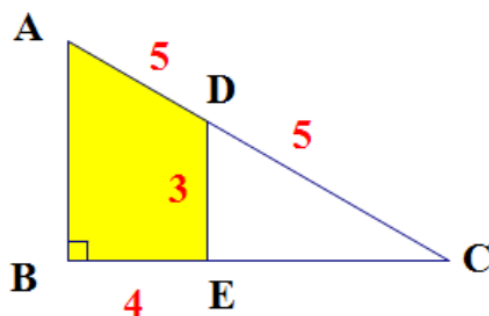
ลงชื่อ.....ครูผู้สอน

(นายรัฐพล จำปา)

ชื่อ..... ชั้น เลขที่.....

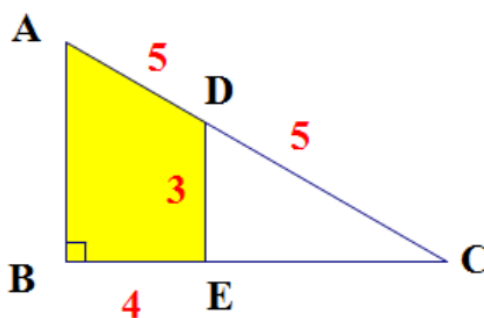
ใบงานเรื่องการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหา

คำถามที่ 3: จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา



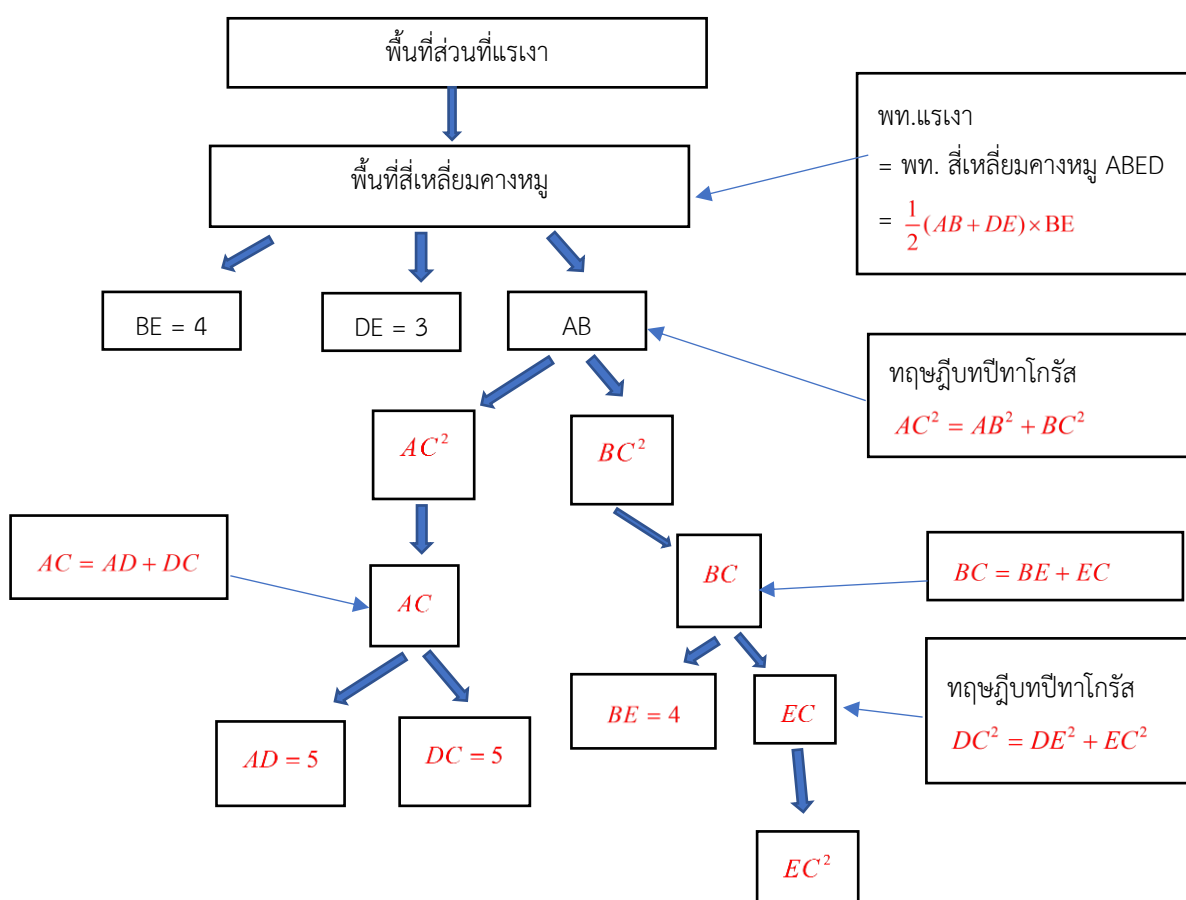
เฉลยใบงานที่ 1 การใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหา

คำถามที่ 3: จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา



ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา

จากการทำความเข้าใจปัญหา สามารถเขียนผังการสร้างเป้าหมายย่อยได้ดังนี้



ขั้นตอนการตามแผน

จากแผนผังที่ได้ สามารถนำมาเขียนแสดงคำตอบได้ดังนี้

เนื่องจาก สามเหลี่ยม ECD เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$DC^2 = DE^2 + EC^2$$

ดังนั้น $EC^2 = DC^2 - DE^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$

ทำให้ได้ว่า $EC = 4$

เนื่องจาก $BC = BE + EC$ ดังนั้น $BC = 4 + 4 = 8$

เนื่องจาก $AC = AD + DC$ ดังนั้น $AC = 5 + 5 = 10$

เนื่องจาก สามเหลี่ยม ABC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

ดังนั้น $AB^2 = AC^2 - BC^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$

ทำให้ได้ว่า $AB = 6$

เนื่องจาก พท.แรเงา = พท. สี่เหลี่ยมคางหมู ABED $= \frac{1}{2}(AB+DE) \times BE = \frac{1}{2}(6+3) \times 4 = 18$ ตารางหน่วย

ภาคผนวก ง
แบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์

ง.1 แบบทดสอบก่อนเรียน

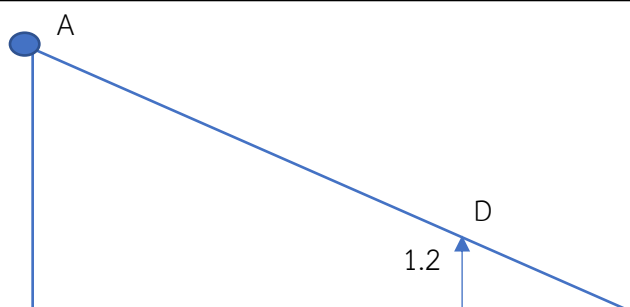
1. ลินดายืนอยู่บนปลายของเงาของน้องชาย ของเธอ ซึ่งเงานี้ทับกันกับเงาของยอดต้นไม้พอดี ที่จุด โดยน้องชายของลินดามีความสูง 1.2 เมตร ยืนอยู่ห่างต้นไม้ 6.5 เมตร และยืนอยู่ห่างจากลินดา 4 เมตร ความสูงของต้นไม้ เป็นเท่าใด

ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ : ความสูงของต้นไม้

สิ่งที่โจทย์ให้มา: น้องชายของลินดามีความสูง 1.2 เมตร ยืนอยู่ห่างต้นไม้ 6.5 เมตร และยืนอยู่ห่างจากลินดา 4 เมตร

วางแผนการแก้ปัญหา



1. ใช้สมบัติสามเหลี่ยมคล้าย ABC และ BED

C 6.5 E 4 B

เนื่องจาก สามเหลี่ยม ABC และ สามเหลี่ยม BED เป็นสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

