



แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากโครงสร้างระดับโมเลกุลของยางคกรูป  
ขณะรับแรงดึง

เชาวลักษณ์ เกาหมอ

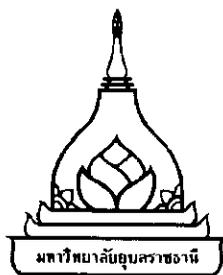
วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์  
มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี  
ปีการศึกษา 2558  
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยอุบลราชธานี



A MATHEMATICAL MODEL BASED ON MOLECULAR STRUCTURE  
OF VULCANIZED RUBBER UNDER TENSILE TESTS

CHAOWALUK THAOMO

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS  
FOR THE DEGREE OF MASTER OF ENGINEERING  
MAJOR IN MECHANICAL ENGINEERING  
FACULTY OF ENGINEERING  
UBON RATCHATHANI UNIVERSITY  
ACADEMIC YEAR 2015  
COPYRIGHT OF UBON RATCHATHANI UNIVERSITY



ใบรับรองวิทยานิพนธ์  
มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี  
ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์

เรื่อง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากโครงสร้างระดับโมเลกุลของยางคงรูปขณะรับแรงดึง

ผู้วิจัย นายเชาวลักษณ์ เกาหมอ

คณะกรรมการสอบ

ดร.ณัฐวิวัฒน์ พลดี	ประธานกรรมการ
ดร.รัชดา โสภาคะยัง	กรรมการ
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชวลิต ถิ่นวงศ์พิทักษ์	กรรมการ

อาจารย์ที่ปรึกษา

(ดร.รัชดา โสภาคะยัง)

(รองศาสตราจารย์ ดร.กุลเชษฐ์ เพียรทอง)

คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.อริยาภรณ์ พงษ์รัตน์)

รองอธิการบดีฝ่ายวิชาการ

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยอุบลราชธานี

ปีการศึกษา 2558

## กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ดร.รัชดา โสภาคะยัง กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชวลิต ถิ่นวงศ์พิทักษ์ และขอขอบพระคุณ ดร.ณัฐวิวัฒน์ พลดี อาจารย์ประจำ สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ที่ให้ความกรุณาเป็น ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ พร้อมทั้งให้คำแนะนำในการแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ขอขอบพระคุณ คณาจารย์ บุคลากร และเจ้าหน้าที่ เพื่อน พี่ ๆ และน้อง ๆ นักศึกษาปริญญาโท-เอก ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี ทุกท่านที่มีส่วน ช่วยเหลือในการดำเนินการวิจัยให้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ขอขอบพระคุณสถาบันวิจัยยาง กรมวิชาการเกษตร ที่ให้ความอนุเคราะห์อุปกรณ์เครื่องมือในการทดสอบและให้ความรู้เกี่ยวกับการออกแบบคงรูป วิธีการทดสอบคุณสมบัติการดึงยางทำให้การ ดำเนินการวิจัยให้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ท้ายนี้ คุณความดีและประโยชน์ใด ๆ อันเกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแต่ บิดา มารดา ครู อาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่าน

เชาวลักษณ์ เกาหมอ  
ผู้วิจัย

## บทคัดย่อ

- เรื่อง : แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากโครงสร้างระดับโมเลกุลของยางคงรูป  
ขณะรับแรงดึง
- ผู้วิจัย : เขาวลัักษณ์ เกาหมอ
- ชื่อปริญญา : วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
- สาขาวิชา : วิศวกรรมเครื่องกล
- อาจารย์ที่ปรึกษา: ดร.รัชดา โสภาคะยัง
- คำสำคัญ : แบบจำลองทางคณิตศาสตร์, การยืดหยุ่นแบบไม่เชิงเส้น, ไฮเปอร์อีลาสติก,  
ยางคงรูป

งานวิจัยนี้เป็นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากโครงสร้างระดับโมเลกุลของยางคงรูปขณะรับแรงดึง โดยมีสมมุติฐานว่ายางคงรูปประกอบด้วยโซ่โมเลกุล 2 แบบ คือ แบบพันธะกายภาพและแบบพันธะเคมี ซึ่งในช่วงเริ่มต้นของการรับแรงดึงโซ่โมเลกุลแบบพันธะกายภาพทั้งหมดจะถูกสมมุติให้เริ่มรับแรงทันที ก่อนที่จะค่อย ๆ หลุดออกจากกัน เมื่อเข้าสู่ช่วงครากโซ่โมเลกุลแบบพันธะกายภาพจะยังคงหลุดออกจากกัน ในขณะที่โซ่โมเลกุลแบบพันธะเคมีจะค่อย ๆ เริ่มรับแรง และเมื่อเข้าสู่ช่วงฮาร์ดเดนนิง เฉพาะโซ่โมเลกุลแบบพันธะเคมีเท่านั้นที่ถูกสมมุติให้มีบทบาทสำคัญในการรับแรง โดยโซ่โมเลกุลแบบพันธะเคมีเป็นจำนวนมากจะรับแรงอย่างรวดเร็วในช่วงแรงดึงนี้ แบบจำลองที่สร้างขึ้นนี้มีพารามิเตอร์ทั้งหมด 5 พารามิเตอร์ คือ  $E_p$ ,  $E_c$ ,  $\phi$ ,  $\alpha$  และ  $\beta$  โดยที่  $E_p$  และ  $E_c$  หมายถึงค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของพันธะกายภาพแต่ละพันธะและพันธะเคมีแต่ละพันธะตามลำดับ  $\phi$  แสดงถึงอัตราในการหลุดออกจากกันของพันธะกายภาพ ในขณะที่  $\alpha$  คือ ค่าพารามิเตอร์รูปร่าง และ  $\beta$  คือ ค่าพารามิเตอร์ขนาด ของฟังก์ชันการกระจายตัวแบบไวบูล ซึ่งแสดงลักษณะการกระจายตัวของพันธะเคมีในการรับแรงดึง ค่าพารามิเตอร์ทั้งหมดนี้หาได้จากระเบียบวิธีการประมาณค่าที่สมมูลกันของผลการคำนวณจากแบบจำลองกับผลการทดลองที่ได้จากการทดสอบดึงยาง โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นนี้สามารถแสดงพฤติกรรมเชิงกลของยางคงรูปได้ดีในทุกช่วงความเครียดขณะรับแรงดึง จากการเปรียบเทียบการผันแปรพารามิเตอร์ในแบบจำลองกับผลการทดสอบแรงดึงของยางคงรูปที่มีส่วนผสมทางเคมีแตกต่างกันพบว่า การเปลี่ยนแปลงค่า  $E_p$  มีความสัมพันธ์กับการเปลี่ยนแปลงปริมาณสารเคมีดำ (N330) ในขณะที่การเปลี่ยนแปลงค่า  $E_c$  มีความสัมพันธ์กับการเปลี่ยนแปลงปริมาณสารเตตระเมทิลไทยูแรมไดซัลไฟด์ (TMTD) และสารกำมะถัน (S) องค์ความรู้นี้สามารถนำไปพัฒนาต่อยอดแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้ ให้สามารถคาดการณ์พฤติกรรมเชิงกลของยางคงรูปที่ประกอบด้วยปริมาณสารเคมีที่แตกต่างกันได้

