

การใช้คอมพิวเตอร์คำนวณหาค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นของวัสดุ
ด้วยสมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิก

Computer Program for Computing Modulus of Elasticity of Materials
Using Ultrasonic Wave Equation

โดย

นายจิตรกร ผลโยธ
ผศ. เรวัตน์ เหล่าไพบุลย์
ผศ. จินตนา เหล่าไพบุลย์

ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี

โครงการวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากสำนักงานงบประมาณแผ่นดิน
ปีงบประมาณ 2542

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อหาค่าแก้ของสมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิกที่เหมาะสมในการทำนายค่ายังโมดูลัสและอัตราส่วนปัวส์ซองของวัสดุประเภทต่างๆ จากการเปรียบเทียบผลการคำนวณกับวิธีการทดสอบแรงดึงสำหรับโลหะ และวิธีอื่นๆ สำหรับวัสดุพอลิเมอร์ พบว่า ค่ายังโมดูลัสจากการคำนวณมีค่ามากกว่า ค่ายังโมดูลัสจากวิธีการทดสอบแรงดึงและวิธีอื่นๆ เนื่องจากความหนาแน่นของวัสดุไม่เท่ากัน และสมบัติแอมไอโซโทรปิกของวัสดุ แต่สำหรับอัตราส่วนปัวส์ซอง พบว่ามีค่าไม่แตกต่างจากวัสดุดังกล่าวมากนัก นอกจากนี้ ยังพบว่าค่ายังโมดูลัสของวัสดุแปรผกผันกับค่าอัตราส่วนปัวส์ซอง

ในการวิจัยต่อไป ควรศึกษาหาค่าแก้โดยวิธีอื่นๆ โดยให้คำนึงถึงสมบัติของวัสดุแบบแอมไอโซโทรปิก ความหนาแน่นของวัสดุ และอุณหภูมิขณะขึ้นรูปวัสดุ เพื่อให้ได้ค่าแก้ที่ถูกต้องมากยิ่งขึ้นต่อไป

Abstract

This research is aim to find the correction factor of the ultrasonic equation for prediction of Young's modulus and Poisson's ratio of materials. The results of calculated Young's modulus values are larger than those of reference values which determined by Tension technique for metals and other methods for non-metal materials. This may be due to the effect of difference in densities and isotropic properties of materials. There is a larger difference between the calculated Poisson's ratio and the reference values. The Poisson's ratios are also changed inversely with Young's modulus. In future works, the effect of density, isotropic properties and forming temperature of materials should be taken into account to obtain a better correction factor.

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ด้วยความร่วมมือของผู้ร่วมวิจัยทุกท่าน ขอขอบคุณ ดร. อนุสรณ์ นิยมพันธ์ ที่ช่วยงานทางด้านข้อมูลที่จำเป็นต่างๆ และเทคนิคการใช้โปรแกรมการสร้างกราฟข้อมูล ขอขอบคุณหนูปอดีและน้องลูกหมู ซึ่งเป็นภรรยาและลูกของผู้วิจัยเองที่ช่วยให้กำลังใจในระหว่างการทำวิจัย และขอขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์ ที่ช่วยสนับสนุนงานวิจัยชิ้นนี้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ	ก
Abstract	ข
กิตติกรรมประกาศ	ค
สารบัญ	ง
สารบัญตารางประกอบ	ฉ
สารบัญรูปประกอบ	ช
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย	1
1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย	2
1.3 ขอบเขตของโครงการวิจัย	2
1.4 สถานที่ทำการวิจัย	2
1.5 อุปกรณ์ที่ใช้ในการวิจัย	2
1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	3
1.7 งานวิจัยอื่นๆที่เกี่ยวข้อง	3
บทที่ 2 คลื่นเสียงอุลตราโซนิก (Ultrasonic Wave)	
2.1 ลักษณะโดยทั่วไปและการใช้ประโยชน์ของคลื่นเสียง อุลตราโซนิก	4
2.2 สมบัติของคลื่นเสียงอุลตราโซนิกในตัวกลาง	5
2.3 แหล่งกำเนิดคลื่นเสียงอุลตราโซนิก	10
2.4 โครงสร้างของหัวตรวจสอบ (probe structure)	11
2.5 หลักการทำงานของเครื่องอุลตราโซนิก	14
บทที่ 3 ความยืดหยุ่นของวัสดุ (Elasticity of Materials)	
3.1 แรงภายในวัสดุ	16
3.2 ความเค้น (stress)	17
3.3 ความเครียด (strain)	21
3.4 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด	25

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.5 สมการสมดุล (equilibrium equation)	33
3.6 สมการการเคลื่อนที่ของคลื่นเสียงในตัวกลาง	37
บทที่ 4 การคำนวณและการวิเคราะห์	
4.1 วิธีการคำนวณและการวิเคราะห์	43
4.2 ผลการคำนวณและการวิเคราะห์	48
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	55
บทที่ 6 เอกสารอ้างอิง	56

สารบัญตารางประกอบ

ตารางที่	หน้า
4.1 แสดงความหนาแน่นของโลหะ (ρ) ความเร็วตามยาว (c_l) และความเร็วตามขวาง (c_t) ของคลื่นเสียงอุลตราโซนิกในโลหะ	44
4.2 แสดงความหนาแน่น (ρ) ค่ายังโมดูลัส (E) และอัตราส่วนปัวส์ซอง (ν) ของโลหะจากวิธีการทดสอบแรงดึง	44
4.3 แสดงความหนาแน่นของวัสดุ (ρ) ความเร็วตามยาว (c_l) และความเร็วตามขวาง (c_t) ของคลื่นเสียงอุลตราโซนิกในวัสดุตัวอย่าง	47
4.4 แสดงความหนาแน่น (ρ) และค่ายังโมดูลัส (E) ของวัสดุตัวอย่างจากการทดสอบโดยวิธีอื่นๆ	47
4.5 แสดงค่ายังโมดูลัส (E) และอัตราส่วนปัวส์ซอง (ν) ของโลหะตัวอย่างจากการคำนวณโดยใช้สมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิกกับค่าที่ได้จากวิธีการทดสอบแรงดึง	48
4.6 แสดงค่ายังโมดูลัสต่อความหนาแน่น ($\frac{E}{\rho}$) ของโลหะตัวอย่างจากการคำนวณโดยใช้สมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิกกับค่าที่ได้จากวิธีการทดสอบแรงดึง	49
4.7 แสดงค่ายังโมดูลัส (E) และอัตราส่วนปัวส์ซองใหม่ (ν) ของโลหะตัวอย่างโดยใช้สมการที่ (4.5) และ (4.6) เปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากวิธีการทดสอบแรงดึง	52
4.8 แสดงค่ายังโมดูลัส (E) และอัตราส่วนปัวส์ซอง (ν) ของวัสดุอื่นๆ โดยใช้สมการที่ (4.5) และ (4.6)	53
4.9 เปรียบเทียบค่ายังโมดูลัสต่อความหนาแน่น (E) ของวัสดุตัวอย่างจากการคำนวณโดยใช้สมการที่ (4.5) และ (4.6) กับข้อมูลจากการทดสอบโดยวิธีอื่นๆ	54

สารบัญรูปประกอบ

รูปที่	หน้า
2.1 แสดงภาพของทารกในครรภ์มารดาเมื่อตรวจด้วย เครื่องอัลตราซาวด์	4
2.2 (ก) คลื่นตามยาวในตัวกลางที่ไม่จำกัดขอบเขต และ (ข) คลื่นตามขวางในตัวกลางที่ไม่จำกัดขอบเขต [14]	6
2.3 แสดงการสะท้อนและหักเหของคลื่นเสียงที่ผิวรอยต่อ ระหว่างตัวกลางที่ 1 และ 2 [14]	7
2.4 การเกิดคลื่นตามยาว และคลื่นตามขวางเมื่อคลื่นเสียง ตามยาวเคลื่อนที่เข้าไปยังตัวกลางของแข็ง 2 ชนิด [14]	8
2.5 แสดงการเกิดมุมวิกฤติที่บริเวณผิวรอยต่อระหว่าง ตัวกลางที่ 1 และ 2 [14]	9
2.6 (ก) ปฏิกริยาไฟฟ้าป้อนกลับแบบตรง และ (ข) ปฏิกริยาไฟฟ้าป้อนกลับแบบกลับ [14]	9
2.7 แสดงโครงสร้างของหัวตรวจสอบแบบตั้งฉาก [15]	12
2.8 แสดงโครงสร้างของหัวตรวจสอบแบบหักมุม [15]	13
2.9 แสดงลักษณะโครงสร้างหัวตรวจสอบแบบโพกัส [16]	13
2.10 (ก) แสดงการตรวจสอบวัสดุด้วยหัวตรวจสอบแบบตรง และ (ข) การแสดงผลการตรวจสอบบนจอ CRT [14]	15
3.1 (ก) แสดงวัสดุขณะถูกแรงดึง (ข) แสดงวัสดุขณะถูกแรงอัด และ (ค) แสดงลักษณะแรงภายในวัสดุ	16
3.2 แสดงแรงที่กระทำต่อวัสดุในทิศตั้งฉากและในทิศขนาน กับผิว	17
3.3 แสดงความเค้นที่เกิดขึ้นในวัสดุรูปลูกบาศก์เล็กๆ [17]	19
3.4 แสดงสมดุลของวัสดุรอบจุดศูนย์กลางมวล บนระนาบ yz [17]	20

สารบัญรูปประกอบ(ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.5 แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของวัสดุเนื่องจากมีแรงกระทำ (ก) ก่อนแรงกระทำ และ (ข) หลังจากถูกแรงกระทำให้อัดออก	21
3.6 แสดงการจัดของวัตถุเล็กๆปริมาตร $dx dy dz$	22
3.7 แสดงการเสียรูปเนื่องจากการบิดตัว [17]	24
3.8 แสดงการเกิดความเค้นและความเครียดในวัสดุ	26
3.9 (ก) แสดงความเค้นบนวัสดุรูปทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน $abcd$ และ (ข) แสดงความเค้นบนวัสดุรูปทรงสามเหลี่ยม Obc [17]	29
3.10 แสดงการเปลี่ยนแปลงความเค้นในแต่ละด้านของวัสดุ รูปทรงสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ขนาดเล็กปริมาตร $\delta x \delta y \delta z$	34
4.1 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระหว่าง $\left(\frac{E}{\rho}\right)_{\pi}$ กับ $\left(\frac{E}{\rho}\right)_{UT}$ ของโลหะตัวอย่างในตารางที่ 4.6	50
4.2 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระหว่าง v_{π} กับ v_{UT} ของโลหะ ตัวอย่างในตารางที่ 4.5	51

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย

ในงานอุตสาหกรรมเกือบทุกประเภท มีความสำคัญอย่างยิ่งที่จะต้องทราบค่าบางอย่างที่บอกถึงคุณสมบัติของวัสดุ เช่น ความแข็ง ความต้านแรงดึงหรือแรงอัด หรือ แรงกระแทก เป็นต้น เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการเลือกประเภทของวัสดุให้เหมาะสมกับการใช้งาน ค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่น หรือค่ายังโมดูลัส (modulus of elasticity or Young's modulus) เป็นอีกค่าหนึ่งที่บอกถึงสมบัติของวัสดุที่ได้จากการทดสอบแรงดึง (tensile testing) ซึ่งเป็นการทดสอบแบบทำลาย (destructive testing : DT) สำหรับการทดสอบแรงดึงของวัสดุประเภทโลหะ ปัจจุบันทดสอบโดยขึ้นรูปชิ้นงานที่จะทดสอบ โดยกลึงให้ได้ขนาดและรูปร่างตามมาตรฐานที่กำหนดซึ่งมีหลายมาตรฐาน แต่สำหรับวัสดุประเภทเซรามิกส์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งวัสดุเซรามิกส์สมัยใหม่ (new ceramics) ได้มีการนำมาใช้ประโยชน์กันแพร่หลายด้านชิ้นส่วนต่างๆทางวิศวกรรม (engineering parts) แต่การทดลองเพื่อหาค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นของวัสดุประเภทนี้ทำได้ไม่สะดวกเพราะเป็นวัสดุที่มีความแข็งสูง จึงได้หาเทคนิคใหม่ในการทดสอบ คือ การใช้คลื่นเสียงอัลตราโซนิก ซึ่งเป็นวิธีหนึ่งของการทดสอบแบบไม่ทำลาย (non-destructive testing : NDT)

ในการวิจัยนี้เป็นการใช้คอมพิวเตอร์เพื่อคำนวณหาสมการที่ถูกต้องสำหรับการหาค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นของวัสดุประเภทต่างๆ เพื่อเป็นข้อมูลพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับงานทดสอบจริงในภาคสนามในการเลือกใช้วัสดุให้เหมาะสมกับการใช้งานต่อไป

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

- 1.2.1 เพื่อหาค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นของวัสดุโดยใช้คลื่นเสียงอัลตราโซนิก
ซึ่งเป็นวิธีการตรวจสอบวัสดุแบบไม่ทำลาย
- 1.2.2 เพื่อหาค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นของวัสดุบางอย่างที่เปราะและสามารถ
ขึ้นรูปยากโดยการทดสอบแรงดึง เช่น วัสดุเซรามิกส์
- 1.2.3 เพื่อใช้เป็นข้อมูลเปรียบเทียบกับผลการทดลองในทางปฏิบัติ

1.3 ขอบเขตของโครงการวิจัย

- 1.3.1 เพื่อหาค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นของวัสดุประเภทต่าง
- 1.3.2 เพื่อหาสมการที่เหมาะสมสำหรับหาค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นโดยใช้
คลื่นเสียงอัลตราโซนิก
- 1.3.3 ตรวจสอบสมการที่ได้ว่าสามารถใช้ได้กับวัสดุชนิดใดได้บ้าง

1.4 สถานที่ทำการวิจัย

ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี

1.5 อุปกรณ์ที่ใช้ในการวิจัย

- 1.5.1 เครื่องคอมพิวเตอร์แบบ Pentium III RAM 125 Mbyte ความเร็ว CPU
450 Hz
- 1.5.2 เครื่องพิมพ์เลเซอร์ความละเอียด 600 จุด
- 1.5.3 กระดาษพิมพ์ผลการคำนวณขนาด A4

1.6 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

การวิจัยนี้เป็นการใช้คอมพิวเตอร์เพื่อคำนวณค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นของวัสดุประเภทต่างๆโดยใช้ข้อมูลพื้นฐานซึ่งคาดว่าจะได้รับประโยชน์ดังนี้

- 1.6.1 สามารถหาค่าโมดูลัสของความยืดหยุ่นของวัสดุโดยวิธีการตรวจสอบแบบไม่ทำลายซึ่งสะดวกและรวดเร็วกว่าวิธีการตรวจสอบแบบทำลาย โดยเฉพาะวัสดุบางประเภทที่เตรียมชิ้นงานได้ยาก เช่น วัสดุเซรามิกส์
- 1.6.2 ใช้เป็นข้อมูลพื้นฐาน ในการเลือกประเภทของวัสดุให้เหมาะสมกับงานทางด้านวิศวกรรม

1.7 งานวิจัยอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง

การใช้เทคนิคอูลตราโซนิกสำหรับการวิเคราะห์สมบัติการยืดหยุ่นของโลหะบางครั้งพบกับความยุ่งยาก เพราะโลหะบางชนิดจะมีสมบัติแบบแอนไอโซทรอปิก (anisotropic properties) ซึ่งเกิดจากความพร่องที่เกิดจากการขึ้นรูปโลหะนั้น ดังนั้นการใช้คอมพิวเตอร์จำลองสถานการณ์ของปัญหา (computer simulation) จึงเป็นอีกเทคนิคหนึ่งที่น่าสนใจแก้ปัญหาลำนี้ ซึ่งตัวอย่างการใช้คอมพิวเตอร์ศึกษาโลหะสามารถพบได้ในเอกสารอ้างอิงที่ [1] และ [2] ส่วนการศึกษาวัดวัสดุประเภทเซรามิกส์นั้นพบได้ในเอกสารอ้างอิงที่ [3], [4] และ [5] นอกจากนี้ Seiji Inaba และทีมงาน [6] ได้แสดงผลการคำนวณเพื่อแสดงความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบของสารพวกแก้วกับค่ายังโมดูลัสนั้นมีความสอดคล้องกับผลที่ได้จากการทดลองของเทคนิคอูลตราโซนิก