$$\text{ดังนั้น } \frac{DE}{BE} = \frac{AC}{BC} = \frac{AC}{CE + BE}$$

$$\text{ทำให้ได้ว่า } \frac{1.2}{4} = \frac{AC}{6.5 + 4}$$

$$\frac{1.2}{4}(10.5) = AC$$

$$AC = 3.15$$

เพราะฉะนั้น ต้นไม้สูง 3.15 เมตร

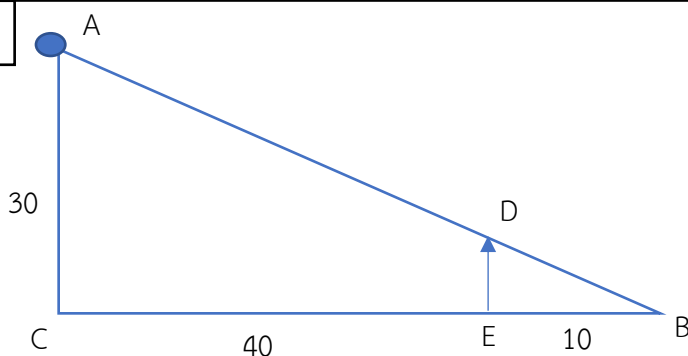
2. ชายผู้หนึ่งยืนห่างจากเสาไฟฟ้าที่มีหลอดไฟฟ้าบนเสา 40 ฟุต โดยหลอดไฟมีความสูง 30 ฟุต จากพื้นดิน เงาของเขาทอดไป 10 ฟุต ชายผู้นี้สูงเท่าใด

ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ : ความสูงของชายผู้นี้

สิ่งที่โจทย์ให้มา : ชายคนนี้ห่างเสาไฟ 40 ฟุต หลอดไฟมีความสูง 30 ฟุต จากพื้นดิน เงาของเขาทอดไป 10 ฟุต

วางแผนการแก้ปัญหา



1. ใช้สมบัติสามเหลี่ยมคล้าย ABC และ BED
2. เทียบอัตราส่วนด้าน AC และ ED เทียบกับอัตราส่วนด้าน BC และ BE

ง.2 แบบทดสอบหลังเรียน ครั้งที่ 1

1. กล่องกระตาศรูปสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ที่มีขนาดภายในกว้าง 21 เซนติเมตร บรรจุบอลลูกหนึ่งได้พอดี อยากทราบว่าปริมาตรของอากาศภายในกล่องที่ล้อมรอบลูกบอลนั้นเป็นเท่าใด	
ทำความเข้าใจปัญหา สิ่งที่โจทย์ต้องการ: ปริมาตรของอากาศในกล่อง สิ่งที่โจทย์ให้มา : กล่องกระตาศรูปสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ที่มีขนาดภายในกว้าง 21 เซนติเมตร	
วางแผนการแก้ปัญหา G_1 : ปริมาตรลูกบอล G_{11} : รัศมีลูกบอล G_{111} : เส้นผ่านศูนย์กลางลูกบอล G_{1111} : ความยาวด้านของกล่องลูกบาศก์ (a) G_2 : ปริมาตรของกล่องลูกบาศก์ G_{21} : ความยาวด้านของกล่องลูกบาศก์ (a) K: ปริมาตรของอากาศที่ล้อมลูกบอล = K: ปริมาตรลูกบอล $= \frac{4}{3}\pi r^3$ เมื่อ r คือ รัศมีลูกบอล K: เส้นผ่านศูนย์กลาง = 2 (รัศมี) K: ลูกบอลบรรจุในลูกบาศก์ได้พอดี ทำให้ได้ว่า เส้นผ่านศูนย์กลางของลูกบอล เท่ากับความยาวด้านของลูกบาศก์ K: ปริมาตรลูกบาศก์ $= a^3$ เมื่อ a คือความยาวด้าน	

ดำเนินการตามแผน

เนื่องจาก ปริมาตรลูกบาศก์ $= a^3$ เมื่อ a คือความยาวด้าน

ดังนั้น ปริมาตรลูกบาศก์ $= 21^3 = 9261 \text{ cm}^3$

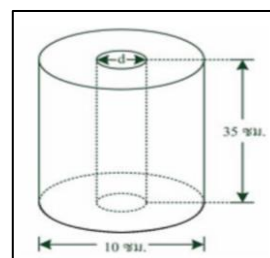
เนื่องจาก ลูกบอลบรรจุในลูกบาศก์ได้พอดี ทำให้ได้ว่า เส้นผ่านศูนย์กลางของลูกบอล เท่ากับความยาวด้านของลูกบาศก์ ดังนั้น เส้นผ่านศูนย์กลางของลูกบอล $= 21 \text{ cm}$ ทำให้ได้ว่า รัศมีของลูกบอล $= \frac{21}{2} \text{ cm}$