## ABSTRACT

TITLE : A MATHEMATICAL MODEL BASED ON MOLECULAR STRUCTURE OF  
 VULCANIZED RUBBER UNDER TENSILE TESTS  
 AUTHOR : CHAOWALUK THAOMO  
 DEGREE : MASTER OF ENGINEERING  
 MAJOR : MECHANICAL ENGINEERING  
 ADVISOR : RATCHADA SOPAKAYANG, Ph.D.  
 KEYWORDS : MATHEMATICAL MODEL, NONLINEAR ELASTICITY, HYPERELASTICITY,  
 VULCANIZED RUBBER

The aim of this research was to formulate a mathematical model based on the molecular structure of vulcanized rubber under tensile tests. The assumption of the model formulation was that the linkages of polymer chains in rubber could be classified as two different linkages, physical links and chemical links. In the first region of the tensile behavior, all physical links were assumed to be active before they gradually failed. In the yield region, the physical links were still failing while the chemical links were assumed to gradually become active. In the hardening region, only chemical linkages were assumed to play an important role on the tensile behavior, so the chemical links were progressively active in this region. The formulate model consisted of 5 parameters,  $E_p$ ,  $E_c$ ,  $\phi$ ,  $\alpha$  and  $\beta$ .  $E_p$  and  $E_c$  represented the modulus of elasticity of each physical link and chemical link respectively;  $\phi$  represented the failing rate of physical links;  $\alpha$  was the shape parameter;  $\beta$  was the scale parameter in Weibull distribution function which expressed the distribution of the activation of chemical links. The parameters in the model were determined by a curve fitting the numerical solution with the experimental data collected from vulcanized rubber in tensile tests. It was shown that the model was able to characterize the tensile behavior of vulcanized rubber very well in every region. The variation of the parameters in the model was compared with the experimental results of vulcanized rubbers with different amounts of chemical components during tensile testing. It was found that the variation of  $E_p$  related to the variation of the amount of carbon black (N330) while the variation of  $E_c$  related to the variation of the amount of tetra methyl thiuram disulphide (TMTD) and sulphur (S) in vulcanized rubber. It is anticipated that the findings from this research could be developed to produce an advanced mathematical model to predict the mechanical behavior of vulcanized rubber with various amounts of chemical components.

## สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ	ก
บทคัดย่อภาษาไทย	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ค
สารบัญ	ง
สารบัญตาราง	จ
สารบัญภาพ	ฉ
<b>บทที่ 1 บทนำ</b>	
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย	2
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
<b>บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง</b>	
2.1 โครงสร้างและการผลิตยางคงรูป	3
2.2 สมบัติวิสโคอิลาสติก	5
2.3 แบบจำลองของวัสดุวิสโคอิลาสติก	8
2.4 สมบัติไฮเปอร์อิลาสติกขณะรับแรงดึง	12
2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	13
<b>บทที่ 3 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการทดลอง</b>	
3.1 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	16
3.2 การทดลอง	20
<b>บทที่ 4 การวิเคราะห์และประมวลผลกับผลการทดลอง</b>	
4.1 ผลการทดลอง	29
4.2 การหาค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลอง	31
4.3 การวิเคราะห์ความผันแปรของพารามิเตอร์	32
<b>บทที่ 5 สรุปผล</b>	37
เอกสารอ้างอิง	38
ภาคผนวก	40
ประวัติผู้วิจัย	52

## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
3.1	สูตรของสารเคมีที่ปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม TMTD	22
3.2	สูตรของสารเคมีที่ปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม S	22
3.3	สูตรของสารเคมีที่ปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม N330	23

## สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
2.1	การจับยึดระหว่างโซโมเลกุลของยางกับอะตอมของกำมะถัน	4
2.2	ภาพถ่าย Scanning Electron Microscope ของยางเติมคาร์บอนดำ 20 phr	4
2.3	การคืบตัวที่เป็นฟังก์ชันของเวลาที่เวลาใด ๆ	5
2.4	การคลายความเค้นที่เป็นฟังก์ชันของเวลาที่เวลาใด ๆ	6
2.5	พฤติกรรมของการเกิดสูญเสียฮีสเตอร์ซิส	6
2.6	การทดสอบดึงเป็นวงรอบ	7
2.7	การจำลองพฤติกรรม	8
2.8	แบบจำลองแมกซ์เวล	9
2.9	แบบจำลองเคลวิน	10
2.10	แบบจำลองมาตรฐานลิเนียร์โซลิด	11
2.11	พฤติกรรมแบบไม่เป็นเชิงเส้นของยาง	12
2.12	โครงข่ายโซโมเลกุล	13
2.13	การเปลี่ยนแปลงโครงสร้างสร้างภายในยาง	13
2.14	การตอบสนองระหว่างแรงกับระยะยืด	14
3.1	การออกแบบแบบจำลองโดยเลียนแบบการเชื่อมต่อกันภายในยางคงรูป	17
3.2	แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของยางคงรูปขณะรับแรงดึง	17
3.3	การตัดยางแท่งให้มีขนาดพอเหมาะในการเข้าเครื่องบดผสม	23
3.4	นำยางและสารเคมีมาชั่งน้ำหนักตามสูตรผสม	24
3.5	การเตรียมส่วนผสมสารเคมีตามสูตรที่กำหนด	24
3.6	นำยางเข้าเครื่องบดและผสมสารเคมี	25
3.7	การตัดเป็นชิ้นตามบล็อกแผ่นยางก่อนอบคงรูป	25
3.8	นำยางเข้าเครื่อง Mooney viscometer	26
3.9	นำยางมาเข้าบล็อกเพื่อเตรียมจะเข้าเครื่องอบคงรูปยาง	26
3.10	การแกะยางออกจากบล็อก	27
3.11	การทดสอบดึงยาง	27
3.12	ขนาดชิ้นงานทดสอบ (หน่วย: มิลลิเมตร)	28
4.1	ผลการทดสอบดึงชิ้นงานยางที่ปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม TMTD	29
4.2	ผลการทดสอบดึงชิ้นงานยางที่ปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม S	30
4.3	ผลการทดสอบดึงชิ้นงานยางที่ปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม N330	30
4.4	วิธีการหาค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นที่เหมาะสมจากผลการทดสอบดึงยาง	31
4.5	ผลการเปรียบเทียบค่าความเค้นและความเครียดของผลการทดลองกับแบบจำลอง	32
4.6	ผลที่เกิดขึ้นจากพันธะภายในของยางคงรูปขณะรับแรงดึง	33