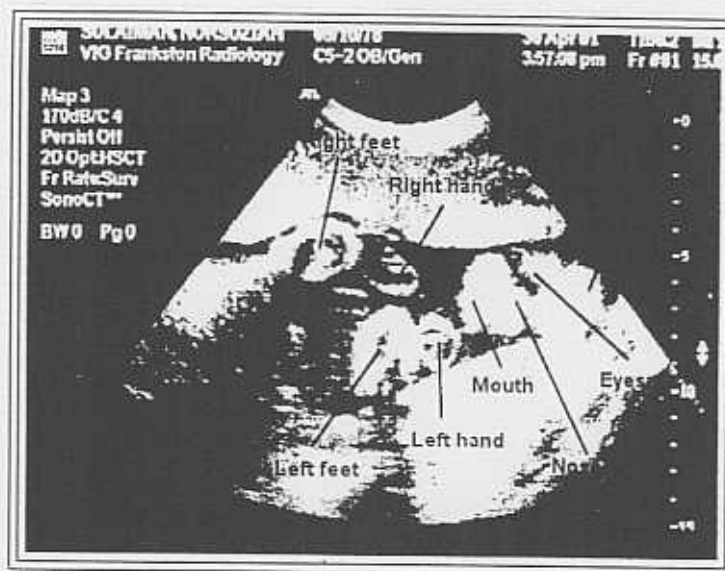
ถึงแม้ว่าจะมีการใช้เทคนิคอูลตราโซนิกอย่างแพร่หลาย แต่ผลที่ได้นั้นมีค่าความผิดพลาดอยู่บ้างอันเกิดขึ้นมาจากความแตกต่างของโครงสร้างของแต่ละวัสดุ ในบางกรณีการนำผลของเทคนิคอื่นมาร่วมด้วยก็สามารถช่วยได้ เช่น การศึกษาความยืดหยุ่นในกลุ่มของเซรามิกส์แบบหลายผลึก (polycrystalline ceramics) [7] และ [8] โดยสรุปแล้วการคำนวณโดยใช้คอมพิวเตอร์ถือว่ามีบทบาทและส่วนสำคัญมากทีเดียวในการใช้เทคนิคอูลตราโซนิกสำหรับสารหลายกลุ่ม ซึ่งในปัจจุบันนี้ก็มีนักวิจัยหลายกลุ่มพยายามสร้างแบบจำลองของการคำนวณและนำไปประยุกต์เพื่อให้ได้ผลการวิเคราะห์หาค่าพารามิเตอร์ความยืดหยุ่น (elasticity parameters) ที่แม่นยำที่สุด [9], [10], [11], [12], [13]

บทที่ 2

คลื่นเสียงอุลตราโซนิก (Ultrasonic Wave)

2.1 ลักษณะโดยทั่วไปและการใช้ประโยชน์ของคลื่นเสียงอุลตราโซนิก

คลื่นเสียงอุลตราโซนิกเป็นคลื่นเสียงที่มีความถี่มากกว่า 20,000 เฮิร์ตซ์ ซึ่งเป็นความถี่เสียงที่มนุษย์ไม่สามารถได้ยินได้ (มนุษย์สามารถได้ยินเสียงที่มีความถี่อยู่ในช่วง 20-20,000 เฮิร์ตซ์) ดังนั้น จึงได้มีการนำคลื่นเสียงดังกล่าวมาทำการทดสอบวัสดุแบบไม่ทำลาย (NDT) เพื่อหาลักษณะเฉพาะของวัสดุ เช่น รอยร้าวภายในวัสดุ ความหนาของวัสดุ และสมบัติความยืดหยุ่นของวัสดุ เป็นต้น สำหรับการใช้ประโยชน์ในทางการแพทย์ ได้มีการนำคลื่นเสียงอุลตราโซนิกมาใช้ในการตรวจความผิดปกติของทารกในครรภ์มารดา และทำให้แพทย์สามารถทราบเพศของทารกในครรภ์ก่อนคลอดได้ ภาพที่ได้จากการตรวจทารกในครรภ์มารดาด้วยคลื่นเสียงอุลตราโซนิกแสดงในรูปที่ 2.1 เรียกเครื่องมือทางการแพทย์ชนิดนี้ว่าเครื่องอุลตราซาวด์ (Ultrasound)



รูปที่ 2.1 แสดงภาพของทารกในครรภ์มารดาเมื่อตรวจด้วยเครื่องอุลตราซาวด์

สำหรับการใช้ประโยชน์ของคลื่นเสียงอัลตราโซนิกในทางอุตสาหกรรมอื่นๆ ได้แก่ การล้างและทำความสะอาดด้วยคลื่นเสียงอัลตราโซนิก (สำหรับชิ้นส่วนนาฬิกา แวนตา เครื่องเพชรพลอย และอาหาร ฯลฯ) การใช้คลื่นเสียงอัลตราโซนิกในการผลิต (วัสดุที่แข็งแต่เปราะ เช่น พลาสติก เป็นต้น) การเชื่อมด้วยคลื่นเสียงอัลตราโซนิก (สำหรับแผ่นเหล็กบาง ลวดเส้นเล็กๆ หรือการต่อเชื่อมเส้นลวดในชิ้นส่วนของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์) การใช้คลื่นเสียงอัลตราโซนิกช่วยในการทำให้เกิดการสันสะท้อน (เช่น การทำให้เกรนขอโลหะเล็กลง การไล่ฟองอากาศ) เป็นต้น นอกจากนี้ ยังใช้คลื่นเสียงอัลตราโซนิกในการตรวจจับเรือใต้น้ำ ตรวจหาฝูงปลา ตรวจวัดความลึกของท้องทะเลและตรวจชั้นดินใต้สมุทรซึ่งอุปกรณ์ที่ใช้คลื่นเสียงดังกล่าวเรียกรวมๆ กันว่าเครื่องโซนาร์ (Sonar)

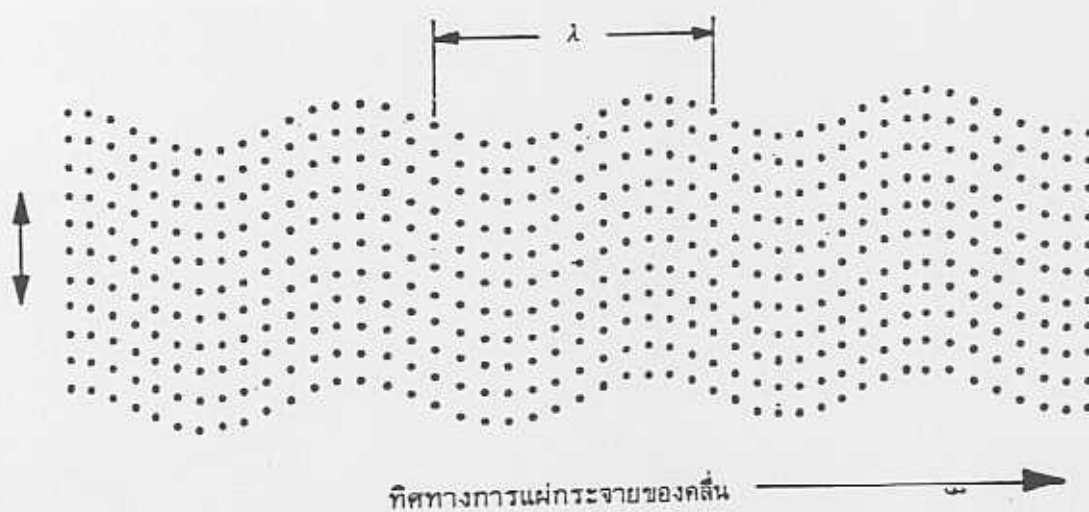
เนื่องจากคลื่นเสียงอัลตราโซนิกเป็นคลื่นที่มีความถี่สูง ความยาวคลื่นจึงมีค่าต่ำ ไม่สามารถที่จะส่งผ่านไปใพอากาศได้ (อากาศมีระยะห่างระหว่างโมเลกุลมากกว่าความยาวคลื่นของคลื่นเสียงอัลตราโซนิก) ดังนั้น ในการใช้คลื่นนี้ตรวจสอบวัสดุต่างๆ บริเวณรอยต่อระหว่างหัวตรวจสอบ (probe) ที่เป็นตัวส่งคลื่นจะมีตัวประสาน (couplant) ที่ช่วยให้คลื่นเสียงอัลตราโซนิกผ่านเข้าไปในวัสดุได้ ซึ่งวิธีการดังกล่าวใช้เป็นเทคนิคในการตรวจสอบวัสดุชนิดต่างๆ นั้นเอง

2.2 สมบัติของคลื่นเสียงอัลตราโซนิกในตัวกลาง

เมื่อคลื่นเสียงอัลตราโซนิกเคลื่อนที่เข้าไปในตัวกลาง ทำให้อนุภาคในตัวกลางสั่น พลังงานของคลื่นจะเคลื่อนที่ไปพร้อมกับการแผ่กระจายของคลื่น คลื่นเสียงอัลตราโซนิกในตัวกลางแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ คลื่นตามยาว (longitudinal wave) และคลื่นตามขวาง (transverse wave) สำหรับคลื่นตามยาว ทิศทางของการแผ่กระจายของคลื่น จะมีทิศขนานกับทิศการสั่นของอนุภาคตัวกลาง แต่สำหรับคลื่นตามขวาง ทิศทางของการแผ่กระจายของคลื่นจะมีทิศตั้งฉากกับทิศการสั่นของอนุภาคตัวกลาง ดังแสดงในรูปที่ 2.2(ก) สำหรับคลื่นตามยาว และ 2.2(ข) สำหรับคลื่นตามขวาง



(ก)



(ข)

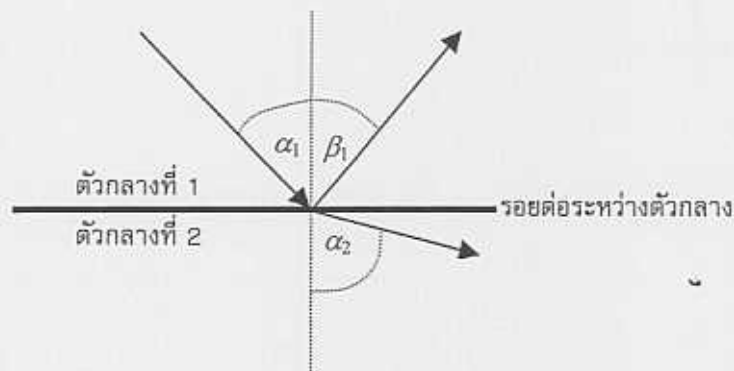
รูปที่ 2.2(ก) คลื่นตามยาวในตัวกลางที่ไม่จำกัดขอบเขต และ
(ข) คลื่นตามขวางในตัวกลางที่ไม่จำกัดขอบเขต [14]

ถ้าให้ λ คือ ความยาวคลื่นเสียง หรือระยะห่างที่น้อยที่สุดระหว่างบริเวณใด ๆ บนคลื่นเสียงที่มีเฟสตรงกัน ในระบบ SI ความยาวคลื่นเสียงมีหน่วยเป็นเมตร (m) ให้ c คือ ความเร็วของคลื่นเสียง มีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาที (m/s) ซึ่งคลื่นเสียงจะเคลื่อนที่ในตัวกลางได้ช้าหรือเร็ว ขึ้นกับความหนาแน่นของตัวกลาง และค่าคงที่บางอย่างของวัสดุ เช่น ค่ายังโมดูลัสของวัสดุ เป็นต้น กล่าวคือ สำหรับวัสดุชนิดเดียวกัน คลื่นเสียงจะเคลื่อนที่ในตัวกลางที่มีความหนาแน่นมากได้เร็วกว่าในตัวกลางที่มีความหนาแน่นน้อยกว่า และถ้าให้ f เป็นความถี่ของการสั่นของอนุภาคตัวกลางหรือความถี่ของคลื่น มีหน่วยเป็นเฮิรตซ์ (Hz) เราจะได้ความสัมพันธ์ของตัวแปรดังกล่าวเป็น

$$c = f\lambda \quad (2.1)$$

โดยปกติในตัวกลางที่เสียงเคลื่อนที่ผ่านได้ เช่น เหล็ก ทองแดง และคอนกรีต เป็นต้น ความเร็วของคลื่นตามยาวจะมีค่ามากกว่าความเร็วของคลื่นตามขวางเสมอ

เมื่อคลื่นเสียงเคลื่อนที่ผ่านตัวกลาง 2 ชนิด ที่มีความหนาแน่นต่างกัน คือ ตัวกลางที่ 1 และ 2 ดังแสดงในรูปที่ 2.3 ในการตกกระทบของคลื่นเสียงผ่านตัวกลางที่ 1 ไปยังตัวกลางที่ 2 จะเกิดการสะท้อนและหักเหที่ผิวรอยต่อระหว่างตัวกลางทั้งสอง



รูปที่ 2.3 แสดงการสะท้อนและหักเหของคลื่นเสียงที่ผิวรอยต่อระหว่างตัวกลางที่ 1 และ 2 [14]

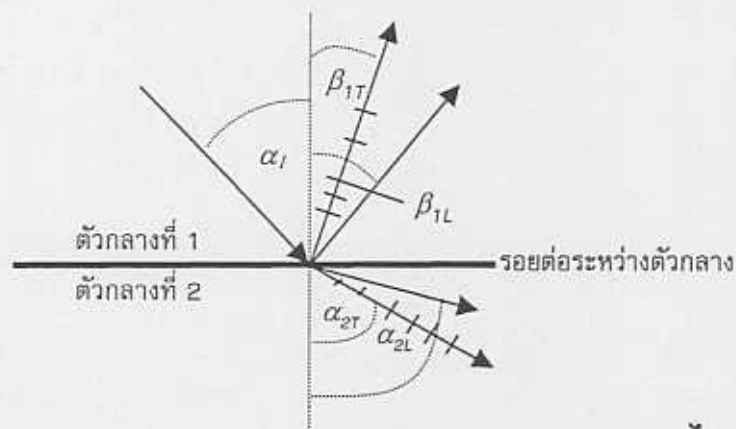
จากรูป เมื่อคลื่นเสียงเคลื่อนที่จากตัวกลางที่ 1 เข้าไปในตัวกลางที่ 2 โดยมีมุมตกกระทบเท่ากับ α_1 ทำให้เกิดคลื่นสะท้อนที่ผิวรอยต่อระหว่างตัวกลาง มีมุมสะท้อนเท่ากับ β_1 และทำให้เกิดคลื่นหักเหเข้าไปในตัวกลางที่ 2 มีมุมหักเหเท่ากับ α_2 จากกฎการสะท้อนจะได้

$$\alpha_1 = \beta_1 \quad (2.2)$$

และจากกฎของสเนลล์ (Snell's law) จะได้

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2} \quad (2.3)$$

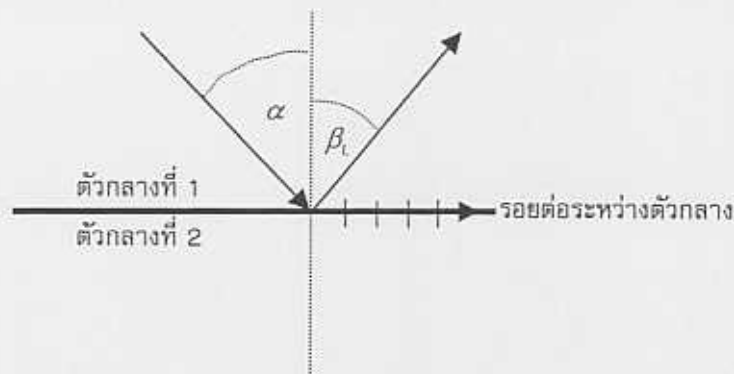
เมื่อ c_1 คือ ความเร็วของคลื่นเสียงในตัวกลางที่ 1 และ
 c_2 คือ ความเร็วของคลื่นเสียงในตัวกลางที่ 2



รูปที่ 2.4 การเกิดคลื่นตามยาว และคลื่นตามขวางเมื่อคลื่นเสียงตามยาวเคลื่อนที่เข้าไปยังตัวกลางของแข็ง 2 ชนิด [14]

สำหรับคลื่นเสียงอุลตราโซนิกที่เป็นคลื่นตามยาวเมื่อส่งผ่านไปยังตัวกลางของแข็ง 2 ชนิด จะเกิดคลื่นสะท้อนกลับในตัวกลางที่ 1 และคลื่นหักเหในตัวกลางที่ 2 คลื่นสะท้อนและคลื่นหักเหดังกล่าวจะเป็นทั้งคลื่นตามยาวและคลื่นตามขวาง ดังแสดงในรูป 2.4 และในตัวกลางที่มีเนื้อเดียวกัน (homogeneous medium) จะเกิดคลื่นตามขวางที่มีมุมสะท้อนและมุมหักเหน้อยกว่าคลื่นตามยาวเสมอ

จากรูป β_{IL} และ α_{2L} คือ มุมสะท้อนและมุมหักเหของคลื่นตามยาวตามลำดับ และ β_{IT} และ β_{2T} คือ มุมสะท้อนและมุมหักเหของคลื่นตามขวางตามลำดับ อัตราส่วนความเร็วของคลื่นตามยาวและความเร็วของคลื่นตามขวางหลังจากสะท้อนและหักเหในตัวกลาง ไม่ได้ขึ้นอยู่กับสมบัติของวัสดุแต่เพียงอย่างเดียวแต่ยังขึ้นอยู่กับมุมวิกฤติของคลื่นตกกระทบด้วย ลักษณะการเกิดมุมวิกฤติแสดงในรูปที่ 2.5