เนื่องจาก ปริมาตรลูกบอล $= \frac{4}{3}\pi r^3$ เมื่อ r คือ รัศมีลูกบอล

ดังนั้น ปริมาตรลูกบอล $= \frac{4}{3}\left(\frac{22}{7}\right)\left(\frac{21}{2}\right)^3 = 4851 \text{ cm}^3$

เพราะฉะนั้น ปริมาตรของอากาศที่ล้อมลูกบอล = ปริมาตรกล่องลูกบาศก์ - ปริมาตรลูกบอล
 $= 9261 - 4851 = 4410 \text{ cm}^3$

2. จงหาค่า d ที่ทำให้รูปทรงต่อไปนี้ปริมาตร 990 ลูกบาศก์เซนติเมตร

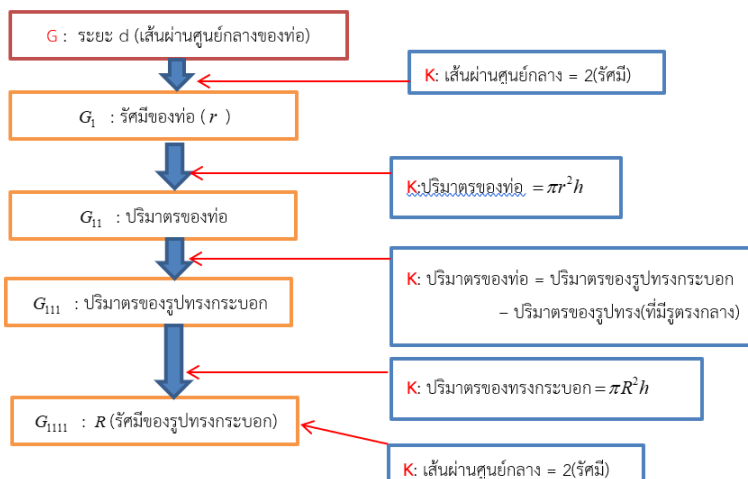


ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ: d

สิ่งที่โจทย์ให้มา: รูปทรงมีปริมาตร 990 ลูกบาศก์เซนติเมตร

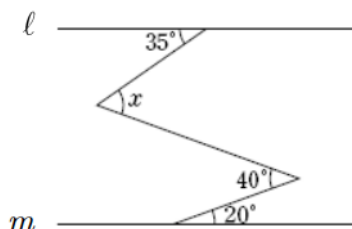
วางแผนการแก้ปัญหา



ดำเนินการตามแผน	เนื่องจาก เส้นผ่านศูนย์กลาง = 2 (รัศมี) และถ้า R แทน รัศมีของรูป
ทรงกระบอก ดังนั้น $R = \frac{10}{2} = 5$ เซนติเมตร	
เนื่องจาก ปริมาตรของทรงกระบอก $= \pi R^2 h$	
ดังนั้น ปริมาตรของทรงกระบอก $= \frac{22}{7} (5)^2 (35) = 2750 \text{ cm}^3$	
เนื่องจาก ปริมาตรของท่อ = ปริมาตรของรูปทรงกระบอก - ปริมาตรของรูปทรง(ที่มีรูตรงกลาง)	
ดังนั้น ปริมาตรของท่อ $= 2750 - 990 = 1760 \text{ cm}^3$	
เนื่องจาก ปริมาตรของท่อ $= \pi r^2 h$	
ดังนั้น $1760 = \frac{22}{7} r^2 (35) \Rightarrow r^2 = \frac{(1760)(7)}{(22)(35)} = 16 \Rightarrow r = 4 \text{ cm}$	
เพราะฉะนั้น $d = 2(4) = 8 \text{ cm}$	