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
4.7	ผลที่เกิดขึ้นกับแบบจำลองจากการเลือกเปลี่ยนค่า $E_p = 10, E_p = 3, E_p = 0.1$	33
4.8	ผลที่เกิดขึ้นกับแบบจำลองจากการเลือกเปลี่ยนค่า $E_c = 30, E_c = 15, E_c = 1$	34
4.9	ผลที่เกิดขึ้นกับแบบจำลองจากการเลือกเปลี่ยนค่า $\phi = 0.01, \phi = 0.8041, \phi = 10$	34
4.10	ผลที่เกิดขึ้นกับแบบจำลองจากการเลือกเปลี่ยนค่า $\alpha = 0.01, \alpha = 1.267, \alpha = 10$	35
4.11	ผลที่เกิดขึ้นกับแบบจำลองจากการเลือกเปลี่ยนค่า $\beta = 0.01, \beta = 5.491, \beta = 10$	35

## บทที่ 1

### บทนำ

#### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันการแข่งขันทางด้านธุรกิจอุตสาหกรรมเพิ่มสูงขึ้น การพัฒนาวัสดุวิศวกรรมเพื่อให้ได้วัสดุที่เหมาะสมและคุ้มค่าต่อการใช้งานก็เป็นส่วนสำคัญที่จะทำให้อุตสาหกรรมสามารถพัฒนายิ่งขึ้น วัสดุที่มีความสำคัญต่องานทางด้านวิศวกรรมประเภทหนึ่ง คือ ยางคงรูป การผลิตยางคงรูปเพื่อให้มีคุณสมบัติเชิงกลที่เหมาะสมต่อการใช้งานทางวิศวกรรมนั้นต้องสิ้นเปลืองค่าใช้จ่ายและเวลาในการลองผิดลองถูกสูงมาก เนื่องจากยางพาราในปัจจุบันมีราคาสูง แต่หากเราสามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สามารถอธิบายและคาดคะเนพฤติกรรมกรรมการรับภาระแรงของยางได้ จะเป็นการลดค่าใช้จ่ายในการวิจัยและการผลิตผลิตภัณฑ์ยางได้อย่างมาก อีกทั้งยังสามารถพัฒนาผลิตภัณฑ์ยางให้มีคุณสมบัติดีขึ้นได้อีกด้วย

จากงานวิจัยที่ผ่านมา โดยทั่วไปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายพฤติกรรมเชิงกลของยางคงรูปเป็นแบบจำลองที่อธิบายปรากฏการณ์เชิงกลของยาง โดยตัวแปรภายในแบบจำลองไม่มีความหมายทางกายภาพที่สัมพันธ์กับโครงสร้างภายในของยาง ซึ่งจะเรียกแบบจำลองลักษณะนี้ว่าแบบจำลองเชิงปรากฏการณ์ (Phenomenological model) เช่น แบบจำลองอ็อกเดน (Ogden model) และมูลนีรีฟลิน (Mooney-Rivlin model) เป็นต้น [1] งานวิจัยนี้มุ่งเน้นที่จะสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งตัวแปรภายในแบบจำลองมีความสัมพันธ์กับลักษณะทางกายภาพของโครงสร้างภายในยาง โดยจะเรียกแบบจำลองลักษณะนี้ว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงโครงสร้าง (Structural model) ซึ่งแบบจำลองในงานวิจัยจะมุ่งอธิบายการเปลี่ยนแปลงของโครงสร้างภายในที่สำคัญของยางคงรูปขณะรับแรงดึงโดยใช้แนวคิดจากงานวิจัยเรื่อง Elastic and viscoelastic properties of a type I collagen fiber [2] ซึ่งเป็นการจำลองการเปลี่ยนแปลงกายภาพของโครงสร้างภายในของวัสดุขณะรับแรงแบบคลายความเค้น (Relaxation) เพื่ออธิบายคุณสมบัติวิสโคอีลาสติกและอีลาสติกของคอลลาเจนไฟเบอร์

ส่วนประกอบสำคัญของโครงสร้างภายในของยางคงรูป คือ โซโมเลกุลของยางซึ่งมีการเชื่อมต่อกันด้วยพันธะเคมีเป็นโครงร่างตาข่าย (Crosslinks) และโซโมเลกุลที่พันกันอยู่ทางกายภาพโดยไม่มี การเชื่อมโยงด้วยพันธะทางเคมี การเชื่อมต่อกันของโซโมเลกุลนี้สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 แบบ คือ การเชื่อมต่อกันทางกายภาพและการเชื่อมต่อกันด้วยพันธะเคมี ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ภายใต้สมมุติฐานที่ว่า ในช่วงเริ่มต้นของพฤติกรรมกรรมการรับแรงดึงนั้นโซโมเลกุลที่เชื่อมต่อกันทางกายภาพทั้งหมดและโซโมเลกุลที่เชื่อมต่อกันทางพันธะเคมีบางส่วนมีบทบาทสำคัญในการรับแรง เมื่อเข้าสู่ช่วงครากโซโมเลกุลที่เชื่อมต่อกันทางกายภาพจะเริ่มหลุดออกจากกัน จึงส่งผลให้ค่าโมดูลัสของยางมีค่าลดลง และเมื่อเข้าสู่ช่วงฮาร์ดเดนนิ่งโซโมเลกุลที่เชื่อมต่อกันทางพันธะเคมีในส่วนที่ยังไม่รับแรงจะเริ่มรับแรงจึงส่งผลให้ค่าโมดูลัสของยางมีค่าเพิ่มขึ้นโดยค่าพารามิเตอร์ใน