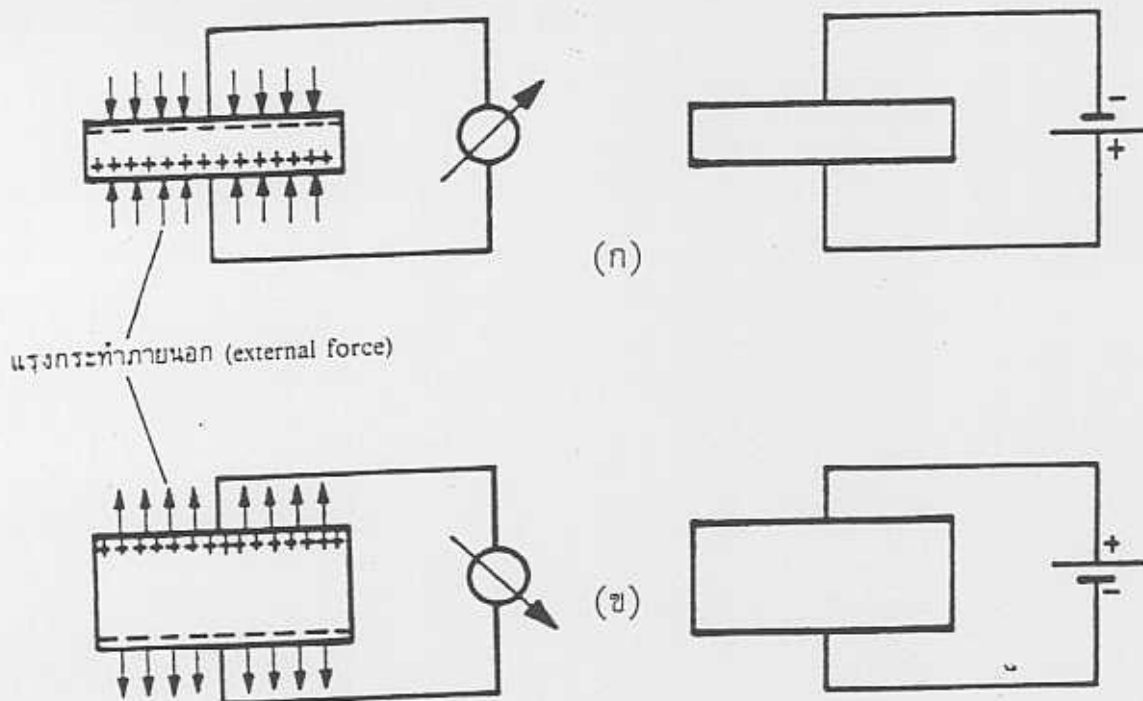


รูปที่ 2.5 การเกิดมุมวิกฤติที่บริเวณผิวรอยต่อระหว่างตัวกลางที่ 1 และ 2 [14]

จากรูปเมื่อให้คลื่นเสียงตามยาวเคลื่อนที่เข้าไปในตัวกลางที่ 1 ทำมุมตกกระทบที่ผิวรอยต่อระหว่างตัวกลางเป็น α ทำให้เกิดคลื่นสะท้อนเป็นคลื่นตามยาวทำมุม β_L และคลื่นตามขวางขนานไปกับผิวรอยต่อระหว่างตัวกลาง เรียกมุม α ว่ามุมวิกฤติ (critical angle) ถ้าให้คลื่นตกกระทบทำมุมมากกว่ามุม α จะทำให้เกิดการสะท้อนกลับหมด (total reflection) ของคลื่นตามขวางในตัวกลางที่ 1 เสมอ

2.3 แหล่งกำเนิดคลื่นเสียงอุลตราโซนิก

คลื่นเสียงอุลตราโซนิกเกิดจากการสั่นของตัวให้กำเนิดคลื่นหรือทรานสดิวเซอร์ (transducer) ทำมาจากสารประเภทไฟฟ้าปิเอโซ (Piezo-electric material) เช่น ผลึกควอตซ์ barium titanate และ lead zirconite titanite ceramics เป็นต้น ซึ่งสารเหล่านี้มีคุณลักษณะพิเศษ คือ ถ้าให้ความต่างศักย์ไฟฟ้าแก่ผิวของผลึกซึ่งเคลือบด้วยเงิน จะทำให้ผลึกเกิดการดัดหรือกดเข้าหากัน เป็นลักษณะของการสั่นซึ่งจะถูกส่งต่อไปยังชิ้นของวัสดุที่จะตรวจสอบในรูปของคลื่นเสียงอุลตราโซนิกต่อไป คุณลักษณะพิเศษนี้เรียกว่า ปฏิกริยาไฟฟ้าปิเอโซ (Piezo-electric effect) ดังแสดงในรูป 2.6



รูปที่ 2.6(ก) ปฏิกริยาไฟฟ้าปิเอโซแบบตรง และ
(ข) ปฏิกริยาไฟฟ้าปิเอโซแบบกลับ [14]

ในรูปที่ 2.6(ก) เป็นปฏิกิริยาไฟฟ้าปิเอโซแบบตรง (direct Piezo-electric effect) ซึ่งเมื่อให้ความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ผิวของผลึก จะทำให้ความหนาของผลึกลดลง และในรูปที่ 2.6(ข) เป็นปฏิกิริยาไฟฟ้าปิเอโซแบบกลับ (indirect Piezo-electric effect) ซึ่งเมื่อให้ความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ทำให้เกิดสนามไฟฟ้าที่ผิวของผลึกมีทิศทางตรงกันข้ามกับกรณีแรก จะทำให้ความหนาของผลึกเพิ่มขึ้น ในทางกลับกัน ถ้ามีแรงภายนอกหรือการสั่นสะเทือนทางกลที่มีความถี่สูงมากกระทำต่อผลึกนี้ จะทำให้เกิดความต่างศักย์ไฟฟ้าที่ผิวของผลึกหรือทรานสดิวเซอร์ โดยมีความถี่เท่ากับความถี่ของคลื่นที่เข้ามา และความต่างศักย์ที่วัดได้จะแปรผันตามความเข้มเข้มของคลื่นนั้น กล่าวคือ คลื่นความสั่นสะเทือนทางกลจะถูกแปลงเป็นคลื่นกระแสไฟฟ้า ซึ่งเป็นวิธีการตรวจจับคลื่นเสียงอัลตราโซนิกโดยใช้ทรานสดิวเซอร์เป็นตัวรับนั่นเอง สำหรับในทางปฏิบัติจริง ส่วนใหญ่จะใช้ผลึกชั้นเดียวเป็นตัวส่งและรับคลื่นซึ่งเรียกวินี้ว่าพัลส์เอคโค (pulse echo) สำหรับหัวตรวจในปัจจุบันจะใช้โพลารไรซ์ซินเตอร์เซรามิกส์ (polarized sinter ceramics) หรือผลึกเทียมแทนผลึกควอตซ์

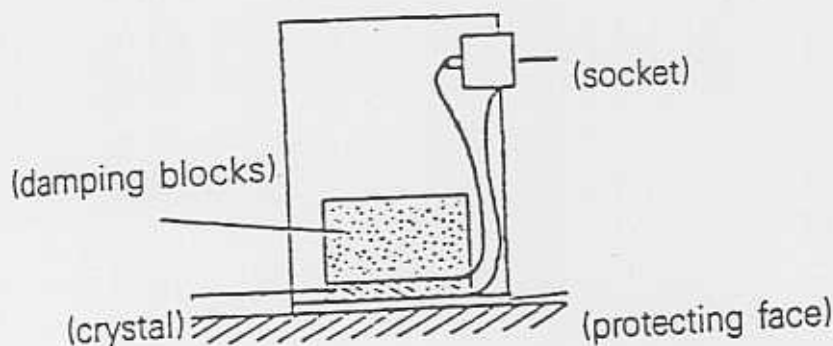
2.4 โครงสร้างของหัวตรวจสอบ (probe structure)

หัวตรวจสอบเป็นอุปกรณ์ส่วนหนึ่งของชุดตรวจสอบด้วยคลื่นเสียงอัลตราโซนิกซึ่งประกอบด้วยตัวทรานสดิวเซอร์บรรจุอยู่ภายในกล่องที่ทำหน้าที่เป็นหัวตรวจสอบ วิธีการที่ใช้ทรานสดิวเซอร์เพียงชุดเดียวในการส่งและตรวจจับคลื่นนี้เรียกว่าวิธีการโพรบเดียว (single probe technique) และวิธีการใช้ทรานสดิวเซอร์สองตัวในการส่งและตรวจจับคลื่นนี้เรียกว่าวิธีการสองโพรบ (double probe technique) ในปัจจุบันหัวตรวจสอบแบ่งออกเป็น 3 ชนิด ดังนี้

2.4.1 หัวตรวจสอบแบบหัวตรง (direct probe)

เป็นหัวตรวจสอบที่มีทิศทางการแผ่กระจายของตัวคลื่นตั้งฉากกับผิวชิ้นงาน คลื่นเสียงจะเคลื่อนที่เข้าไปในเนื้อวัสดุ และสะท้อนกลับจากผิวด้านตรงข้ามของชิ้นงาน ถ้าผิวชิ้นงานมีผิว 2 ข้าง ขนานกัน คลื่นเสียงที่สะท้อนกลับก็จะกลับมายังหัวตรวจสอบ และจะแสดงสัญญาณออกมาที่หน้าจอ พลังงานเสียงที่สะท้อนมาที่หัวตรวจสอบเป็นเพียงส่วนน้อยเท่านั้น พลังงานที่ผ่านเข้าไปในหัวตรวจสอบส่วนใหญ่จะสะท้อนที่ผิวบนและ

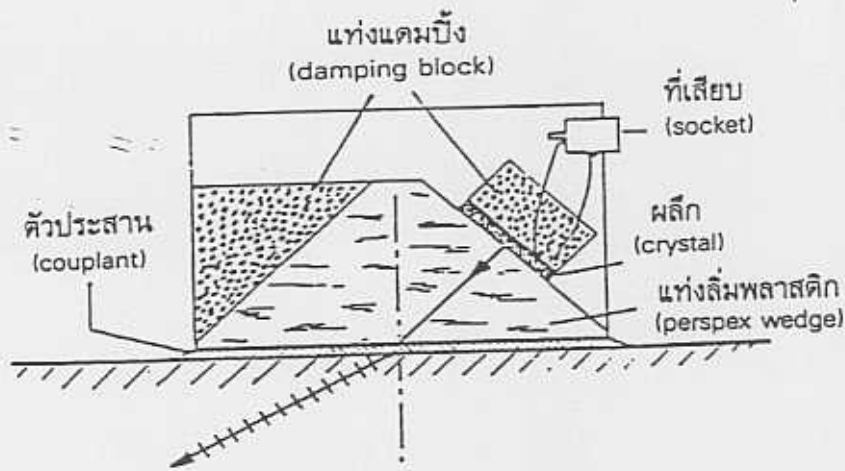
วิ่งกลับเข้าไปในชิ้นงานอีกครั้ง จึงมีเอกโคที่ผิวหลังอื่นๆอีกด้วย ในหัวตรวจสอบชนิดนี้มีเพียงคลื่นตามยาวเท่านั้น เพราะมุมที่คลื่นเสียงตกกระทบเป็นมุมฉาก จึงทำให้ไม่เกิดมุมหักเห โครงสร้างภายในหัวตรวจสอบประกอบด้วยแผ่นผลึกทรานสดิวเซอร์ ซึ่งเป็นตัวกำเนิดคลื่นเสียง แผ่นผลึกนี้จะถูกยึดติดไว้กับแผ่นพลาสติก (delay block และ damping block) ซึ่งทั้งหมดจะถูกบรรจุไว้ในภาชนะแข็งแรงที่ทำจากพลาสติกหรือโลหะ ลักษณะโครงสร้างของหัวตรวจสอบแบบตั้งฉากแสดงในรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 แสดงโครงสร้างของหัวตรวจสอบแบบตั้งฉาก [15]

2.4.2 หัวตรวจสอบแบบหักมุม (angle probe)

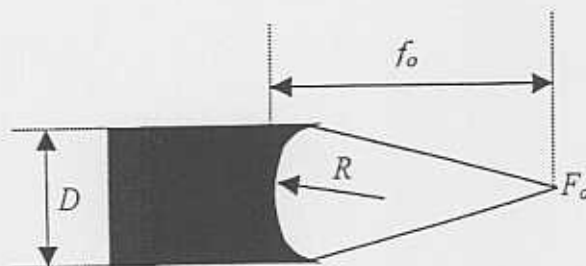
เป็นหัวตรวจสอบที่วางแผ่นผลึกทรานสดิวเซอร์ที่สร้างคลื่นตามยาวไว้บน delay block รูปสี่เหลี่ยม ซึ่งทำมาจาก plexiglass บริเวณรอยต่อระหว่างผิวของ plexiglass และชิ้นงาน คลื่นเสียงที่ตกกระทบจะหักเหและทำให้เกิดคลื่นตามยาวและคลื่นตามขวางในชิ้นงาน หัวตรวจสอบแบบหักมุมนี้มีประโยชน์สำหรับการตรวจสอบสิ่งบกพร่องที่อยู่ในวัสดุที่ไม่สามารถตรวจสอบได้ด้วยหัวตรวจสอบแบบตั้งฉาก ลักษณะหัวตรวจสอบแบบหักมุมแสดงในรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 แสดงโครงสร้างของหัวตรวจสอบแบบหักมุม[15]

2.4.3 หัวตรวจสอบแบบโฟกัส (focused probe)

เป็นหัวตรวจสอบที่ประกอบด้วยแผ่นผลึกทรานสดิวเซอร์วางติดกับวัสดุที่ทำหน้าที่เป็นเลนส์รวมเสียงมาที่จุดโฟกัสเนื่องจากคุณสมบัติของการหักเหของเสียงในตัวกลางนั่นเอง หลักการใหญ่ของหัวตรวจสอบชนิดนี้ คือ การรวมพลังงานของคลื่นเสียงอุลตราโซนิกไปไว้ที่ตำแหน่งโฟกัสของเลนส์ ลักษณะโครงสร้างหัวตรวจสอบแบบโฟกัสแสดงในรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 แสดงลักษณะโครงสร้างหัวตรวจสอบแบบโฟกัส [16]

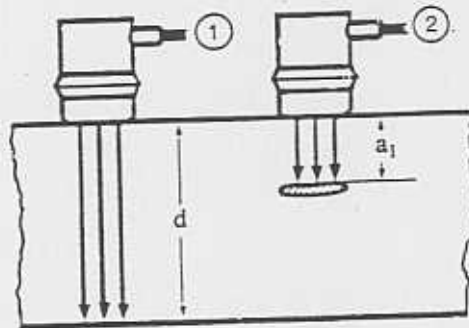
2.5 หลักการทำงานของเครื่องอัลตราโซนิก

เมื่อเราส่งคลื่นเสียงอัลตราโซนิกเป็นช่วงๆ (pulse) เข้าไปในชิ้นงานของวัสดุที่ต้องการตรวจสอบ ถ้าชิ้นงานมีผิวทั้งสองข้างขนานกัน คลื่นเสียงที่ส่งออกไปจะสะท้อนที่ผิวตรงข้ามกลับมายังหัวตรวจสอบ เวลาในการเดินทางของเสียงคือสิ่งที่เราต้องการจะวัด สัญญาณที่วัดได้จากการตรวจสอบ จะแสดงบนหลอดรังสีคาโทด (cathod ray tube, CRT) ทั้งนี้ เนื่องจากระยะเวลาที่วัดได้มีค่าน้อยมาก ไม่สามารถวัดแบบเชิงกลได้ ลักษณะการตรวจสอบวัสดุด้วยหัวตรวจสอบแบบตรง และการแสดงผลการตรวจสอบบนจอ CRT แสดงในรูปที่ 2.10(ก) และ 2.10(ข) ตามลำดับ

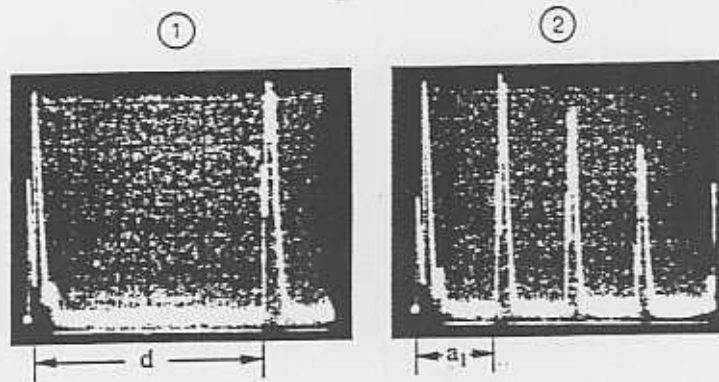
จากรูปที่ 2.10(ก) ถ้าวัสดุหนา d เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ของคลื่นเท่ากับ t ดังนั้น ความเร็วของคลื่นเสียงอัลตราโซนิกในวัสดุดังกล่าว (c) หาได้จาก

$$c = \frac{d}{t} \quad (2.4)$$

ซึ่งความเร็วของคลื่นเสียงดังกล่าวในวัสดุจะใช้ประโยชน์ในการหาค่ายังโมดูลัส (Young 's modulus) และอัตราส่วนปัวส์ซอง (Poisson 's ration) ของวัสดุในการคำนวณและการวิเคราะห์ต่อไป



(ก)



(ข)

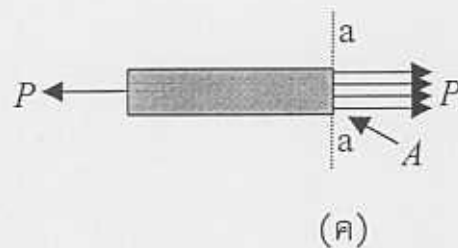
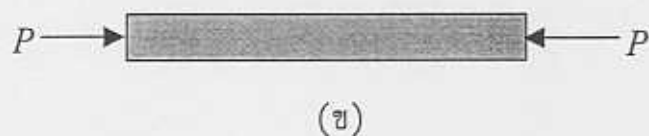
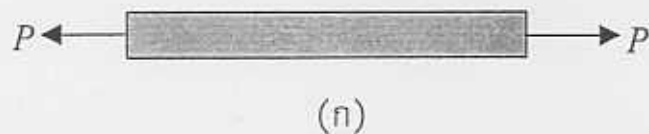
รูปที่ 2.10(ก) แสดงการตรวจสอบวัสดุด้วยหัวตรวจสอบแบบตรง และ
(ข) การแสดงผลการตรวจสอบบนจอ CRT [14]

บทที่ 3

ความยืดหยุ่นของวัสดุ (Elasticity of Materials)