ง.3 แบบทดสอบหลังเรียน ครั้งที่ 2

1. จากรูป กำหนดให้เส้นตรง l ขนานกับเส้นตรง m จงหาว่า x เท่ากับกี่องศา

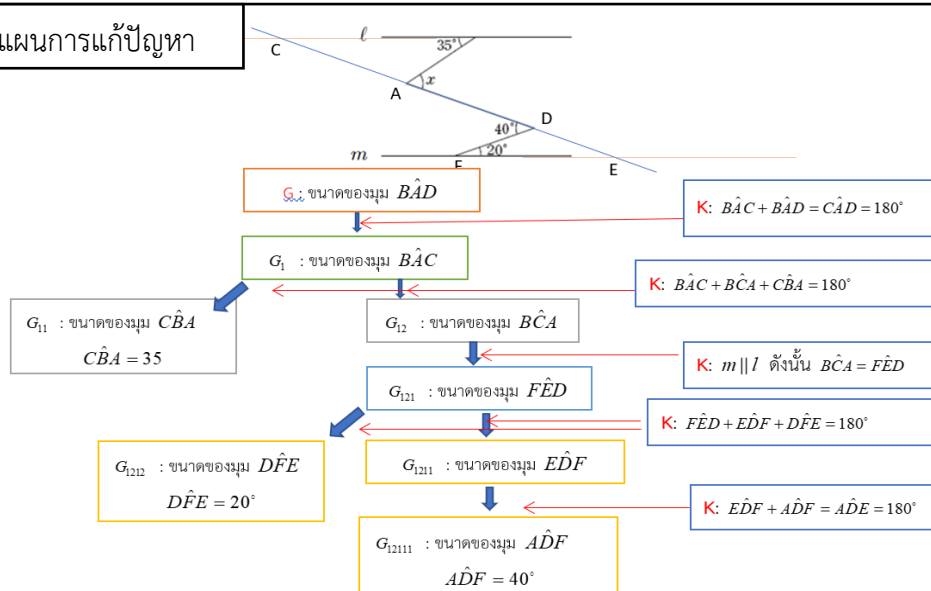


ทำความเข้าใจปัญหา

สิ่งที่โจทย์ต้องการ : ค่า x

สิ่งที่โจทย์ให้มา : ข้อมูลตามภาพ

วางแผนการแก้ปัญหา



ดำเนินการตามแผน

เนื่องจาก $\angle EDF + \angle ADF = \angle ADE = 180^\circ$ และ $\angle ADF = 40^\circ$

ดังนั้น $\angle EDF + 40^\circ = 180^\circ$ นั่นคือ $\angle EDF = 140^\circ$

เนื่องจาก $\angle FED + \angle EDF + \angle DFE = 180^\circ$, $\angle EDF = 140^\circ$ และ $\angle DFE = 20^\circ$

ดังนั้น $\angle FED + 140^\circ + 20^\circ = 180^\circ$ นั่นคือ $\angle FED = 20^\circ$

ซึ่ง $m \parallel l$ ดังนั้น $\angle BCA = \angle FED$ ทำให้ได้ว่า $\angle BCA = \angle FED = 20^\circ$

เนื่องจาก $\angle BAC + \angle BCA + \angle CBA = 180^\circ$, $\angle BCA = 20^\circ$ และ $\angle CBA = 35^\circ$

ดังนั้น $\angle BAC + 20^\circ + 35^\circ = 180^\circ$ นั่นคือ $\angle BAC = 125^\circ$

และเนื่องจาก $\angle BAC + \angle BAD = \angle CAD = 180^\circ$ และ $\angle BAC = 125^\circ$

ดังนั้น $125^\circ + \angle BAD = 180^\circ$ นั่นคือ $\angle BAD = 55^\circ$

เพราะฉะนั้น $x = \angle BAD = 55^\circ$

ภาคผนวก จ
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

จ.1 ผลการทดสอบความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การทดสอบคะแนนมาตรฐาน

จากผลการทดสอบความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยใช้การทดสอบคะแนนมาตรฐานเพื่อวิเคราะห์ความแตกต่างของคะแนนสอบวัดความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม Microsoft excel ซึ่งได้ผลดังนี้

ตารางที่ จ.1 ผลการทดสอบความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การทดสอบคะแนนมาตรฐาน

เลขที่	ความสามารถในการใช้กลยุทธ์เป้าหมายย่อย ข้อ 1 (6)	ความสามารถในการใช้กลยุทธ์เป้าหมายย่อย ข้อ 2 (6)	รวม(12)
1	4	4	8
2	6	6	12
3	6	4	10
4	6	6	12
5	2	2	4
6	4	6	10
7	6	6	12
8	6	6	12
9	2	6	8
10	4	6	10
11	4	6	10
13	6	6	12
14	4	4	8
15	6	4	10
16	6	6	12
17	6	6	12
18	4	6	10
19	6	6	12

ตารางที่ จ.1 ผลการทดสอบความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การทดสอบคะแนนมาตรฐาน (ต่อ)