แบบจำลองที่สร้างขึ้นจะสามารถนำไปสร้างความสัมพันธ์กับปริมาณของสารเคมีที่ใช้ผสมยางในสูตรต่าง ๆ ได้ และผลจากการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองจะถูกนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดสอบแรงดึง (Tensile test) ยางคงรูปที่มีส่วนผสมของสารเคมีแตกต่างกันซึ่งจะทำให้สามารถคาดการณ์พฤติกรรมเชิงกลของยางคงรูปที่มีส่วนผสมต่างกันได้อีกต่อไป

## 1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1.2.1 เพื่อให้ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่พารามิเตอร์ในแบบจำลองมีความสอดคล้องกับโครงสร้างของยาง

1.2.2 เพื่อให้ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงโครงสร้างที่สามารถอธิบายพฤติกรรมเชิงกลและการเปลี่ยนแปลงเชิงโครงสร้างของยางคงรูปขณะรับแรงดึง

## 1.3 ขอบเขตงานวิจัย

1.3.1 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากโครงสร้างภายในของยางคงรูปโดยเลียนแบบพฤติกรรมของการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างภายในขณะรับแรงดึง

1.3.2 เขียนสมการทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายพฤติกรรมของยางคงรูปขณะรับแรงดึง

1.3.3 ทำการทดลองเพื่อหาพฤติกรรมเชิงกลขณะรับแรงดึงของยางคงรูปที่มีส่วนผสมต่างกัน

1.3.4 หาค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น โดยระเบียบวิธีการประมาณค่าที่สมมูลกัน (Curve fitting) ของผลการคำนวณจากแบบจำลองกับผลการทดลองของยางคงรูปขณะรับแรงดึง

1.3.5 ศึกษาความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์กับคุณสมบัติเชิงกายภาพของยางคงรูป โดยเปรียบเทียบผลการคำนวณจากแบบจำลองกับผลการทดลอง

## 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.4.1 ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สามารถอธิบายพฤติกรรมเชิงกลของยางคงรูปขณะรับแรงดึงได้ในทุกช่วงความเครียด โดยพารามิเตอร์ในแบบจำลองมีความสัมพันธ์กับปริมาณสารเคมีที่ใช้ในการผสมยาง

1.4.2 ได้องค์ความรู้พื้นฐานในการพัฒนาแบบจำลองที่สามารถคาดการณ์พฤติกรรมเชิงกลของยางคงรูปที่มีส่วนผสมทางเคมีต่างกันได้ในอนาคต

## บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

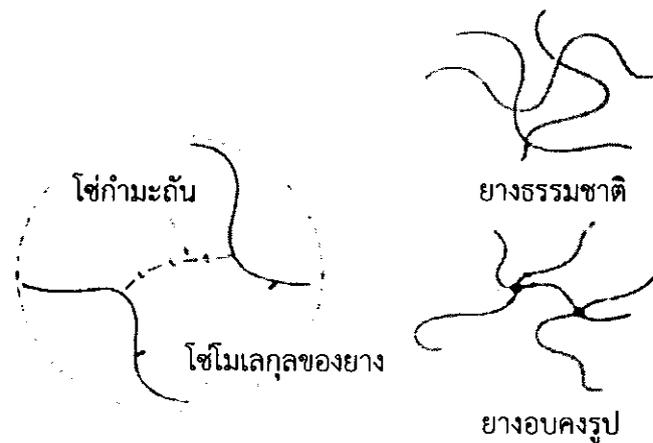
จากการศึกษาที่ผ่านมาพบว่าอย่างก่อนผ่านการอบคงรูป (Prevulcanized rubber) จะแสดงพฤติกรรมเชิงกลเหมือนกับวัสดุวิสโคอิลาสติก (Viscoelastic) ในขณะที่ยางหลังอบคงรูปหรือเรียกว่า ยางคงรูป (Vulcanized rubber) จะแสดงความเป็นวิสโคอิลาสติกน้อยลงจนไม่ส่งผลอันเป็นนัยสำคัญ ต่อพฤติกรรมเชิงกลของยางคงรูป ดังนั้นในงานวิจัยหลาย ๆ งาน [3] จึงสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายพฤติกรรมของยางคงรูป โดยสมมุติให้ยางคงรูปมีคุณสมบัติทางกลแบบไฮเปอร์อิลาสติก (Hyperelastic) โดยบทนี้จะอธิบายถึงความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับโครงสร้างภายในที่สำคัญของยางคงรูป คุณสมบัติวิสโคอิลาสติกและไฮเปอร์อิลาสติกที่พบในยาง รวมถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งใช้เป็นพื้นฐานในการทำวิจัยสำหรับวิทยานิพนธ์นี้

### 2.1 โครงสร้างและการผลิตยางคงรูป

เนื่องจากยางดิบ (Natural rubber) ที่เราได้มาจากยางพารามีสมบัติไม่เหมาะสมที่จะนำไปใช้งาน โดยตรง จึงจำเป็นต้องมีกระบวนการปรับปรุงคุณสมบัติโดยการผสมยางดิบกับสารเคมีต่างๆ เพื่อให้ยางมีคุณสมบัติที่เหมาะสมกับการใช้งานต่างๆ ตามที่ต้องการ สารตัวเติม (Filler) เป็นสารที่ใช้ผสมกับยางดิบเพื่อช่วยเสริมแรง (Reinforcement) เช่น เพิ่มความต้านทานแรงดึง เพิ่มความทนต่อการสึกกร่อน โดยโครงสร้างทางเคมีที่มีบทบาทสำคัญต่อความยืดหยุ่นและความแข็งแรงของยางคงรูป โดยหลัก ๆ มีดังนี้