3.1 แรงภายในวัสดุ

พิจารณาแท่งวัสดุอันหนึ่งขณะถูกแรง P กระทำในทิศตามความยาวของแท่ง ซึ่งแรงดังกล่าวอาจจะอยู่ในรูปของแรงดึง (tensile force) หรือแรงอัด (compressive force) ดังแสดงในรูปที่ 3.1(ก) และ 3.1ข) โดยกำหนดให้วัสดุมีพื้นที่ภาคตัดขวางสม่ำเสมอตลอดแนวความยาว



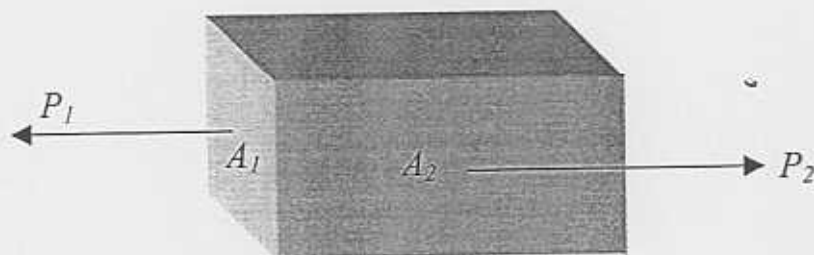
รูปที่ 3.1 (ก) แสดงวัสดุขณะถูกแรงดึง
(ข) แสดงวัสดุขณะถูกแรงอัด และ
(ค) แสดงลักษณะแรงภายในวัสดุ

ถ้าสมมติให้วัสดุเป็นแบบเนื้อเดียวกัน (homogeneous materials) ตลอดทั้งแท่ง และเป็นวัสดุที่มีสมบัติของความยืดหยุ่นเท่ากันทุกทิศทาง เรียกว่าวัสดุแบบไอโซโทรปิก (isotropic materials) พิจารณารูปที่ 3.1(ค) เมื่อออกแรงดึงที่ปลายของแท่งวัสดุพื้นที่ภาคตัดขวาง A ด้วยแรง P ในแนว a-a บนวัสดุ จะมีแรงดึงระหว่างกัน โดยแรงเหล่านี้เป็นแรงภายในเนื้อวัสดุ ซึ่งผลรวมของแรงทั้งหมดจะมีเท่ากับแรงดึง P นั้นเอง

3.2 ความเค้น (stress)

พิจารณาแรงที่กระทำต่อวัสดุ (แรงดึงและแรงอัด) แรงเหล่านี้จะส่งผ่านไปยังเนื้อวัสดุ อัตราส่วนของแรงกระทำต่อพื้นที่ของวัสดุที่โดนแรงกระทำเรียกว่าความเค้น ซึ่งจะมีค่าแตกต่างกันไปสำหรับวัตถุแต่ละชนิด พิจารณารูปที่ 3.2 ถ้ามีแรง P_1 กระทำต่อวัสดุในทิศตั้งฉากกับพื้นที่ภาคตัดขวาง A_1 อัตราส่วนของแรง P_1 ต่อพื้นที่ภาคตัดขวาง A_1 เรียกว่าความตึงฉาก (normal stress) ใช้สัญลักษณ์แทนด้วย σ ดังนั้น เราจะเขียนเป็นสมการได้เป็น

$$\sigma = \frac{P_1}{A_1} \quad (3.1)$$



รูปที่ 3.2 แสดงแรงที่กระทำต่อวัสดุในทิศตั้งฉากและในทิศขนานกับผิว

ถ้าแรงที่กระทำต่อปลายของแท่งวัสดุอยู่ในสภาพดึง ความเค้นที่เกิดขึ้นเรียกว่า ความเค้นดึง (tensile stress) แต่ถ้าแรงที่กระทำต่อปลายแท่งวัสดุอยู่ในสภาพ กดอัดความเค้นที่เกิดขึ้นเรียกว่าความเค้นอัด (compressive stress)

จากรูปที่ 3.2 ในกรณีที่มีแรง P_2 กระทำตามผิวพื้นที่ภาคตัดขวาง A_2 จะเกิดความเค้นตามผิวเรียกว่าความเค้นเฉือน (shearing stress) ใช้สัญลักษณ์ แทนด้วย τ ซึ่งมีค่าเท่ากับขนาดของแรงตามผิวต่อพื้นที่ของผิวที่โดนแรงกระทำ ดังนั้น เราสามารถเขียนเป็นสมการความสัมพันธ์ดังกล่าวได้เป็น

$$\tau = \frac{P_2}{A_2} \quad (3.2)$$

และสำหรับในกรณีที่มีแรง dP_1 กระทำตั้งฉากต่อวัสดุพื้นที่ภาคตัดขวาง dA_1 จะได้ความเค้นตั้งฉาก เป็น

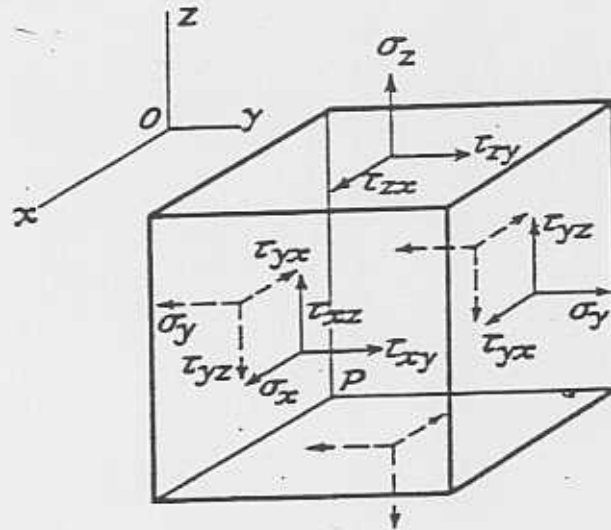
$$\sigma = \frac{dP_1}{dA_1} \quad (3.3)$$

ทำนองเดียวกัน ถ้ามีแรง dP_2 กระทำตามผิว dA_2 บนวัสดุ จะได้ความเค้นเฉือน เป็น

$$\tau = \frac{dP_2}{dA_2} \quad (3.4)$$

ในระบบ SI ความเค้นจากสมการที่ (3.1), (3.2), (3.3) และ (3.4) มีหน่วย เป็นนิวตันต่อตารางเมตร (N/m^2) และในกรณีที่วัสดุเป็นแบบไอโซโทรปิก ความเค้นในแต่ละจุดในวัสดุจะมีค่าเท่ากันเสมอ

พิจารณาส่วนของวัสดุรูปลูกบาศก์เล็กๆ ในรูปที่ 3.3 ซึ่งมีปริมาตรเป็น $dx dy dz$ มีการกระจายความเค้นบนพื้นที่หน้าตัดอย่างสม่ำเสมอ โดยความเค้นที่เกิดขึ้นมีทั้งความเค้นแบบตั้งฉากและความเค้นเฉือน ซึ่งมีค่าแตกต่างกันตามทิศของแรง กระทำต่อวัสดุนั้น



รูปที่ 3.3 แสดงความเค้นที่เกิดขึ้นในวัสดุรูปลูกบาศก์เล็กๆ [17]

เราสามารถแบ่งความเค้นแบบตั้งฉากบนพื้นที่หน้าตัดของวัสดุออกเป็น องค์ประกอบตามแนวพิกัดคาร์ทีเซียน (cartesian coordinate) ได้เป็น σ_x , σ_y และ σ_z ซึ่งตัวห้อย x , y และ z บอกทิศทางของแรงที่กระทำ กล่าวคือ แรงกระทำ ที่ทำให้เกิดความเค้นจะอยู่ในทิศเดียวกับแกนพิกัดและตั้งฉากกับพื้นที่ภาคตัดขวาง

สำหรับความเค้นเฉือน ซึ่งมีแนวของแรงกระทำอยู่ในทิศที่ขนานกับพื้นที่ หน้าตัดของวัสดุ มีอยู่ 6 องค์ประกอบ คือ τ_{xy} , τ_{yx} , τ_{xz} , τ_{zx} , τ_{yz} และ τ_{zy} ตัวห้อยตัวแรกบอกทิศทางของแรงในแนวแกนพิกัด และตัวห้อยตัวที่สองบอกทิศทางของ ความเค้นเฉือน ดังนั้น แต่ละจุดในวัสดุจะมีความเค้นตั้งฉากและความเค้นเฉือนเสมอ

เมื่อวัสดุอยู่ในสภาพสมดุล องค์ประกอบของความเค้นเฉือนทั้งหก สามารถ ลดรูปลงเหลือสามองค์ประกอบได้ กล่าวคือ พิจารณาวัสดุบัพระนาบ yz ซึ่งมีพื้นที่ ภาคตัดขวางเป็น $dydz$ มีความเค้นเฉือนตามผิวเป็น τ_{yz} และ τ_{zy} มีทิศทางแสดง ดังรูปที่ 3.4 ถ้าวัสดุอยู่ในสภาพสมดุลรอบจุดศูนย์กลางมวล (จุด C) โมเมนต์ลัพธ์

รอบจุด C จะมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้น จะได้สมการความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็น

$$\tau_{zy} dx dy \frac{dz}{2} + \tau_{zy} dx dy \frac{dz}{2} = \tau_{yz} dx dz \frac{dy}{2} + \tau_{yz} dx dz \frac{dy}{2}$$

หรือ

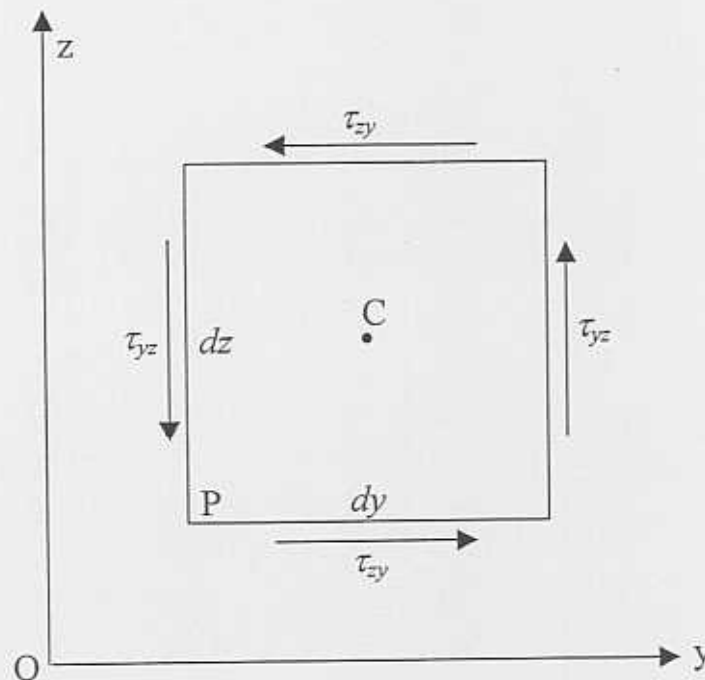
$$\tau_{zy} = \tau_{yz} \quad (3.5)$$

ซึ่งถ้าพิจารณาในระนาบอื่นๆจะให้ผลลัพธ์ในทำนองเดียวกัน กล่าวคือ ในแต่ละระนาบที่ขนานกันจะมีความเค้นเฉือนเท่ากัน แต่มีทิศทางตรงกันข้าม จะได้

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad (3.6)$$

และ

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} \quad (3.7)$$

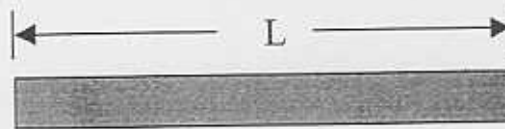


รูปที่ 3.4 แสดงสมดุลของวัสดุรอบจุดศูนย์กลางมวลบนระนาบ yz [17]

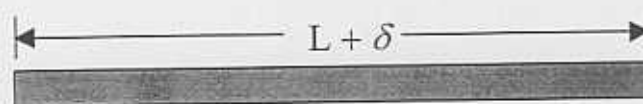
ดังนั้น ความเค้นที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงกระทำที่ระนาบตัดของวัสดุจะประกอบด้วยหกองค์ประกอบ คือ สามองค์ประกอบแรกเป็นความเค้นแบบดึงฉาก และอีกสามองค์ประกอบเป็นความเค้นเฉือน ซึ่งได้ลดองค์ประกอบลงมาจากความสมมาตรของวัสดุตัวเอง

3.3 ความเครียด (strain)

พิจารณาแท่งวัสดุอันหนึ่ง เมื่อถูกแรงกระทำให้ยืดหรือหดตัว จะมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างหรือสูญเสียรูปไป (deformation) ดังแสดงในรูปที่ 3.5 อัตราส่วนของการเปลี่ยนแปลงรูปร่างต่อขนาดของรูปร่างเดิม เรียกว่า ความเครียด ใช้สัญลักษณ์แทนด้วย ε



(ก)



(ข)

รูปที่ 3.5 แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของวัสดุเนื่องจากมีแรงกระทำ
(ก) ก่อนแรงกระทำ และ (ข) หลังจากถูกแรงกระทำให้ยืดออก

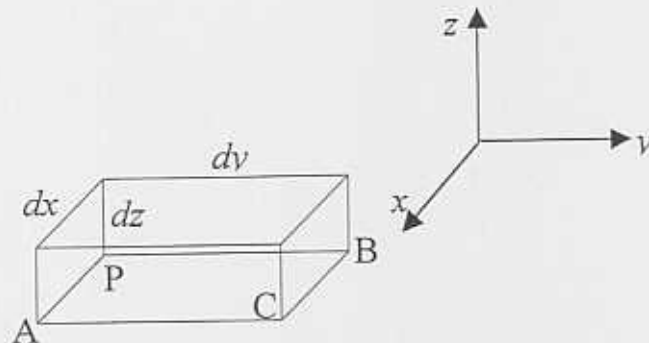
จากรูปที่ 3.5 ถ้าออกแรงดึงวัสดุยาว L ทำให้วัสดุยืดออกจากเดิมเท่ากับ δ ดังนั้น เราจะได้ความเครียดเป็น

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} \quad (3.8)$$

พิจารณาระยะยืดย่นน้อยๆ $d\delta$ และวัสดุมีความยาวเดิมเป็น dL จะได้
ความเครียดที่บริเวณใดๆในวัสดุเป็น

$$\epsilon = \frac{d\delta}{dL} \quad (3.9)$$

จากสมการที่ (3.8) และ (3.9) พบว่า ความเครียดจะไม่มีหน่วย ทำนองเดียวกับ
ความเค้น ความเครียดแบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ ความเครียดเนื่องจากการเสียรูป
ของวัสดุในทิศทางเดียวกับแรงกระทำเรียกว่า ความเครียดตึงฉาก (normal strain)
และความเครียดเนื่องจากการเสียรูปของวัสดุในแนวเฉือนจากแรงบิดในวัสดุเรียกว่า
ความเครียดเฉือน (shearing strain) ซึ่งเรากำลังจะกล่าวต่อไป



รูปที่ 3.6 แสดงการจัดของวัตถุเล็กๆปริมาตร $dx dy dz$

พิจารณาวัตถุเล็กๆปริมาตร $dx dy dz$ ซึ่งเสียรูปร่างไปเล็กน้อย ดังแสดงใน
รูปที่ 3.6 ถ้าให้ u, v และ w เป็นการขจัด (displacement) ของวัตถุเนื่องจาก
การเสียรูปไปตามแกน x, y และ z ตามลำดับ เมื่อปริมาตร $dx dy dz$ เกิด
การเสียรูปทำให้องค์ประกอบของการขจัดมีการเปลี่ยนแปลง จากรูป จุด P จะมี
การเปลี่ยนแปลงในแนวแกน x, y และแกน z ซึ่งจะต้องประกอบของ
การขจัดที่ตำแหน่งใหม่เทียบกับที่ตำแหน่งเดิมในแต่ละแนวแกนเป็น

$$u + du = u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \quad (3.10),$$

$$v + dv = v + \frac{\partial v}{\partial y} dy \quad (3.11),$$

และ $w + dw = w + \frac{\partial w}{\partial z} dz \quad (3.12)$

โดยที่ค่าอนุพันธ์ย่อย $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial y}$ และ $\frac{\partial w}{\partial z}$ คือ การเปลี่ยนแปลงของการจัด
ในตัวกลางเทียบกับแกนพิกัด เรียกว่า องค์ประกอบของความเครียดในแนวแกน x ,
 y และ z ตามลำดับ โดยเขียนเป็นสมการความสัมพันธ์ได้เป็น

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.13),$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.14),$$

และ $\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3.15)$

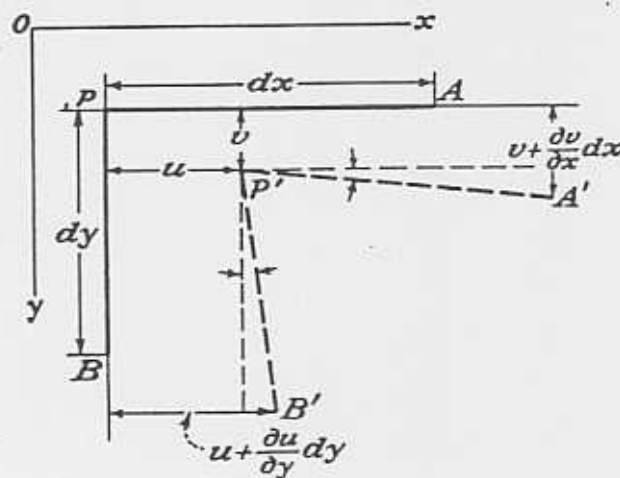
ซึ่งเรียกว่าความเครียดแบบตั้งฉากนั่นเอง โดยที่ตัวอักษรห้อยบอกทิศของแรงที่ทำให้
เกิดการเสียรูปนั้นจะอยู่ในทิศเดียวกับแกนพิกัด