เลขที่	ความสามารถในการใช้กลยุทธ์ เป้าหมายย่อย ข้อ 1 (6)	ความสามารถในการใช้กลยุทธ์ เป้าหมายย่อย ข้อ 2 (6)	รวม(12)
20	6	6	12
21	6	6	12
22	4	6	10
23	4	6	10
24	4	6	10
25	4	6	10
26	6	6	12
29	6	6	12
30	4	4	8
31	6	6	12

ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม	8.4
ค่าเฉลี่ยข้อมูล	10.42857143
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	1.913472148
จำนวนข้อมูล	31
Z-test	1.01282E-08

จ.2 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้การทดสอบทีแบบไม่อิสระ (t-dependent sample test)

จากผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยใช้การทดสอบทีแบบไม่อิสระ (t-dependent sample test) เพื่อวิเคราะห์ความแตกต่างของคะแนนสอบวัดความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้โปรแกรม Microsoft excel ซึ่งได้ผลดังนี้

ตารางที่ จ.2 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้การทดสอบทีแบบไม่อิสระ (t-dependent sample test)

เลขที่	ก่อนเรียน (48)	หลังเรียน (48)
1	28	30
2	28	38
3	20	34
4	28	42
5	20	16
6	24	42
7	24	44
8	24	32
9	14	36
10	20	40
11	22	38
13	22	40
14	22	38
15	20	36
16	28	44
17	20	38
18	30	34
19	22	42

ตารางที่ จ.2 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้การทดสอบทีแบบไม่อิสระ
(t-dependent sample test) (ต่อ)

เลขที่	ก่อนเรียน (48)	หลังเรียน (48)
20	22	44
21	24	32
22	22	44
23	20	34
24	20	36
25	12	20
26	20	46
29	22	36
30	22	30
31	22	42
t-Test: Paired Two Sample for Means		
	28	30
Mean	22.71484323	37.42296296
Variance	14.76923077	48.42165242
Observations	27	27
Pearson Correlation	0.385445256	
Hypothesized Mean Difference	0	
df	26	
t Stat	-12.44570141	
P(T<=t) one-tail	2.44983E-12	
t Critical one-tail	1.70561792	
P(T<=t) two-tail	4.89967E-12	
t Critical two-tail	2.055529439	

จ.3 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้เกณฑ์มาตรฐาน (normalized gain)

จากผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยใช้การทดสอบเกณฑ์มาตรฐาน (normalized gain) เพื่อวิเคราะห์ความแตกต่างของคะแนนสอบวัดความสามารถในการใช้กลยุทธ์การสร้างเป้าหมายย่อยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรม Microsoft excel ซึ่งได้ผลดังนี้

ตารางที่ จ.3 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้เกณฑ์มาตรฐาน (normalized gain)

เลขที่	ก่อนเรียน (48)	หลังเรียน (48)
1	28	30
2	28	38
3	20	34
4	28	42
5	20	16
6	24	42
7	24	44
8	24	32
9	14	36
10	20	40
11	22	38
13	22	40
14	22	38
15	20	36
16	28	44

ตารางที่ จ.3 ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนโดยใช้เกณฑ์มาตรฐาน
(normalized gain) (ต่อ)

เลขที่	ก่อนเรียน (48)	หลังเรียน (48)
17	20	38
18	30	34
19	22	42
20	22	44
21	24	32
22	22	44
23	20	34
24	20	36
25	12	20
26	20	46
29	22	36
30	22	30
31	22	42
	22.71	37.42
	%Pretest	47.3097619
	%Posttest	77.95809524

$$\text{Normalized Gain} = \frac{\% \text{Posttest} - \% \text{Pretest}}{100\% - \% \text{Pretest}}$$

$$\text{Normalized Gain} = 0.58172687$$

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ	นายณัฐพล จำปา
ประวัติการศึกษา	พ.ศ.2547 – 2551 มหาวิทยาลัยมหาสารคาม วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ประวัติการทำงาน	พ.ศ. 2551 – ปัจจุบัน โรงเรียนค้อวังวิทยาคม อำเภอค้อวัง จังหวัดยโสธร
ตำแหน่ง	ครูผู้สอน
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนค้อวังวิทยาคม อำเภอค้อวัง จังหวัดยโสธร อีเมล krootum001@gmail.com โทรศัพท์ 085-0028267