#### 2.1.1 โครงสร้างทางเคมีที่ส่งผลต่อความยืดหยุ่นและทนต่อแรงดึง [3]

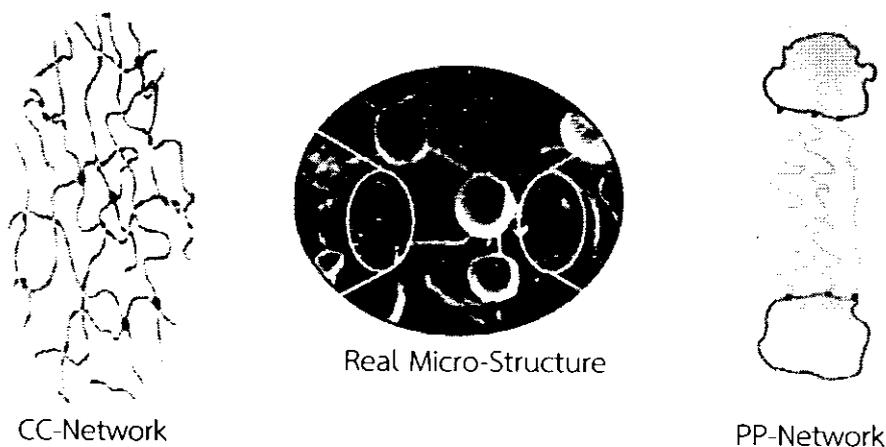
กระบวนการอบคงรูปยาง (Vulcanization) โดยทั่วไปจะใช้กำมะถัน (Sulphur) เติมลงไป ในยางดิบ ซึ่ง กำมะถันจะทำหน้าที่เป็นตัวยึดจับระหว่างห่วงโซ่โพลีเมอร์ของยาง การเติมกำมะถันจะเติมขณะบดผสมยางกับสารเคมีต่าง ๆ ก่อนนำยางไปอบคงรูป เมื่อนำยางที่บดผสมกับสารเคมีไปอบคงรูปจะทำให้กำมะถันได้รับความร้อนและกำมะถันจะเป็นตัวกลางในการเชื่อมต่อห่วงโซ่โพลีเมอร์ของยาง ทำให้ยางมีความยืดหยุ่น แข็งแรงและทนทานต่อแรงดึง ซึ่งการจับยึดโซ่โพลีเมอร์อธิบายได้ดังภาพที่ 2.1 การจับยึดระหว่างโซ่โพลีเมอร์ของยางกับอะตอมของกำมะถัน การเกิดพันธะการเชื่อมต่อ (Crosslinks) ของกำมะถันจะเกิดได้ดีเมื่อผสมร่วมกับสารตัวกระตุ้น (Activator) และสารตัวเร่ง (Accelerator) ตัวกระตุ้นที่ใช้ทั่วไปคือ ซิงค์ออกไซด์และกรดสเตียริก ซึ่งทำหน้าที่เพิ่มจำนวนพันธะเคมีทำให้ยางมีความแข็งแรงขึ้น สารตัวเร่งจะช่วยเพิ่มอัตราความเร็วและประสิทธิภาพของปฏิกิริยากระบวนการยางคงรูป



ภาพที่ 2.1 การจับยึดระหว่างโซ่โมเลกุลของยางกับอะตอมของกำมะถัน [1]

### 2.1.2 โครงสร้างทางเคมีที่ส่งผลต่อความแข็งแรง [3]

การเติมผงคาร์บอนดำระหว่างกระบวนการบดผสมยางนั้นจะมีผลทำให้ยางนั้นมีความแข็งแรงมากขึ้นและยังเป็นการเติมสีให้กับยาง เราแบ่งผงคาร์บอนดำออกเป็น 3 ประเภทดังนี้ แลมป์ (Lamp) เป็นผงคาร์บอนดำทำให้ยางมีสี ชาย์เนล (Channel) เป็นผงคาร์บอนดำทำให้ยางขยายตัวมากขึ้นและเสริมแรงได้บ้าง เฟอแนส (Furnace) เป็นผงคาร์บอนดำทำให้ยางเสริมแรงได้มากที่สุด ผงคาร์บอนดำยังเป็นสารที่เติมเข้าไปให้แทรกตัวระหว่างโซ่โมเลกุลของโครงข่ายโพลีเมอร์ โดยอะตอมเดี่ยวของคาร์บอนที่เติมเข้าไปจะอยู่ในช่องว่างของโครงข่ายทำให้คุณสมบัติของยางเปลี่ยนไป สิ่งแรกที่เกิดขึ้นได้คือความแข็งของยาง และเวลาการอบคงรูป ปัจจัยสำคัญในการเสริมแรงของผงคาร์บอนดำ คือ การเกาะกันของอนุภาคผงคาร์บอนดำและขนาดของผงคาร์บอนดำ ผงคาร์บอนดำที่มีอนุภาคเกาะกันแน่นมากจะทำให้ยางเพิ่มการต้านทานต่อการขยายตัวของรอยฉีกขาดและเพิ่มความต้านทานการล้าตัวอีกด้วย โดยภาพที่ 2.2 ภาพถ่าย Scanning Electron Microscope ของยางเติมคาร์บอนดำ 20 phr



ภาพที่ 2.2 ภาพถ่าย Scanning Electron Microscope ของยางเติมคาร์บอนดำ 20 phr [4]