โดยทั่วไปการเปลี่ยนแปลงของการจัด du , dv และ dw สามารถเขียน
ให้อยู่ในรูป

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \quad (3.16),$$

$$dv = \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz \quad (3.17),$$

และ
$$dw = \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz \quad (3.18)$$



รูปที่ 3.7 แสดงการเสียรูปเนื่องจากการบิดตัว [17]

พิจารณารูปที่ 3.7 เป็นการเสียรูปโดยการเปลี่ยนแปลงมุมระหว่างระนาบของวัสดุ (ระนาบ PA และ PB) ถ้า u และ v เป็นการขจัดของจุด P ในแนวแกน x และ y ตามลำดับ การขจัดใหม่ของจุด A (A') ในแนวแกน y จะมีค่าเท่ากับ $v + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)dx$ และการขจัดใหม่ของจุด B (B') ในแนวแกน x จะมีค่าเท่ากับ $u + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)dy$ เนื่องจากมุมเล็ก ๆ ระหว่าง $P'A'$ กับ PA มีค่าเท่ากับ $\frac{\partial v}{\partial x}$ และมุมเล็ก ๆ ระหว่าง $P'B'$ กับ PB มีค่าเท่ากับ $\frac{\partial u}{\partial y}$ ดังนั้น มุมฉาก APB ที่เกิดจากระนาบ PA และ PB จะมีการเปลี่ยนแปลงลดลงเท่ากับ $\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$ การเสียรูปร่างของวัตถุเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงมุมดังกล่าวเรียกว่า ความเครียดเฉือนนั่นเอง ใช้สัญลักษณ์แทนด้วย γ จากรูปที่ 3.7 จะได้ความเครียดเฉือนระหว่างระนาบ xz และ yz เป็น

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.19)$$

ทำนองเดียวกัน จะได้ความเครียดเฉือนระหว่างระนาบ xy และ yz เป็น

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3.20)$$

และจะได้ความเครียดเฉือนระหว่างระนาบ xy และ xz เป็น

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3.21)$$

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น พบว่า ความเครียดแบบตั้งฉาก วัสดุจะเสียรูปโดยมีความยาวเปลี่ยนแปลงไปในขณะที่วัสดุยังคงอยู่หนึ่ง แต่ถ้าวัสดุเสียรูปในแนวระนาบตัด วัสดุจะมีการหมุนหรือบิดเบี้ยวไปทำให้มีการเสียรูปในแนวเฉือน สำหรับความเครียดในสมการที่ (3.13), (3.14), (3.15), (3.19), (3.20) และ (3.21) เรียกว่า องค์ประกอบของความเครียด (components of strain) ซึ่งมีหกองค์ประกอบคล้ายกับในกรณีของความเค้นนั่นเอง

3.4 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด

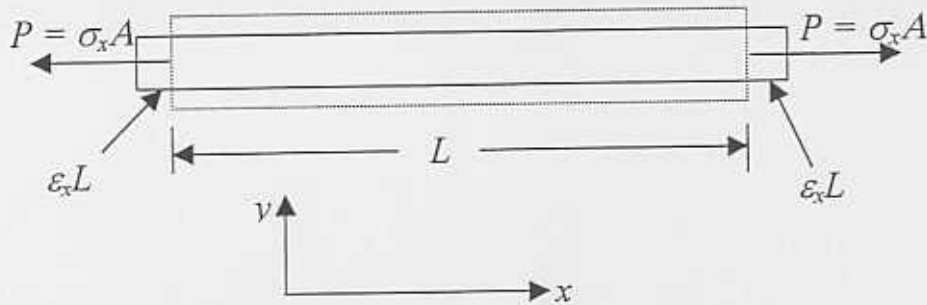
พิจารณาแท่งวัสดุยาว L พื้นที่หน้าตัด A เมื่ออยู่ในสภาพของแรงดึงในแนวแกน x จะมีความเค้นตั้งฉากเป็น σ_x ซึ่งมีค่าเท่ากันทั้งสองด้านบนพื้นที่หน้าตัดของวัสดุซึ่งขนานกัน ดังแสดงในรูปที่ 3.8 ทำให้เกิดความเครียดตั้งฉาก ϵ_x จากกฎของฮุค(Hooke's law) ความเค้นจะแปรผันตรงกับความเครียด ซึ่งเขียนเป็นสมการได้เป็น

$$\sigma_x = E \epsilon_x$$

หรือ

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} \sigma_x \quad (3.22)$$

เมื่อ E เป็นค่าคงที่เรียกว่า โมดูลัสของความยืดหยุ่นเนื่องจากแรงดึง หรือยังโมดูลัส (modulus of elasticity in tension or Young's modulus) ซึ่งมีค่าคงที่สำหรับวัสดุแต่ละชนิด ในวัสดุส่วนใหญ่จะมีค่า E มาก เมื่อเปรียบเทียบกับความเค้นและความเครียด



รูปที่ 3.8 แสดงการเกิดความเค้นและความเครียดในวัสดุ

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดในสมการที่ (3.22) บอกสภาพความยืดหยุ่นของวัสดุ กล่าวคือ เมื่อออกแรงกระทำกับวัสดุแล้ว จะทำให้วัสดุเสียรูปร่าง แต่เมื่อหยุดออกแรงกระทำแล้ววัสดุยังคงสามารถกลับคืนรูปร่างเดิมได้ นั่นคือ วัสดุเสียรูปร่างแบบยืดหยุ่นนั่นเอง

พิจารณาวัสดุที่ถูกแรงดึง จะทำให้เกิดความเครียดในแนวแกน x แต่ความยาวในแนวแกน y และ z จะลดลง ซึ่งอัตราส่วนระหว่างการเปลี่ยนรูปร่างตามด้านข้าง (การหดตัวในแนวแกน y และ z) ต่อการเปลี่ยนแปลงรูปร่างตามแนวของแรงกระทำ (การยืดตัวในแนวแกน x) เรียกว่า อัตราส่วนปัวส์ซอง (Poisson's ratio) แทนด้วย ν เขียนเป็นสมการได้เป็น

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu \varepsilon_x$$

หรือ

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} \quad (3.23)$$

เครื่องหมายลบแสดงให้เห็นว่าพื้นที่หน้าตัดจะลดลงเมื่อวัตถุยืดออก อัตราส่วนปัวส์ซองมีค่าคงที่เสมอสำหรับวัตถุแต่ละชนิด สำหรับในกรณีของแรงอัดค่ายังโมดูลัสและอัตราส่วนปัวส์ซอง จะมีค่าเท่ากับในกรณีของแรงดึง

ทำนองเดียวกัน เมื่อมีแรงกระทำต่อวัตถุในสองแนว ถ้าแรงกระทำเหล่านี้ตั้งฉากซึ่งกันและกัน เช่น วัตถุรูปลูกบาศก์ เมื่อได้รับแรงดึงในแนวแกน x และ y พร้อมกัน ความเครียดที่เกิดขึ้นในแนวแกน x จะประกอบด้วยความเครียดเนื่องจากความเค้นในแนวแกน x อย่างเดียว ($\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$) และความเครียดเนื่องจากความเค้นในแนวแกน y (σ_y) ซึ่งทำให้วัสดุมีการเสียรูปร่างในแนวแกน x คือ $-\nu \frac{\sigma_y}{E}$ ดังนั้น จะได้การเสียรูปร่างรวมในแนวแกน x เป็น ϵ_x ซึ่งมีค่าเป็น

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} \quad (3.24)$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้การเสียรูปร่างรวมในแนวแกน y เป็น ϵ_y ซึ่งมีค่าเป็น

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} \quad (3.25)$$

สำหรับในกรณีที่วัสดุได้รับแรงดึงหรือกดอัดพร้อมๆ กัน จะมีความเค้น σ_x, σ_y และ σ_z กระจ่ายสม่ำเสมอทุกด้าน ดังนั้น เราจะได้ความเครียดรวมในแนวแกน x, y และ z เป็น

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \quad (3.26),$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \quad (3.27),$$

และ
$$\epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \quad (3.28)$$

ในสมการที่ (3.26), (3.27) และ (3.28) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและความเค้นโดยมีปริมาณทางกายภาพ E และ ν เป็นตัวกำหนดความสัมพันธ์

ในทำนองเดียวกันกับความเค้น ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดเฉือนและความเค้นเฉือน พิจารณาได้ ดังนี้ คือ จากรูปที่ 3.9(ก) มีวัสดุรูปทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน $abcd$ มีการเปลี่ยนรูปร่าง และมีค่าความเค้นเป็น $\sigma_z = \sigma$, $\sigma_y = -\sigma$ และ $\sigma_x = 0$ ถ้าตัดส่วน $abcd$ ด้วยระนาบที่ขนานกับแกน x และทำมุม 45° กับแกน y และ z ดังแสดงในรูปที่ 3.9(ข) สมมติว่าผลรวมของแรงตามแนว bc และแรงที่ตั้งฉากกับแนว bc ทำให้ความเค้นตั้งฉากบนผิวด้าน bc เท่ากับศูนย์ ดังนั้นความเค้นเฉือนบนด้านนี้จะมีค่าเป็น

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_z - \sigma_y) = \sigma \quad (3.29)$$

และให้การยืดตัวของส่วนความยาวในแนวตั้ง Ob มีค่าเท่ากับการยืดตัวของส่วนความยาวด้าน Oa และ Oc ในขณะที่วัสดุมีการเสียรูปร่าง ความยาวด้าน ab และ bc จะมีค่าเท่าเดิม (ไม่สนใจการเปลี่ยนแปลงปริมาณความยาวน้อยๆ) ทำให้มุมระหว่างด้าน ab และ bc มีการเปลี่ยนแปลง ดังนั้น ขนาดของความเครียดเฉือน γ สามารถหาได้จากการเปลี่ยนแปลงมุมในสามเหลี่ยม Obc ดังนั้น หลังจากวัสดุรูปสามเหลี่ยมมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง จะได้

$$\frac{Oc}{Ob} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{1 + \varepsilon_y}{1 + \varepsilon_z} \quad (3.30)$$

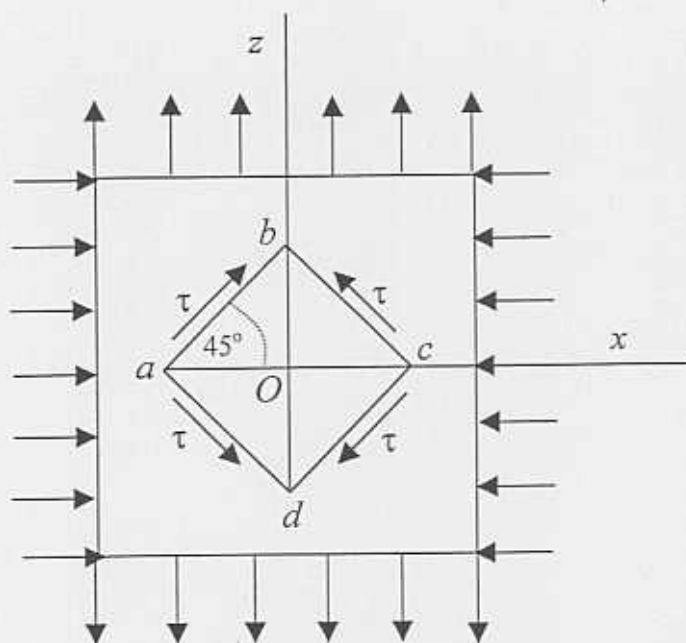
จากสมการที่ (3.26), (3.27) และ (3.28) จะได้

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu\sigma_y] = \frac{(1 + \nu)\sigma}{E} \quad (3.31)$$

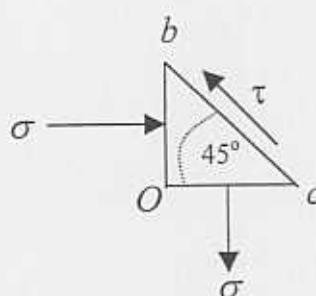
และ
$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}[\sigma_y - \nu\sigma_z] = -\frac{(1 + \nu)\sigma}{E} \quad (3.32)$$

และในกรณีที่ γ มีขนาดเล็กมากๆ จะได้

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\tan\frac{\pi}{4} - \tan\frac{\gamma}{2}}{1 + \tan\frac{\pi}{4}\tan\frac{\gamma}{2}} = \frac{1 - \frac{\gamma}{2}}{1 + \frac{\gamma}{2}} \quad (3.33)$$



(ก)



(ข)

รูปที่ 3.9(ก) แสดงความเค้นบนวัสดุรูปทรงสี่เหลี่ยมด้านขนาน $abcd$ และ
(ข) แสดงความเค้นบนวัสดุรูปทรงสามเหลี่ยม Obc [17]

จากสมการ (3.29), (3.30), (3.31), (3.32) และ (3.33) จะได้

$$\frac{\gamma}{2} = \frac{(1+\nu)\sigma}{E}$$

หรือ

$$\gamma = 2 \frac{(1+\nu)\sigma}{E} = 2 \frac{(1+\nu)\tau}{E} \quad (3.34)$$

ถ้าให้

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.35)$$

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \quad (3.36)$$

เรียก G ว่า โมดูลัสของความยืดหยุ่นในแนวเฉือน หรือโมดูลัสเฉือน (Modulus of elasticity in shear or shear modulus)

ถ้าความเค้นเฉือนเกิดขึ้นทุกทิศทางในวัสดุ ดังแสดงในรูปที่ 3.3 การบิดไปของมุมระหว่าง 2 ระนาบ ใดๆ ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบของความเค้นเฉือนในแต่ละระนาบที่ตั้งฉากกับแกนพิกัด ดังนั้น จะได้

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (3.37),$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad (3.38),$$

และ

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} \quad (3.39)$$

การยืดตัวในสมการที่ (3.26), (3.27) และ (3.28) และการบิดไปของมุมในสมการที่ (3.37), (3.38) และ (3.39) จะเป็นอิสระต่อกัน แต่โดยทั่วไปแล้วความเครียดทั้งหมดจะประกอบด้วยความเครียดตั้งฉากและความเครียดเฉือนอย่างละ 3 ประกอบ เสมอ

จากสมการที่ (3.26), (3.27), (3.28), (3.37), (3.38) และ (3.39) พบว่า องค์ประกอบของความเครียดแต่ละแบบเป็นฟังก์ชันขององค์ประกอบของความเค้นแต่ละแบบ ดังนั้น ถ้าเราเขียนองค์ประกอบของความเครียดและความเค้นในรูปฟังก์ชันของแกนพิกัด จะได้

$$e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (3.40)$$

และ

$$\theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad (3.41)$$

เมื่อ e คือ การขยายตัวเชิงปริมาตร (volume expansion) ซึ่งมีค่าเท่ากับผลรวมของการขยายตัวตามแนวพิกัด (ความเครียดในแต่ละแนวแกนพิกัด) และ θ คือ ผลรวมของความเค้นตั้งฉากในแต่ละแนวแกนพิกัด

จากสมการที่ (3.26), (3.27), (3.28), (3.40) และ (3.41) จะได้

$$e = \frac{1 - 2\nu}{E} \theta \quad (3.42)$$

ในกรณีที่มีแรงกดอัด (ความดัน) ทุกทิศทุกทางอย่างสม่ำเสมอ (uniform hydrostatic pressure) เท่ากับ p จะได้

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -p \quad (3.43)$$

จากสมการที่ (3.42) จะได้

$$e = -\frac{3(1 - 2\nu)p}{E} = -\frac{p}{K} \quad (3.44)$$

เมื่อ K เป็นค่าคงที่ เรียกว่า โมดูลัสของการขยายตัวเชิงปริมาตร (modulus of volume expansion) หรือ บัลค์โมดูลัส (bulk modulus) มีค่าเท่ากับอัตราส่วนระหว่างแรงกดอัดต่อการขยายตัวเชิงปริมาตร จากสมการที่ (3.44) จะได้

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (3.45)$$

แทนค่าสมการที่ (3.40) และ (3.41) ลงในสมการที่ (3.26), (3.27), และ (3.28) จะได้

$$\sigma_x = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} e + \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_x \quad (3.46),$$

$$\sigma_y = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} e + \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_y \quad (3.47),$$

และ
$$\sigma_z = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} e + \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_z \quad (3.48)$$

ถ้าให้

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (3.49)$$

เป็นค่าคงที่ เรียกว่า Lamé constant แทนสมการ (3.49) และ (3.35) ลงในสมการที่ (3.46), (3.47), และ (3.48) จะได้

$$\sigma_x = \lambda e + 2G\varepsilon_x \quad (3.50),$$

$$\sigma_y = \lambda e + 2G\varepsilon_y \quad (3.51),$$

และ

$$\sigma_z = \lambda e + 2G\varepsilon_z \quad (3.52)$$

สำหรับในกรณีที่วัสดุมีการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิไป ΔT ทำให้ค่ายังโมดูลัสของวัสดุเปลี่ยนแปลงไป ถ้าให้ α เป็นสัมประสิทธิ์การขยายตัวทางความร้อนเชิงเส้น (linear coefficient of thermal expansion) จากกฎของดูฮาเมล-นูมานน์ (Duhamel-Neumann's law) จะได้ความเครียดในแต่ละแนวแกนพิกัดเป็น

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] + \alpha \Delta T \quad (3.53),$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] + \alpha \Delta T \quad (3.54),$$

และ

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] + \alpha \Delta T \quad (3.55)$$

และความเค้นในแต่ละแนวแกนพิกัดเป็น

$$\sigma_x = \lambda e + 2G\varepsilon_x - \frac{E \alpha \Delta T}{1-2\nu} \quad (3.56),$$

$$\sigma_y = \lambda e + 2G\varepsilon_y - \frac{E \alpha \Delta T}{1-2\nu} \quad (3.57),$$