## 2.2 สมบัติวิสโคอีลาสติก (Viscoelastic properties) [3]

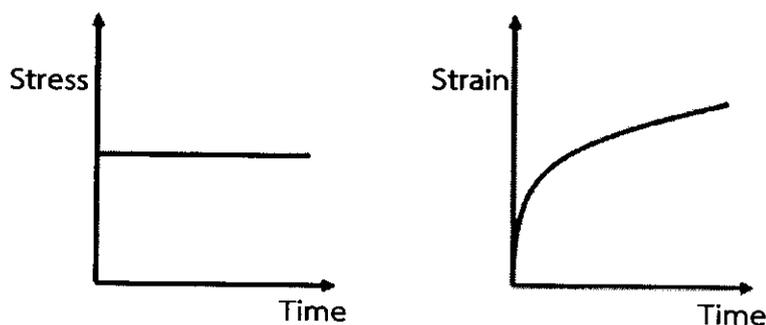
สำหรับวัสดุที่มีคุณสมบัติแบบวิสโคอีลาสติก เมื่อมีแรงกระทำต่อโซโม่เลกุลของยาง การตอบสนองต่อแรงที่กระทำต่อโซโม่เลกุลจะมีลักษณะต่างจากวัสดุที่มีคุณสมบัติแบบอีลาสติก ซึ่งค่าความเครียดจะแปรผันกับค่าความเค้นโดยที่ไม่มีตัวแปรของเวลาเข้ามาเกี่ยวข้อง แต่กรณีของวัสดุแบบวิสโคอีลาสติก โซโม่เลกุลจะยึดตัวอย่างช้า ๆ จนถึงสภาวะที่โซโม่เลกุลทุกโซ่ตอบสนองต่อแรงกระทำอย่างสมบูรณ์และเมื่อกำจัดแรงกระทำออก โซโม่เลกุลจะค่อย ๆ เรียงตัวสู่ช่องว่าง และความเครียดจะลดลงสู่สภาวะเดิมก่อนที่โครงสร้างจะมีแรงมากระทำ ซึ่งพฤติกรรมวิสโคอีลาสติก เป็นกระบวนการย้อนกลับไม่ได้ และมีการสูญเสียพลังงานในแต่ละรอบของวัฏจักรของการเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง

ทฤษฎีคุณสมบัติวิสโคอีลาสติกนั้นมีนักฟิสิกส์หลายท่านที่ให้ความสนใจ เช่น แมกซ์เวล (Maxwell) โบลท์แมน (Boltzman) และเคลวิน (Kelvin) พวกเขาสนใจในส่วนของคุณสมบัติการคืบตัว (Creep) และการคืนตัว (Recovery) ของวัสดุทั้งให้คำจำกัดความและทฤษฎีเพิ่มเติมจนคุณสมบัติวิสโคอีลาสติกกลายเป็นหัวข้อสำคัญทางวิศวกรรมเพราะการเพิ่มขึ้นของการใช้งานวัสดุประเภทนี้ และข้อจำกัดด้านคุณสมบัติในการออกแบบผลิตภัณฑ์

สำหรับพฤติกรรมเชิงกลของคุณสมบัติวิสโคอีลาสติกของวัสดุโดยทั่วไป สามารถแยกได้เป็น 3 แบบ ดังนี้

### 2.2.1 การคืบ (Creep)

พฤติกรรมการคืบเป็นการแสดงความสัมพันธ์ของค่าความเค้นและความเครียดกับเวลา คือ เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำวัสดุที่คุณสมบัติเป็นแบบวิสโคอีลาสติก โดยกำหนดให้แรงกระทำคงที่ (ค่าความเค้นคงที่) ตลอดเวลาของการให้ภาระกระทำ จะสามารถอธิบายพฤติกรรมการคืบ ดังภาพที่ 2.3 การคืบตัวที่เป็นฟังก์ชันของเวลาที่เวลาใด ๆ ซึ่งส่งผลให้ค่าความเครียดที่เกิดขึ้นจะแปรผันไปตามเวลา (Time dependent) ยิ่งเวลามากขึ้นค่าของความเครียดก็จะมากขึ้นตามเวลา คือ สามารถยืดออกไปเรื่อย ๆ โดยใช้แรงดึงเท่าเดิม

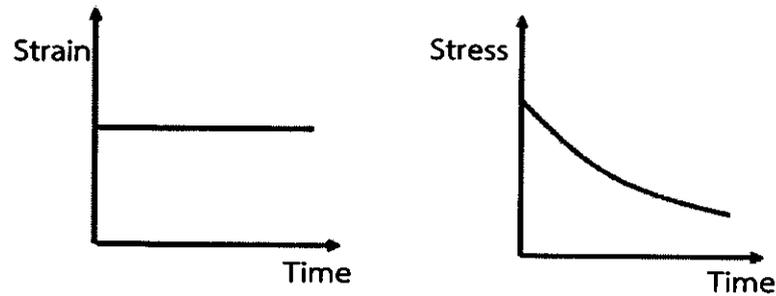


ภาพที่ 2.3 การคืบตัวที่เป็นฟังก์ชันของเวลาที่เวลาใด ๆ

### 2.2.2 การคลายความเค้น (Stress relaxation)

พฤติกรรมการคลายความเค้นจะมีลักษณะตรงข้ามกับพฤติกรรมการคืบ คือ การคลายความเค้นเป็นการให้แรงภายนอกกระทำกับวัสดุแบบวิสโคอีลาสติก ให้เปลี่ยนแปลงรูปร่างระยะหนึ่ง แล้วจึงกำหนดให้รูปร่างคงที่ คือ การให้ความเครียดคงที่นั่นเอง สามารถอธิบายพฤติกรรมการคลาย

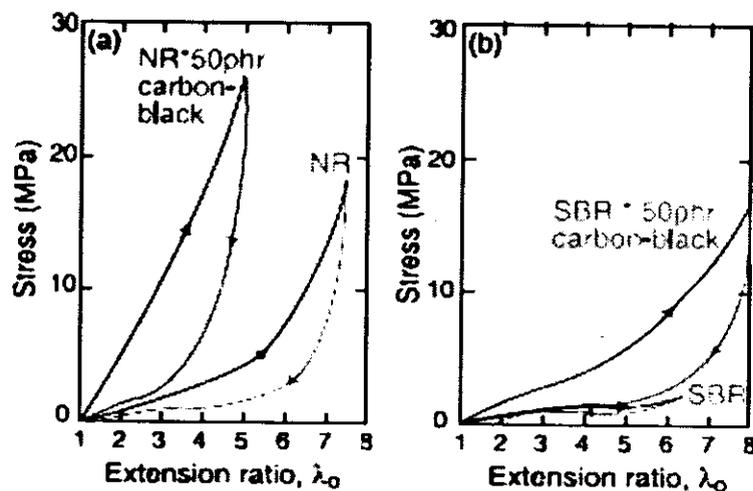
ความเค้นได้ดังภาพที่ 2.4 การคลายความเค้นที่เป็นฟังก์ชันของเวลาที่เวลาใด ๆ จะมีผลทำให้ความเค้นที่เกิดขึ้นในช่วงแรกของการดึงเป็นค่าสูงสุดและจะค่อย ๆ ลดลงตามระยะเวลา ยิ่งเวลามากขึ้นค่าของความเค้นก็จะลดลงตามเวลา คือ แรงต้านการดึงลดลงที่ระยะยืดเท่าเดิม



ภาพที่ 2.4 การคลายความเค้นที่เป็นฟังก์ชันของเวลาที่เวลาใด ๆ

### 2.2.3 การเกิดฮิสเทอรีซิส (Hysteresis) [1]

ภายใต้ภาระที่เป็นแบบวนรอบ (Cyclic load) วัสดุประเภทยางจะมีการกระจายของพลังงานทำให้เกิดผลกระทบที่เรียกว่า ฮิสเทอรีซิส (Hysteresis) ที่สภาวะคงตัวจะค่อนข้างแตกต่างจากสภาวะเริ่มต้น ในทางที่เติมสารประกอบที่เรียกว่า Stress-induced softening บางครั้งจะกล่าวถึงความเสียหายซึ่งมีสาเหตุมาจากโครงข่ายโมเลกุลที่แยกขาดออกจากกัน และจากการแยกตัวระหว่างโมเลกุลของยางกับสารประกอบ ถึงแม้ว่ายางจะมีความแข็งแรงภายใต้สภาวะภาระที่แน่นอน ในที่นี้จะอธิบายกรณีสภาวะที่ยางอ่อนตัวลง ดังแสดงในภาพที่ 2.5 พฤติกรรมการเกิดสูญเสียฮิสเทอรีซิส (Hysteresis loss) เป็นการดึงแบบสองแนวแกนเท่ากันของยางธรรมชาติเทียบกับยางธรรมชาติเติมผงคาร์บอนดำ 50 phr และการดึงยางสังเคราะห์ Styrene butadiene rubber (SBR) ปกติเทียบกับ SBR เติมผงคาร์บอนดำ 50 phr



ภาพที่ 2.5 พฤติกรรมการเกิดสูญเสียฮิสเทอรีซิส [1]

กลไกที่ส่งผลสำหรับการเกิดฮิสเตอร์ีซิสของยาง มี 5 ประการหลัก ๆ ดังนี้

#### 2.2.3.1 ความเสียดทานภายใน (Internal friction)

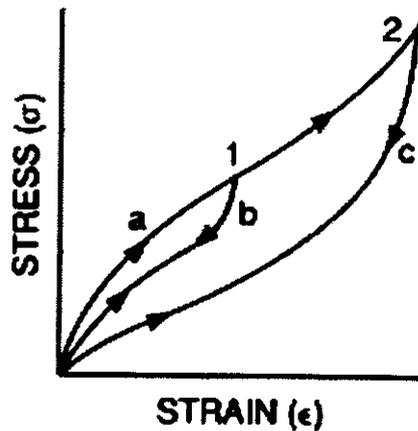
ความเสียดทานที่เกิดขึ้นภายใน เป็นผลลัพธ์แรกของการจัดเรียงตัวใหม่ของโครงสร้างโมเลกุลหลังจากได้รับภาระและการสั่นไถลของโซ่โมเลกุล ปรากฏการณ์ของความเสียดทานภายในหรือความหนืดภายในขึ้นอยู่กับสถานะที่อุณหภูมิสูง ปัจจัยที่ขึ้นอยู่กับอุณหภูมินี้เองอาจใช้อธิบายได้จากแนวคิดการไหลแบบหนืด คือ ความหนืดจะลดลงเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น

#### 2.2.3.2 Strain-induced crystallization

การยืดตัวมาก (Large extension) และการหดกลับ (Retraction) หลาย ๆ ครั้งของวัสดุอีลาสโตเมอร์จะช่วยเพิ่มอัตราการก่อตัวและอัตราการสลายของผลึกได้ ระหว่างช่วงการหดกลับ อัตราการคลายความเค้นมีค่าเกินอัตราการยืดตัวของโซ่โมเลกุล เมื่อพิจารณาจากภาพที่ 2.5 จะเห็นว่ายางธรรมชาติแสดงพฤติกรรมฮิสเตอร์ีซิสมากกว่าพอลิเมอร์สังเคราะห์

#### 2.2.3.3 การอ่อนตัวของความเค้น (Stress softening)

การปรับเปลี่ยนและการขึ้นรูปใหม่ ของโครงข่ายโครงสร้างของยางจากการรับภาระครั้งแรก ส่งผลให้ความแข็งแรงลดลงและคุณสมบัติของแดมปีง (Damping) เปลี่ยนไปในวัสดุยางเติมผงคาร์บอนดำ พฤติกรรมลักษณะนี้เรียกว่า ผลกระทบของมุลลิน (Mullin's effect)



ภาพที่ 2.6 การทดสอบดึงเป็นวงรอบ (Cyclic load) [1]

จากภาพที่ 2.6 แสดงว่าในการทดสอบดึงแบบวงรอบ วัสดุถูกใส่ภาระในลักษณะดึงจากเริ่มต้น จนถึงสถานะความเครียด "1" เส้นกราฟวิ่งไปตามเส้นทาง "a" เมื่อปล่อยภาระออกเส้นกราฟจะวิ่งกลับ กราฟความเค้นกับความเครียดจะวิ่งไปตามเส้นทาง "b" ถ้าใส่ภาระต่อไปอีกจนถึงจุด "2" เส้นกราฟจะไม่ย้อนกลับทางเดิม และเมื่อปล่อยภาระการคืนตัวจะกลับมาตามเส้นทาง "c" ผลลัพธ์จากกราฟแสดงให้เห็นถึงความแข็งแรงที่ลดลงในวัสดุ ลักษณะของพฤติกรรมการอ่อนตัวของความเค้นนอกจากการเปลี่ยนแปลงและการก่อรูปใหม่ของโครงสร้างของยาง ยังมีผลกระทบของสารประกอบทางเคมี ความเสียหายโครงสร้างระดับอนุภาค ความเสียหายของโซ่โมเลกุล และการขึ้นรูปที่ไม่สำเร็จ กลไกเหล่านี้มีส่วนให้เกิดการขยายตัวมากขึ้นของอนุภาคของยาง