และ

$$\sigma_z = \lambda e + 2G\varepsilon_z - \frac{E \alpha \Delta T}{1-2\nu} \quad (3.58)$$

3.5 สมการสมดุล (equilibrium equation)

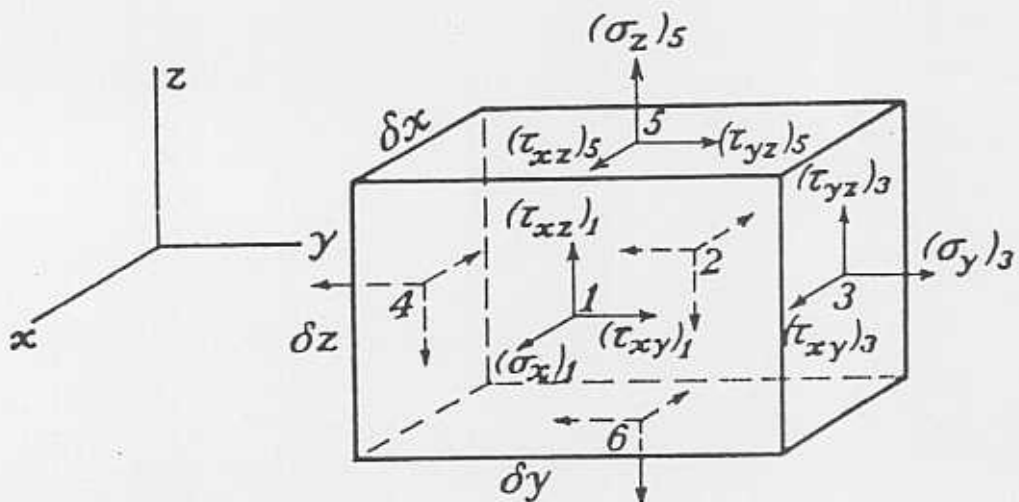
พิจารณาการเปลี่ยนแปลงความเค้นในแต่ละด้านของวัสดุรูปทรงสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ขนาดเล็กปริมาตร $\delta x \delta y \delta z$ ดังแสดงในรูปที่ 3.10 แต่ละด้านกำหนดให้เป็น 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 ตามลำดับ ความเค้นที่เกิดขึ้นจะทำให้ตำแหน่ง δx , δy และ δz เพิ่มขึ้นเล็กน้อย และถ้าให้ P_x , P_y และ P_z เป็นแรงภายนอกที่กระทำต่อปริมาตรของวัสดุในแนวแกน x , y และ z ตามลำดับ จากรูป ถ้าวัสดุดังกล่าวอยู่ในสภาวะสมดุล จะได้ความสัมพันธ์ของแรงทั้งหมดที่กระทำต่อวัสดุในแต่ละแนวแกนพิกัด ได้เป็น

$$[(\sigma_x)_1 - (\sigma_x)_2] \delta y \delta z + [(\tau_{xy})_3 - (\tau_{xy})_4] \delta x \delta z + [(\tau_{xz})_5 - (\tau_{xz})_6] \delta x \delta y + P_x \delta x \delta y \delta z = 0 \quad (3.59),$$

$$[(\sigma_y)_3 - (\sigma_y)_4] \delta x \delta z + [(\tau_{xy})_1 - (\tau_{xy})_2] \delta y \delta z + [(\tau_{yz})_5 - (\tau_{yz})_6] \delta x \delta y + P_y \delta x \delta y \delta z = 0 \quad (3.60),$$

และ

$$[(\sigma_z)_5 - (\sigma_z)_6] \delta x \delta y + [(\tau_{yz})_3 - (\tau_{yz})_4] \delta x \delta z + [(\tau_{xz})_1 - (\tau_{xz})_2] \delta y \delta z + P_z \delta x \delta y \delta z = 0 \quad (3.61)$$



รูปที่ 3.10 แสดงการเปลี่ยนแปลงความเค้นในแต่ละด้านของวัสดุ
รูปทรงสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ขนาดเล็กปริมาตร $\delta x \delta y \delta z$

เมื่อหาทุกสมการด้วยปริมาตร $\delta x \delta y \delta z$ และลดรูปสมการให้อยู่ในแต่ละแนวแกนพิกัด ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ได้เป็น

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + P_x = 0 \quad (3.62),$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + p_y = 0 \quad (3.63),$$

และ

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + p_z = 0 \quad (3.64)$$

เรียกสมการที่ (3.62), (3.63) และ (3.64) ว่าสมการสมดุล (equilibrium equations)

จากสมการที่ (3.13), (3.14), (3.15), (3.19), (3.20), (3.21), (3.36), (3.50), (3.51), และ (3.52) จะได้

$$\sigma_x = \lambda e + 2G \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.65),$$

$$\sigma_y = \lambda e + 2G \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.66),$$

และ

$$\sigma_z = \lambda e + 2G \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3.67)$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} = G \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (3.68),$$

$$\tau_{xz} = G\gamma_{xz} = G \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (3.69),$$

และ

$$\tau_{yz} = G\gamma_{yz} = G \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (3.70)$$

แทนค่าในสมการที่ (3.65), (3.66), (3.67), (3.68), (3.69) และ (3.70) ลงในสมการ (3.62), (3.63) และ (3.64) จะได้

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial x} + G \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] + P_x = 0 \quad (3.71),$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial y} + G \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] + P_y = 0 \quad (3.72),$$

และ

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial z} + G \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] + P_z = 0 \quad (3.73)$$

ถ้าให้ $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ สมการที่ (3.71), (3.72) และ (3.73)

เขียนใหม่ได้เป็น

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial x} + G \nabla^2 u + P_x = 0 \quad (3.74),$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial y} + G \nabla^2 v + P_y = 0 \quad (3.75),$$

และ

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial z} + G \nabla^2 w + P_z = 0 \quad (3.76)$$

แต่ถ้าไม่มีแรงภายนอก P_x , P_y และ P_z มากระทำต่อวัสดุ สมการที่ (3.74), (3.75) และ (3.76) จะลดรูปสมการลงมาเป็น

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial x} + G \nabla^2 u = 0 \quad (3.77),$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial y} + G \nabla^2 v = 0 \quad (3.78),$$

และ

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial z} + G \nabla^2 w = 0 \quad (3.79)$$

สมการที่ (3.77), (3.78) และ (3.79) เป็นสมการสมดุลที่อยู่ในรูปของการจัด u, v และ w เมื่อรวมทั้งสามสมการเข้าด้วยกัน จะได้สมการใหม่ในรูปทั่วไปเป็น

$$(\lambda + 2G) \nabla^2 e = 0 \quad (3.80)$$

3.6 สมการการเคลื่อนที่ของคลื่นเสียงในตัวกลาง

พิจารณาตัวกลางที่เป็นวัสดุหยุดนิ่ง เมื่อส่งคลื่นเสียงเข้าไปในตัวกลาง จะเกิดการสั่นของอนุภาคในตัวกลาง แรงที่กระทำต่อวัสดุจะเป็นแรงเนื่องจากคลื่นเสียงในตัวกลางซึ่งเป็นแรงเฉื่อย (inertial force) ดังนั้น เราจะได้สมการการเคลื่อนที่ที่เป็น

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial x} + G \nabla^2 u - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (3.81),$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial y} + G \nabla^2 v - \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (3.82),$$

และ

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial z} + G \nabla^2 w - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (3.83)$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นของตัวกลาง และ $\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$, $\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$ และ $\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$ คือ แรงเฉื่อยต่อปริมาตรของวัสดุในแนวแกนพิกัด

ถ้าคลื่นเสียงที่ส่งเข้าไปในวัสดุส่งผลทำให้วัสดุมีการบิดหรือหมุนไปแต่ไม่มีการขยายตัวของปริมาตรจากการเปลี่ยนรูปร่าง ($e = 0$) ดังนั้น สมการที่ (3.81), (3.82) และ (3.83) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$G\nabla^2 u - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (3.84),$$

$$G\nabla^2 v - \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (3.85),$$

และ

$$G\nabla^2 w - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (3.86)$$

สมการที่ (3.84), (3.85) และ (3.86) เป็นสมการคลื่นจากการบิด (wave of distortion) ให้เกิดคลื่นตามขวาง (transverse wave) เมื่อวัสดุเปลี่ยนรูปร่าง เนื่องจากการบิดหรือหมุนไป เราจะได้

$$\vec{\nabla} \chi(u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}) = \omega_x\hat{i} + \omega_y\hat{j} + \omega_z\hat{k} \quad (3.87)$$

เมื่อ ω_x, ω_y และ ω_z คือ องค์ประกอบของการหมุนรอบแกน x, y และ z ตามลำดับซึ่งมีค่าเป็น

$$\omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \quad (3.88),$$

$$\omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3.89),$$

$$\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.90)$$

ถ้าวัสดุไม่มีการบิดหรือหมุน ($\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$) เราจะได้ความสัมพันธ์ในสมการที่ (3.88), (3.89) และ (3.90) ใหม่เป็น

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.91),$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3.92),$$

และ

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.93)$$

จากสมการที่ (3.91), (3.92) และ (3.93) การขจัด u , และ w สามารถเขียนได้ในรูปของฟังก์ชันเดียว (single function, ϕ) ได้เป็น

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (3.94),$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (3.95),$$

และ

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (3.96)$$

ดังนั้น พิจารณาสมการ (3.13), (3.14), (3.15) และ (3.40) จะได้

$$\begin{aligned} e &= \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \\ &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \\ &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \\ &= \nabla^2 \phi \end{aligned} \quad (3.97)$$

พิจารณาเฉพาะในแนวแกน x จะได้

$$\frac{\partial e}{\partial x} = \nabla^2 \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = \nabla^2 u \quad (3.98)$$

ทำนองเดียวกัน พิจารณาเฉพาะในแนวแกน y และ z จะได้

$$\frac{\partial e}{\partial y} = \nabla^2 v \quad (3.99)$$

$$\frac{\partial e}{\partial z} = \nabla^2 w \quad (3.100)$$

แทนค่าของสมการที่ (3.98), (3.99) และ (3.100) ลงในสมการที่ (3.81), (3.82) และ (3.83) จะได้

$$(\lambda + 2G)\nabla^2 u - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (3.101),$$

$$(\lambda + 2G)\nabla^2 v - \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (3.102),$$

$$(\lambda + 2G)\nabla^2 w - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (3.103)$$

สมการที่ (3.101), (3.102) และ (3.103) เป็นสมการคลื่นจากขยายตัวเชิงปริมาตรของวัสดุซึ่งวัสดุไม่มีการบิดหรือหมุน ทำให้เกิดคลื่นตามยาว (longitudinal wave) สำหรับคลื่นโดยทั่วไปที่มีฟังก์ชันคลื่นเป็น จะมีความเร็วของคลื่นเป็น c และมีสมการคลื่นเป็น

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \psi \quad (3.104)$$

ในกรณีของคลื่นเสียงอุลตราโซนิก ถ้าการขจัด u , v และ w เป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง (x , y และ z) และเวลา (t) จะมีสมการคลื่นเป็น

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 u \quad (3.105),$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 V \quad (3.106),$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 W \quad (3.107)$$

เปรียบเทียบกับสมการที่ (3.104) กับ (3.105), (3.106) และ (3.107) จะได้
ความเร็วตามขวางของคลื่นเสียงอุลตราโซนิก (c_t) เป็น

$$c_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (3.108)$$

และเปรียบเทียบกับสมการที่ (3.104) กับ (3.106), (3.107) และ (3.108)
จะได้ความเร็วตามยาวของคลื่นเสียงอุลตราโซนิก (c_l) เป็น

$$c_l = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}} \quad (3.109)$$

จากสมการที่ (3.21), (3.31), (3.56) และ (3.57) จะได้

$$\frac{c_l}{c_t} = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{G}} \quad (3.110)$$

แทนสมการที่ (3.35) และ (3.49) ลงในสมการที่ (3.110) และจัดรูปสมการ
จะได้

$$v = \frac{1}{2} \left[\frac{\left(\frac{c_l}{c_t}\right)^2 - 2}{\left(\frac{c_l}{c_t}\right)^2 - 1} \right] \quad (3.111)$$

จากสมการที่ (3.35) และ (3.108) จะได้ค่าโมดูลัสเฉือนเป็น

$$G = \rho c_t^2 \quad (3.112)$$

และค่ายังโมดูลัสเป็น

$$E = 2\rho c_t^2(1+\nu) \quad (3.113)$$

แทนลงในสมการ (3.45) จะได้ค่าบัสคโมดูลัสเป็น

$$K = \frac{2}{3} \rho c_t^2 \left(\frac{1+\nu}{1-2\nu} \right) \quad (3.114)$$

บทที่ 4

การคำนวณและการวิเคราะห์

จากบทที่แล้ว เราได้สมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิก เพื่อหาค่ายังโมดูลัส (Young's modulus) และอัตราส่วนปัวส์ซอง (Poisson ratio) ของวัสดุแบบไอโซโทรปิก (isotropic materials) ซึ่งในสมการดังกล่าวมีตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับสมการ คือ ความหนาแน่นของวัสดุและความเร็วตามยาว (longitudinal velocity) และความเร็วตามขวาง (transverse velocity) ของคลื่นเสียงอุลตราโซนิกในวัสดุ นั้น ซึ่งถ้าเราทราบข้อมูลของตัวแปรเหล่านี้ เราจะสามารถหาค่ายังโมดูลัส และอัตราส่วนปัวส์ซองได้ สำหรับในงานวิจัยนี้ได้ใช้ข้อมูลของตัวแปรเหล่านี้จากหนังสือ วารสารทางวิชาการ และแหล่งข้อมูลในฐานข้อมูลทางอินเทอร์เน็ต โดยจะใช้ข้อมูลของวัสดุประเภทโลหะ (metals) มาหาค่าแก้ไขที่เหมาะสม (correction factor) ของสมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิกในทฤษฎีบทที่ 3 และนำสมการดังกล่าว มาทำนายค่ายังโมดูลัสและอัตราส่วนปัวส์ซองของวัสดุชนิดต่างๆ เช่น พลาสติก ยาง ไม้ เซรามิกส์ และแก้ว เป็นต้น สำหรับวัสดุพวกเซรามิกส์ เป็นวัสดุที่แข็งสูง เตรียมชิ้นงานเพื่อที่จะทดสอบได้ยากไม่สามารถทดสอบหาค่ายังโมดูลัสและอัตราส่วนปัวส์ซองได้ด้วยวิธีทดสอบแรงดึง (tensile testing) จึงได้หาเทคนิคใหม่ในการทดสอบ ซึ่งการทดสอบโดยใช้คลื่นเสียงอุลตราโซนิกจะเป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้ทดสอบวัสดุดังกล่าวนั่นเอง

4.1 วิธีการคำนวณและการวิเคราะห์

- 4.1.1 คำนวณหาค่ายังโมดูลัสและอัตราส่วนปัวส์ซองโดยใช้สมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิกในสมการที่ (3.113) ของโลหะตัวอย่าง 9 ชนิด คือ อลูมิเนียม (aluminium, Al) ทองเหลือง (brass) ทองแดง (copper, Cu) ทองคำ (gold, Au) ตะกั่ว (lead, Pb) นิกเกิล (nikel, Ni) แพลทตินัม (platinum, Pt)

เงิน (silver, Ag) และทังสเตน (tungsten, W) ดังแสดงในตารางที่ 4.1
เปรียบเทียบผลจากการคำนวณกับข้อมูลจากวิธีการทดสอบแรงดึงของโลหะ
ตัวอย่างดังกล่าวซึ่งแสดงไว้ในตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.1 แสดงความหนาแน่นของโลหะ (ρ) ความเร็วตามยาว (c_l)
และความเร็วตามขวาง (c_t) ของคลื่นเสียงอัลตราโซนิกในโลหะ

ลำดับที่	ชนิดของโลหะ	ความหนาแน่นของโลหะ, ρ (kg/m^3)	ความเร็วของคลื่นเสียงอัลตราโซนิกในโลหะ (m/s)		เอกสารอ้างอิง
			ตามยาว (c_l)	ตามขวาง (c_t)	
1	Al	2700	6300 ± 100	3105 ± 25	[16], [18], [23], [24]
2	Brass	8325 ± 225	4055 ± 225	2086 ± 36	[16], [23], [24]
3	Cu	8900	4675 ± 75	2280 ± 20	[14], [18], [24]
4	Au	19310 ± 10	3240	1200	[18], [23]
5	Pb	11350 ± 50	2280 ± 120	700	[14], [16], [23]
6	Ni	8850 ± 50	5630	2960	[18], [23], [24]
7	Pt	21400	3960	1670	[18], [23]
8	Ag	10500	3695 ± 95	1590	[14], [18], [23]
9	W	19250	5460	2620	[23]

ตารางที่ 4.2 แสดงความหนาแน่น (ρ) ค่ายังโมดูลัส (E) และอัตราส่วนปัวส์ซอง (ν)
ของโลหะจากวิธีการทดสอบแรงดึง

ลำดับที่	ชนิดของโลหะ	ความหนาแน่นของโลหะ, ρ (kg/m^3)	ค่ายังโมดูลัส, E (GPa)	อัตราส่วนปัวส์ซอง, ν (ไม่มีหน่วย)	เอกสารอ้างอิง
1	Al	2734 ± 34	71.7 ± 2.8	0.33 ± 0.01	[19], [21]
2	Brass	8480 ± 100	105.3 ± 8.7	0.3	[19], [22], [27]
3	Cu	8815 ± 85	117.6 ± 6.8	0.32	[19], [20], [25], [27]
4	Au	19320	78.2 ± 3.8	0.42	[19], [29]
5	Pb	11340	13.9 ± 0.1	0.43 ± 0.03	[19], [22]
6	Ni	8900	217.3 ± 3.3	0.31	[19], [25]
7	Pt	21451 ± 1	159.4 ± 12.6	0.39	[19], [29]
8	Ag	10500	73.3 ± 4.3	0.37	[19], [22]
9	W	19300	400.0	0.27	[20]

4.1.2 เขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนของค่ายังโมดูลัสต่อความหนาแน่นของโลหะจากวิธีการทดสอบแรงดึงกับอัตราส่วนของค่ายังโมดูลัสต่อความหนาแน่นของโลหะชนิดเดียวกันจากการคำนวณโดยใช้สมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิกในสมการที่ (3.113) ซึ่งวิธีการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ดังกล่าว มีดังนี้ คือ

ถ้าให้ $\left(\frac{E}{\rho}\right)_{\pi}$ คือ อัตราส่วนระหว่างค่ายังโมดูลัสต่อความหนาแน่นของโลหะจากวิธีการทดสอบแรงดึง และ $\left(\frac{E}{\rho}\right)_{UT}$ คือ อัตราส่วนของค่ายังโมดูลัสต่อความหนาแน่นของโลหะชนิดเดียวกันจากการคำนวณโดยใช้สมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิกในสมการที่ (3.113) เมื่อ E คือ ค่ายังโมดูลัสของโลหะ และ ρ คือ ค่าความหนาแน่นของโลหะดังกล่าว ถ้าเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{E}{\rho}\right)_{\pi}$ กับ $\left(\frac{E}{\rho}\right)_{UT}$ โดยให้ $\left(\frac{E}{\rho}\right)_{UT}$ เป็นข้อมูลที่อยู่ในแนวแกนตั้ง และ $\left(\frac{E}{\rho}\right)_{\pi}$ เป็นข้อมูลที่อยู่ในแนวแกนนอน ถ้าข้อมูลทั้งสองมีค่าใกล้เคียงกัน เราจะได้ความสัมพันธ์ของกราฟเป็นเส้นตรงผ่านจุดกำเนิด และมีความชันเท่ากับ 1 ดังนั้น ถ้าผลจากการคำนวณหาค่ายังโมดูลัสโดยสมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิกมีค่าใกล้เคียงกับวิธีการทดสอบแรงดึง เราจะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{E}{\rho}\right)_{\pi}$ กับ $\left(\frac{E}{\rho}\right)_{UT}$ เป็น

$$\left(\frac{E}{\rho}\right)_{\pi} = a_1 \left(\frac{E}{\rho}\right)_{UT} + b_1 \quad (4.1)$$

เมื่อ a_1 คือ ความชันของกราฟ และ b_1 คือ ค่าตัดแกนในแนวดิ่ง ซึ่งเป็นค่าแก้ไขเพื่อให้ได้ค่ายังโมดูลัสใหม่ที่เหมาะสมในการทดสอบวัสดุต่างๆ และจากสมการที่ (3.113) เราจะได้สมการหาค่ายังโมดูลัสของโลหะใหม่เป็น

$$E = \rho [2 a_1 c_t^2 (1 + \nu) + b_1] \quad (4.2)$$

- 4.1.3 เขียนกราฟระหว่างค่าอัตราส่วนปัวส์ซองจากการทดสอบแรงดึง (v_{TT}) และค่าอัตราส่วนปัวส์ซองจากการคำนวณโดยสมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิก (v_{UT}) วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าแก้ของอัตราส่วนปัวส์ซองดังกล่าว ถ้าข้อมูลจากทั้งสองวิธีสอดคล้องกัน เราจะได้ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนปัวส์ซองทั้งสองวิธีเป็น

$$v_{TT} = a_2 v_{UT} + b_2 \quad (4.3)$$

เมื่อ a_2 คือ ความชันของกราฟ และ b_2 คือ ค่าตัดแกนในแนวตั้ง ซึ่งเป็นค่าแก้เพื่อให้ได้อัตราส่วนปัวส์ซองใหม่ที่เหมาะสมในการทดสอบวัสดุต่างๆ และจากสมการที่ (3.111) ค่าอัตราส่วนปัวส์ซองใหม่จะมีค่าเป็น

$$v = \frac{a_2}{2} \left(\frac{\left(\frac{c_l}{c_t} \right)^2 - 2}{\left(\frac{c_l}{c_t} \right)^2 - 1} \right) + b_2 \quad (4.4)$$

- 4.1.4 ใช้สมการที่ (4.2) และ (4.4) คำนวณค่ายังโมดูลัสและอัตราส่วนปัวส์ซองของโลหะตัวอย่างในตารางที่ 4.1 และวัสดุตัวอย่างในตารางที่ 4.3 และเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนของค่ายังโมดูลัสต่อความหนาแน่นของวัสดุจากการคำนวณโดยใช้สมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิกที่แก้ค่าแล้วกับอัตราส่วนของค่ายังโมดูลัสต่อความหนาแน่นของวัสดุจากการทดสอบโดยวิธีอื่นๆ ซึ่งแสดงในตารางที่ 4.4 และวิเคราะห์ข้อมูลจากกราฟความสัมพันธ์

ตารางที่ 4.3 แสดงความหนาแน่นของวัสดุ (ρ) ความเร็วตามยาว (c_l) และความเร็วตามขวาง (c_t) ของคลื่นเสียงอุลตราโซนิก ในวัสดุตัวอย่าง

ลำดับที่	ชนิดของวัสดุ	ความหนาแน่น ของวัสดุ, ρ (kg/m^3)	ความเร็วของคลื่นเสียงอุลตราโซนิก ในวัสดุ (m/s)		เอกสารอ้างอิง
			ตามยาว (c_l)	ตามขวาง (c_t)	
1	Polystyrene	1060	2350	1150	[14]
2	Nylon 66	1110	2620	1070	[28]
3	Boron	2340	15000	9460	[28]
4	Glass (Quartz)	2203	5970	3773	[30]
5	Glass (Crown)	2240	5100	2840	[28]
6	Glass (Flint)	3600	4260	2560	[18]
7	Glass (Pyrex)	2320	5640	3280	[28]
8	Teflon	2200	1350	550	[14]
9	Granite	2667	5820	3360	[28]
10	Basalt	2720	5930	3140	[16]
11	Marble	2660	6150	3260	[16]
12	Procelain	2410	5340	3120	[18]
13	Rubber	950	1550	25	[28]
14	Perspex	1180	2730	1430	[24]

ตารางที่ 4.4 แสดงความหนาแน่น (ρ) และค่ายังโมดูลัส (E) ของวัสดุตัวอย่าง จากการทดสอบโดยวิธีอื่นๆ

ลำดับที่	ชนิดของวัสดุ	ความหนาแน่นของวัสดุ, ρ (kg/m^3)	ค่ายังโมดูลัส, E (GPa)	เอกสารอ้างอิง
1	Polystyrene	1050.0	3.0	[26]
2	Nylon 66	1107.2	2.8	[21]
3	Boron	2325.1	413.7	[21]
4	Glass Quartz	2203.0	72.5	[30]
5	Teflon	2214.4	0.4	[21]

4.2 ผลการคำนวณและการวิเคราะห์

4.2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่ายังโมดูลัสและอัตราส่วนปัวส์ซองของโลหะตัวอย่างจากการคำนวณโดยใช้สมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิกกับค่าที่ได้จากวิธีการทดสอบแรงดึงแสดงในตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5 แสดงค่ายังโมดูลัส (E) และอัตราส่วนปัวส์ซอง (ν) ของโลหะตัวอย่างจากการคำนวณโดยใช้สมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิกกับค่าที่ได้จากวิธีการทดสอบแรงดึง

ลำดับที่	ชนิดของโลหะ	ค่ายังโมดูลัส, E (GPa)		อัตราส่วนปัวส์ซอง, ν (ไม่มีหน่วย)	
		E_{UT}	E_{TT}	ν_{UT}	ν_{TT}
1	Al	69.7 ± 1.1	71.7 ± 2.8	0.34	0.33 ± 0.01
2	Brass	95.6 ± 4.3	105.3 ± 8.7	0.32 ± 0.01	0.3
3	Cu	124.4 ± 2.2	117.6 ± 6.8	0.34	0.32
4	Au	79.0	78.2 ± 3.8	0.42	0.42
5	Pb	16.1 ± 0.1	13.9 ± 0.1	0.45	0.43 ± 0.03
6	Ni	203.0 ± 1.1	217.3 ± 3.3	0.31	0.31
7	Pt	166.1	159.4 ± 12.6	0.39	0.39
8	Ag	73.6 ± 0.2	73.3 ± 4.3	0.39	0.37
9	W	405.4	400.0	0.28	0.27

เมื่อ E_{UT} คือ ค่ายังโมดูลัสจากการคำนวณโดยใช้สมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิก

E_{TT} คือ ค่ายังโมดูลัสจากวิธีการทดสอบแรงดึง

ν_{UT} คือ ค่าอัตราส่วนปัวส์ซองจากการคำนวณโดยใช้สมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิก

ν_{TT} คือ ค่าอัตราส่วนปัวส์ซองจากวิธีการทดสอบแรงดึง

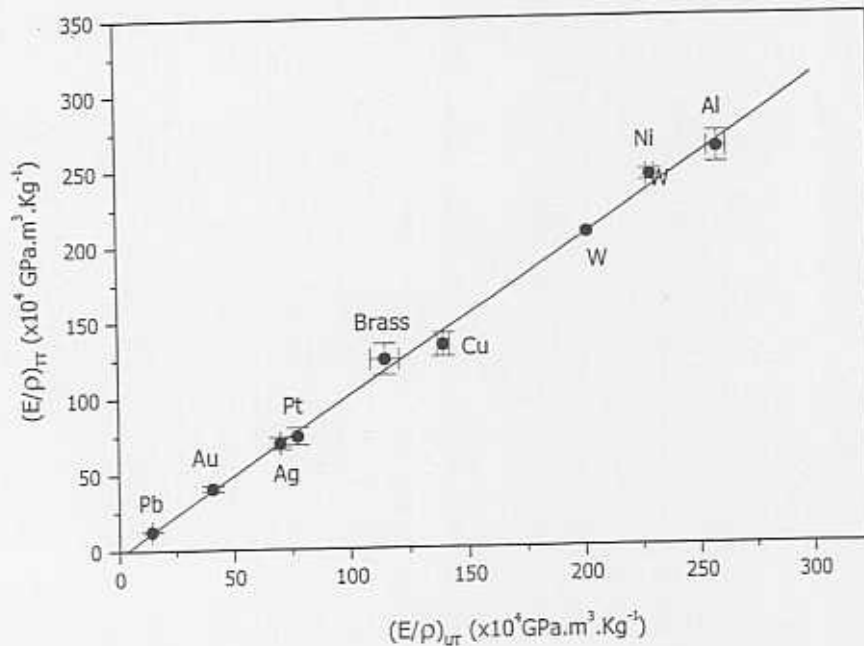
จากตารางพบว่าค่ายังโมดูลัสของโลหะแต่ละชนิดจากการคำนวณโดยใช้สมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิกกับจากวิธีการทดสอบแรงดึงมีค่าค่อนข้างใกล้เคียงกัน ซึ่งข้อมูลที่มีค่าแตกต่างกันน้อยที่สุดเป็นโลหะ Ag โดยมีค่าแตกต่างกันเท่ากับ 0.4% (เปรียบเทียบกับข้อมูลจากวิธีการทดสอบแรงดึง) และข้อมูลที่มีค่าแตกต่างกันมากที่สุดเป็นโลหะ Pb โดยมีค่าแตกต่างกันเท่ากับ 15.8% ทั้งนี้ เนื่องจากข้อมูลที่ได้นำมาคำนวณเป็นข้อมูลจากค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่สืบค้นมาได้ ดังนั้น ค่าความแตกต่างของค่ายังโมดูลัสของโลหะที่เกิดขึ้นจึงค่าแตกต่างกันไป สำหรับในกรณีของอัตราส่วนปัวส์ซงก็เช่นกัน ข้อมูลที่ได้มีค่าแตกต่างกันน้อยที่สุดเป็นโลหะ Au, Ni, และ Pt โดยมีค่าแตกต่างกันเท่ากับ 0 % (เปรียบเทียบกับข้อมูลจากวิธีการทดสอบแรงดึง) และข้อมูลที่มีค่าแตกต่างกันมากที่สุดเป็นโลหะ Brass โดยมีค่าแตกต่างกันเท่ากับ 6.7%

4.2.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\left(\frac{E}{\rho}\right)_{TT}$ กับ $\left(\frac{E}{\rho}\right)_{UT}$ ของโลหะตัวอย่างแต่ละชนิด แสดงในตารางที่ 4.6

ตารางที่ 4.6 แสดงค่ายังโมดูลัสต่อความหนาแน่น $\left(\frac{E}{\rho}\right)$ ของโลหะตัวอย่าง จากการคำนวณโดยใช้สมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิกกับค่าที่ได้จากวิธีการทดสอบแรงดึง

ลำดับที่	ชนิดของโลหะ	ค่ายังโมดูลัสต่อความหนาแน่น, $\frac{E}{\rho}$ (GPa.m ³ .kg ⁻¹) x 10 ⁴	
		$\left(\frac{E}{\rho}\right)_{UT}$	$\left(\frac{E}{\rho}\right)_{TT}$
1	Al	258.3 ± 4.2	262.3 ± 10.6
2	Brass	114.9 ± 6.1	124.1 ± 10.4
3	Cu	139.7 ± 2.5	133.4 ± 7.8
4	Au	40.9	40.5 ± 2.0
5	Pb	14.2 ± 0.1	12.3 ± 0.1
6	Ni	229.4 ± 1.8	244.2 ± 3.7
7	Pt	77.6	74.3 ± 5.9
8	Ag	70.1 ± 0.2	69.8 ± 4.1
9	W	210.6	207.3

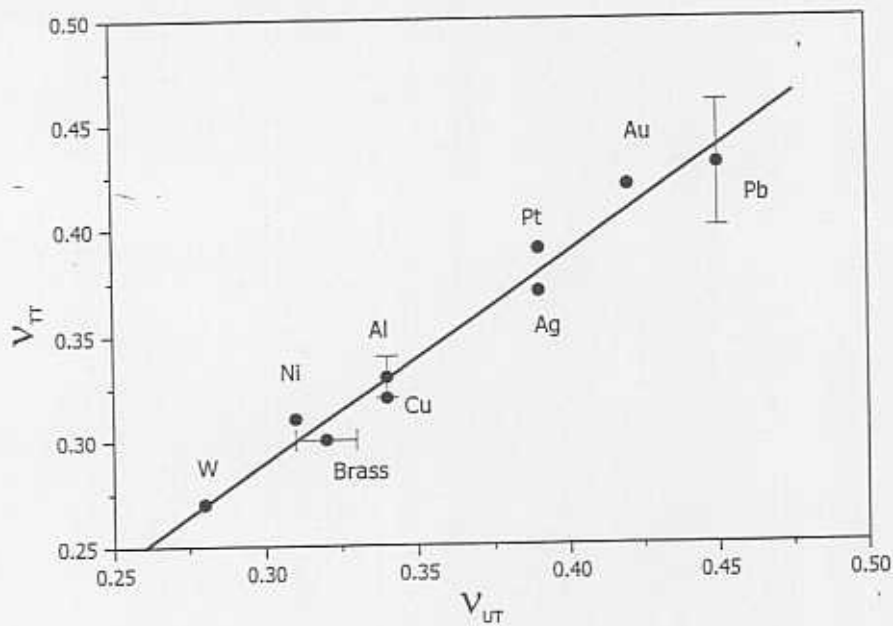
จากข้อมูลในตารางที่ 4.6 เมื่อนำไปหาความสัมพันธ์ในรูปของกราฟจะได้กราฟความสัมพันธ์เป็นเส้นตรง ดังแสดงในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างระหว่าง $\left(\frac{E}{\rho}\right)_{\pi}$ กับ $\left(\frac{E}{\rho}\right)_{UT}$ ของโลหะ ตัวอย่างในตารางที่ 4.6

จากกราฟ เราจะได้ค่า $a_1 = 1.045$ และ $b_1 = -33898.4 \text{ GPa.m}^3.\text{kg}^{-1}$

4.2.3 จากข้อมูลในตารางที่ 4.5 เมื่อนำไปหาความสัมพันธ์ในรูปของกราฟระหว่าง v_{π} และ v_{UT} จะได้กราฟความสัมพันธ์เป็นเส้นตรง ดังแสดงในรูปที่ 4.2 ซึ่งจะให้ค่า $a_2 = 0.992$ และ $b_2 = -0.008$



รูปที่ 4.2 กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง ν_{TT} กับ ν_{UT} ของโลหะ ตัวอย่างในตารางที่ 4.5

จากกราฟในรูปที่ 4.1 และ 4.2 เราจะได้สมการของค่ายังโมดูลัสใหม่เป็น

$$E = \rho(2.09c_t^2(1 + \nu) - 33898.4) \quad (4.5)$$

เมื่อ E เป็นค่ายังโมดูลัสในหน่วย GPa และ ν เป็นอัตราส่วนปัวส์ของใหม่ ซึ่งมีค่าเป็น

$$\nu = 0.496 \left(\frac{\left(\frac{c_l}{c_t} \right)^2 - 2}{\left(\frac{c_l}{c_t} \right)^2 - 1} \right) - 0.008 \quad (4.6)$$

4.2.4 จากสมการที่ (4.5), (4.6) และ ข้อมูลในตารางที่ 4.1 เราจะได้ ค่ายังโมดูลัสใหม่ (E) และอัตราส่วนปัวส์ของใหม่ (ν) ของโลหะตัวอย่าง แสดงในตารางที่ 4.7 ซึ่งได้เปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากวิธีการทดสอบแรงดึง

ตารางที่ 4.7 แสดงค่ายังโมดูลัส (E) และอัตราส่วนปัวส์ซองใหม่ (ν) ของโลหะ ตัวอย่างโดยใช้สมการที่ (4.5) และ (4.6) เปรียบเทียบกับค่าที่ได้จาก วิธีการทดสอบแรงดึง

ลำดับที่	ชนิด ของโลหะ	ค่ายังโมดูลัส, E (GPa)		อัตราส่วนปัวส์ซอง, ν (ไม่มีหน่วย)	
		E_{UTN}	E_{TT}	ν_{UTN}	ν_{TT}
1	Al	72.2 ± 1.2	71.7 ± 2.8	0.33	0.33 ± 0.01
2	Brass	98.8 ± 4.5	105.3 ± 8.7	0.31 ± 0.01	0.30
3	Cu	128.6 ± 2.3	117.6 ± 6.8	0.33	0.32
4	Au	81.2	78.2 ± 3.8	0.41	0.42
5	Pb	16.3 ± 0.1	13.9 ± 0.1	0.44	0.43 ± 0.03
6	Ni	210.1 ± 1.2	217.3 ± 3.3	0.30	0.31
7	Pt	171.5	159.4 ± 12.6	0.38	0.39
8	Ag	75.2 ± 0.2	73.3 ± 4.3	0.38	0.37
9	W	419.6	400.0	0.27	0.27

เมื่อ E_{UTN} คือ ค่ายังโมดูลัสจากการคำนวณโดยใช้สมการที่ (4.5)

E_{TT} คือ ค่ายังโมดูลัสจากวิธีการทดสอบแรงดึง

ν_{UTN} คือ ค่าอัตราส่วนปัวส์ซองจากการคำนวณโดยใช้สมการที่ (4.6)

ν_{TT} คือ ค่าอัตราส่วนปัวส์ซองจากวิธีการทดสอบแรงดึง

จากข้อมูลในตาราง พบว่าค่ายังโมดูลัสและอัตราส่วนปัวส์ซองใหม่ ของโลหะยังคงมีค่าใกล้เคียงกับวิธีการทดสอบแรงดึง กล่าวคือ ผลต่างของ ค่ายังโมดูลัสที่มีค่าต่ำสุด (เปรียบเทียบกับวิธีการทดสอบแรงดึง) เป็นโลหะ Al ซึ่งมีค่าแตกต่างกันประมาณ 0.6% และคือ ผลต่างของค่ายังโมดูลัสที่มี ค่าสูงสุดเป็นโลหะ Pb ซึ่งมีค่าแตกต่างกันประมาณ 17.3% สำหรับในกรณี ของอัตราส่วนปัวส์ซอง ข้อมูลที่ได้มีค่าแตกต่างกันน้อยที่สุดเป็นโลหะ Al และ W โดยมีค่าแตกต่างกันเท่ากับ 0 % (เปรียบเทียบกับข้อมูลจากวิธีการ ทดสอบแรงดึง) และข้อมูลที่มีค่าแตกต่างกันมากที่สุดเป็นโลหะ Brass และ Ni โดยมีค่าแตกต่างกันเท่ากับ 3.3% จากข้อมูลดังกล่าว เราจะพบว่าโลหะ

ที่มีค่ายังโมดูลัสสูง อัตราส่วนปัวส์ซองจะมีค่าน้อย ในทางกลับกัน โลหะที่มีค่ายังโมดูลัสต่ำ อัตราส่วนปัวส์ซองจะมีค่ามาก เช่น W มีค่ายังโมดูลัสเท่ากับ 419 GPa และอัตราส่วนปัวส์ซองเท่ากับ 0.27 แต่ Pb มีค่ายังโมดูลัสเท่ากับ 16.3 GPa และอัตราส่วนปัวส์ซองเท่ากับ 0.44 เป็นต้น

4.2.5 จากสมการที่ (4.5), (4.6) และ ข้อมูลในตารางที่ 4.3 เราจะได้ค่ายังโมดูลัส (E) และอัตราส่วนปัวส์ซอง (ν) ของวัสดุอื่นๆ แสดงในตารางที่ 4.8

ตารางที่ 4.8 แสดงค่ายังโมดูลัส (E) และอัตราส่วนปัวส์ซอง (ν) ของวัสดุอื่นๆ โดยใช้สมการที่ (4.5) และ (4.6)

ลำดับที่	ชนิดของวัสดุ	ความหนาแน่นของวัสดุ, ρ (kg/m^3)	ความเร็วของคลื่นเสียงอัลตราโซนิคในวัสดุ (m/s)		ค่ายังโมดูลัส, E (GPa)	อัตราส่วนปัวส์ซอง, ν (ไม่มีหน่วย)
			ตามยาว (C_L)	ตามขวาง (C_T)		
1	Polystyrene	1060	2350	1150	3.9	0.33
2	Nylon 66	1110	2620	1070	3.7	0.39
3	Boron	2340	15000	9460	507.8	0.16
4	Glass (Quartz)	2203	5970	3773	75.8	0.16
5	Glass (Crown)	2240	5100	2840	47.7	0.27
6	Glass (Flint)	3600	4260	2560	59.4	0.21
7	Glass (Pyrex)	2320	5640	3280	64.3	0.23
8	Teflon	2200	1350	550	1.9	0.39
9	Granite	2667	5820	3360	77.9	0.24
10	Basalt	2720	5930	3140	72.5	0.29
11	Marble	2660	6150	3260	76.4	0.29
12	Procelain	2410	5340	3120	60.3	0.23
13	Rubber	950	1550	25	0.0	0.49
14	Perspex	1180	2730	1430	6.5	0.30

จากข้อมูลในตาราง พบว่าวัสดุที่มีค่ายังโมดูลัสสูงสุดในกลุ่ม คือ Boron ซึ่งมีค่ายังโมดูลัสเท่ากับ 507.8 GPa และมีค่าอัตราส่วนปัวส์ซองน้อยที่สุด

(เท่ากับ 0.16) กลุ่มที่มีค่ายังโมดูลัสสูงรองลงมาเป็นวัสดุพวก Granite, Marble, Glass (Quartz) และ Basalt ซึ่งมีค่ายังโมดูลัสเท่ากับ 77.9, 76.4, 75.8 และ 72.5 GPa ตามลำดับ และมีค่าอัตราส่วนปัวส์ซองเท่ากับ 0.24, 0.16, 0.29 และ 0.29 ตามลำดับ สำหรับวัสดุที่มีค่ายังโมดูลัสน้อยที่สุด คือ Rubber ซึ่งมีค่ายังโมดูลัสเท่ากับ 0.0 และมีอัตราส่วนปัวส์ซองมากที่สุดเท่ากับ 0.49

4.2.6 ข้อมูลค่ายังโมดูลัส (E) ของวัสดุในตารางที่ 4.8 เปรียบเทียบกับข้อมูลของวัสดุจากการทดสอบด้วยวิธีอื่นๆ (ข้อมูลจากตารางที่ 4.3) แสดงในตารางที่ 4.9

ตารางที่ 4.9 เปรียบเทียบค่ายังโมดูลัสต่อความหนาแน่น (E) ของวัสดุตัวอย่างจากการคำนวณโดยใช้สมการที่ (4.5) และ (4.6) กับข้อมูลจากการทดสอบโดยวิธีอื่นๆ

ลำดับที่	ชนิดของวัสดุ	โดยการทดสอบวิธีอื่นๆ		โดยใช้สมการที่แก้ค่าแล้ว	
		ความหนาแน่นของวัสดุ, ρ (kg/m^3)	ค่ายังโมดูลัส, E (GPa)	ความหนาแน่นของวัสดุ, ρ (kg/m^3)	ค่ายังโมดูลัส, E (GPa)
1	Polystyrene	1050	3	1060	3.9
2	Nylon 66	1107.2	2.8	1110	3.7
3	Boron	2325.1	413.7	2340	507.8
4	Glass Quartz	2203	72.5	2203	75.8
5	Teflon	2214.4	0.4	2200	1.9

จากข้อมูลในตารางที่ 4.9 ค่ายังโมดูลัสของวัสดุจากการทดสอบโดยใช้สมการใหม่ที่แก้ค่าแล้ว ใกล้เคียงกันในกรณีที่วัสดุมีความหนาแน่นเท่ากัน เช่น Glass Quartz ซึ่งต่างกันไม่ถึง 5% แต่สำหรับวัสดุอื่นที่มีความหนาแน่นไม่เท่ากัน ค่ายังโมดูลัสของวัสดุจะมีค่าสูงกว่าค่าจากการทดสอบโดยวิธีอื่นๆ โดยเฉพาะ Teflon ซึ่งมีค่ามากกว่าถึง 3.75

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ในงานวิจัยนี้ มีวัตถุประสงค์เพื่อหาค่าแก้ของสมการคลื่นเสียงอุลตราโซนิกที่เหมาะสมในการทำนายค่ายังโมดูลัสและอัตราส่วนปัวส์ซองของวัสดุประเภทต่างๆ โดยใช้วิธีเปรียบเทียบกับวิธีการทดสอบแรงดึงสำหรับโลหะ และเปรียบเทียบกับวิธีอื่นๆ สำหรับวัสดุพวกที่เป็นอโลหะ จากผลการคำนวณพบว่า ค่าแก้และสมการใหม่ที่ได้ในสมการที่ (4.5) และ (4.6) สามารถทำนายค่ายังโมดูลัสและอัตราส่วนปัวส์ซองได้ในระดับหนึ่ง โดยค่ายังโมดูลัสจากการคำนวณมีค่ามากกว่าค่ายังโมดูลัสจากวิธีการทดสอบแรงดึงและวิธีอื่นๆ ทั้งนี้เนื่องจากความหนาแน่นของวัสดุที่นำมาเปรียบเทียบนั้นมีค่าไม่เท่ากัน ตลอดจนสมบัติแอนไอโซโทรปิกของวัสดุซึ่งขึ้นอยู่กับอุณหภูมิขณะขึ้นรูปวัสดุนั้น แต่สำหรับอัตราส่วนปัวส์ซอง พบว่า มีค่าไม่แตกต่างจากวัสดุดังกล่าวมากนัก

นอกจากนี้ ยังพบว่าค่ายังโมดูลัสของวัสดุแปรผกผันกับค่าอัตราส่วนปัวส์ซอง กล่าวคือ วัสดุใดที่มีค่ายังโมดูลัสมากจะมีค่าอัตราส่วนปัวส์ซองน้อย และวัสดุใดที่มีค่ายังโมดูลัสน้อยจะมีค่าอัตราส่วนปัวส์ซองมาก

เนื่องจากสมการที่คำนวณได้จากงานวิจัยนี้ใช้ได้ในระดับหนึ่งเท่านั้นจำเป็นต้องศึกษาหาค่าแก้โดยวิธีอื่นๆ โดยให้คำนึงถึงสมบัติของวัสดุแบบแอนไอโซโทรปิก ความหนาแน่นของวัสดุ และอุณหภูมิขณะขึ้นรูปวัสดุ เพื่อให้ได้ค่าแก้ที่ถูกต้องมากยิ่งขึ้นต่อไป

เอกสารอ้างอิง

1. Komura,H.Nakamura,Y.Ikgami,Toshiba Corp.,Yokohama,Japan;S.Nakada, M.Igeta,Japan Power Engineering & Inspection Corp.,Yokohama,Japan. 1998.Numerical Analysis of Elastic Wave Propagation on Simulating of Ultrasonic Examination. EU-JRC Int Conf Amsterdam.
<http://www.ndt.net/abstract/jrc98/data/113.html>.
2. Ulrich BohnenKamp and Rolf Sandstrom.1999. Evaluation of Density and The Elastic Modulus of steels.
http://www.brinell.kth.se/CONF99/Urlich_Bohnenkamp.html.
3. V.J.Garc'a and C.H.Schilling.1998. MODELS RELATING ULTRASONIC VELOCITY TO THE MICROSTRUCTURES OF GREEN AND SINTERED CERAMICS : A REVIEW.
<http://mse.iastate.edu/people/schilling/Ultrasonic/Ultrasonic.html>.
4. Tsung-Tsong WU.1999.Elastic Wave Propagation of Materials. Proc. Natl. Sci. Counc. ROC(A).23(6) : 703-715.
5. X.Q.Peng and J.Cao.2000. Numerical Determination of Mechanical Elastic Constants of Textile Composites.15th Annual Technical Conference of the American Society for Composite College Station, TX Sept.25-27,2000.
<http://www.mech.northwestern.edu/ampl/composite.html>.
6. Seiji Inaba, Shigeru Fujino and Kenji Morinaga.1999.Young's Modulus and Compositional Parameters of Oxide Glasses. J. Am. Ceram. Soc. 82(12) : 3501-3507.
7. G.D.Gwanmesia, J.Liu,G.Chen, S.Kensson, S.M.Rigden and R.C.Lieberman. 2000.Elasticity of the pyrope ($Mg_3Al_2Si_3O_{12}$)-maglorite($MgSiO_3$)garnets solid solution. Phys Chem Minerals. 27 : 445-452.
8. J.Kung, R.J.Angel and N.L.Ross.2001. Elasticity of $CaSnO_3$ perovskite. Phys Chem Minerals. 28 : 35-43.

9. Joseph B.Molyneux and Douglas R.Schmitt.2000.Compressional-wave velocities in attenuating media : A laboratory physical model study. GEOPHYSICS. 65(4) : 1162-1167.
10. M.Moner-Girona, E.Martinez, J.Esteve, A.Roig, R.Solanas and E.Molins.2002. Micromechanical properties of carbon-silica aerogel composites. Appl.Phys. A74 : 119-122.
11. K.W.Wojciechowski and K.V.Tretiakov.DETERMINATION OF ELASTIC CONSTANTS BY MONTE CARLO SIMULATIONS. Computational Methods in Science and Technology,Vol.1 : 25-29.
12. R.L.Weaver and J.A.Turner. DYNAMICS,VIBRATIONS AND WAVES. Studies in Stochastic Wave Propagation.
<http://www.engr.uiuc.edu/Publications/summary/theo1/theo1-6.html>.
13. H.LM.dos Reis. NONDESTRUCTIVE EVALUATION AND TESTING. Nondestructive Evaluation of Particle board. And Nondestructive Evaluation of Synthetic Ropes.
<http://www.uiuc.edu/colleges/en/summary/gen/NONDESTRUCTIVE.html>.
14. มานพ ดันตระบันฑิตย์,งานทดสอบวัสดุอุตสาหกรรม,สมาคมส่งเสริมเทคโนโลยี (ไทย-ญี่ปุ่น)พิมพ์ครั้งที่ 5,กรุงเทพฯ : ดวงกมลสมัย,2541.
15. สมนึก วัฒนศรีกุล, การตรวจสอบโดยใช้คลื่นเสียงอัลตราโซนิก, ภาควิชาวิศวกรรมการผลิต คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยี-พระจอมเกล้าพระนครเหนือ
16. Stefan Kocis and Zdenko Figura : Ultrasonics Measurements and Technologies,1stEdition,Chapman&Hall and Ister Science Limited Translation,Slovak Replublic,1996.
17. S.P.Timoshenko and J.N.Goodier : Theory of Elastic,3rdEdition,McGRAW-HILL INTERNATIONAL EDUCATION,Singapore,1970.
18. I.Malecki : Physical foundation of Technical Acoustics, PWN-Polish scientific, London,1989.
19. EUGENE A. AVALLONE AND THEODORE BAUMEISTER III : MARKS'STANDARD HANDBOOK FOR MECHANICAL ENGINEERS, 10th Edition,McGRAW-HILL INTERNATIONAL EDUCATION,Singapore,1997.

20. George E.Dieter : Mechanical Metallurgy SI Metric Edition, Mc-Graw-Hill Book ,Singapore,1988.
21. NATHAN H. COOK : MECHANICS AND MATERIALS FOR DESIGN,1st Edition, Mc-Graw-Hill Book , Singapore,1985.
22. เทพนรินทร์ ประพันธ์ และวิฑาร ดีปัญญา,วัสดุอุตสาหกรรม,กรุงเทพฯ : สกายบุ๊กส์,2539.
23. Ultrasonic Properties of Various Materials.
http://www.cnde.iastate.edu/ncce/UT_CC/sec.7.1/
24. Peter B.Nagy : INTRODUCTION TO ULTRASONICS. 2001.
<http://www.ase.uc.edu/~pnagy/AEEM728%20introduction%20Ultrasonics/part1.pdf>.
25. B.DERBY,D.A.HILLS and C.RUIZ : Materials for Engineering 1st Edition,Longman Scientific & Technical, Hong Kong,1992.
26. Elasticity, Elastic Properties. <http://230nsc1.phy-astr.gsu.edu/hbase/permot3.html>.
27. Table000 : Physical properties of Materials.
<http://ourworld.compuserve.com/homepages/MJVanVoorhis/t000.html>.
28. Gerard P.Michon : Final Answers Physics. Dynamic properties of Selected Substances. <http://home.att.net/~numericana/answer/physics.html>.
29. คู่มือการเลือกใช้วัสดุ,กรุงเทพฯ : เอ็มแอนด์อี,2521.
30. Semiconductor Products: Mechanical Properties.
<http://www.heraeus-optics.com/props/mechprop.html>