#### 2.2.3.4 ความเสียหายของโครงสร้าง (Structural breakdown)

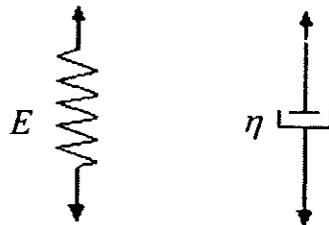
ในยางเติมผงคาร์บอนดำ อนุภาคของคาร์บอนดำจะก่อตัวเป็นร่างแห และพื้นผิวจะมีการเชื่อมต่อกัน มีการพันเกลียวของโครงข่ายของโซ่โมเลกุลระหว่างกระบวนทำให้ยางคงรูป ถ้าหากมีการเสียหาย หรือแยกตัวระหว่างชั้นโมเลกุลจะทำให้พันธะไม่แข็งแรง เป็นสาเหตุให้เกิดพฤติกรรมฮิสเทอรีซิสได้

#### 2.2.3.5 ขอบเขตของการเสียรูป (Domain deformation)

การพิจารณาความเค้น ความหนืดยืดหยุ่นแบ่งออกเป็น 2 กรณี ในกรณีที่เป็นความยืดหยุ่นสมบูรณ์ การเกิดพฤติกรรมฮิสเทอรีซิส จะเกิดในช่วงที่ไม่กว้าง แต่ในกรณีที่ยางขึ้นรูปอย่างถาวรและไม่มี ความยืดหยุ่น โอกาสที่พฤติกรรมฮิสเทอรีซิส จะเกิดในช่วงที่กว้างมีมากขึ้น

### 2.3 แบบจำลองของวัสดุวิสโคอีลาสติก (Viscoelastic material models) [5]

แบบจำลองทางกลที่ถูกนำมาใช้ทำนายพฤติกรรมวิสโคอีลาสติกของวัสดุที่ใช้กันบ่อยครั้งมี 3 แบบจำลองด้วยกัน คือ แบบจำลองแมกซ์เวล (Maxwell model) แบบจำลองเคลวิน (Kelvin model) แบบจำลองสแตนด์ตาร์ดลิเนียร์โซลิด (Standard linear solid model) ซึ่งการวิเคราะห์ความเค้น ความเครียดจากแบบจำลองพฤติกรรมเชิงกลของวัสดุอย่าง จะแสดงพฤติกรรมทั้งความแข็งแรงและความหนืด แทนความแข็งแรงด้วยความยืดหยุ่นของสปริง (Spring element) ตามกฎของฮุกและแทนความหนืดของเหลวด้วยตัวหน่วง (Dashpot element) ตามกฎของนิวตัน (Newton's law) ดังภาพที่ 2.7 การจำลองพฤติกรรม



(ก) ความยืดหยุ่น (ข) ความหนืด

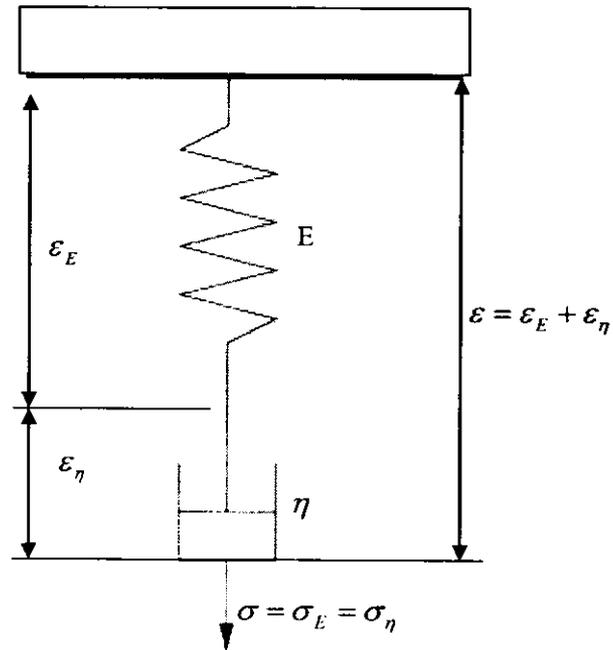
ภาพที่ 2.7 การจำลองพฤติกรรม [5]

เมื่อ  $E$  คือ โมดูลัสความยืดหยุ่นของสปริง  
 $\eta$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความหนืดของตัวหน่วง

#### 2.3.1 แบบจำลองแมกซ์เวล (Maxwell model)

กำหนดสมมติฐานให้ประกอบด้วยสปริงกับตัวหน่วง (Dashpot) ซึ่งต่ออนุกรมกัน ดังภาพที่ 2.8 แบบจำลองแมกซ์เวล เมื่อมีการใส่ภาระเข้าไปแบบจำลองชนิดนี้ จะเกิดการเคลื่อนที่ทันทีทันใด โดยเกิดจากความยืดหยุ่นของสปริงที่รับภาระก่อนจากนั้น จะเกิดการคืบโดยคุณสมบัติของตัวหน่วง ในทางกลับกันเมื่อระยะยืดคงที่ ภาระที่ใส่เข้าไปจะเริ่มลดลงสอดคล้องกับสมการเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential equation) แบบจำลองแมกซ์เวลจะสามารถจำลองพฤติกรรมการคลายความเค้นได้

ใกล้เคียงกับวัสดุจริงมากกว่าการคืบ ความเครียดทั้งหมดที่เกิดขึ้นเป็นผลรวมกันระหว่างค่าความเครียดของชิ้นส่วนสปริงและชิ้นส่วนตัวหน่วง



ภาพที่ 2.8 แบบจำลองแมกซ์เวลล์

จากกฎของฮุก  $\sigma_E = E \cdot \epsilon_E$  อัตราความเครียดของสปริงยืดหยุ่นอุดมคติสามารถเขียนได้

$$\dot{\sigma}_E = E \cdot \dot{\epsilon}_E \quad , \quad \dot{\epsilon}_E = \frac{\dot{\sigma}_E}{E} \quad (2.1)$$

จากกฎของนิวตัน  $\sigma_\eta = \eta \cdot \dot{\epsilon}_\eta$  อัตราความเครียดของชิ้นส่วนตัวหน่วง สามารถเขียนได้

$$\dot{\epsilon}_\eta = \frac{\sigma_\eta}{\eta} \quad (2.2)$$

ฉะนั้น แบบจำลองของแมกซ์เวลล์ เกิดจากผลรวมของอัตราความเครียด  $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_E + \dot{\epsilon}_\eta$  จากสมการที่ (2.1) และสมการที่ (2.2) สามารถเขียนได้ดังนี้

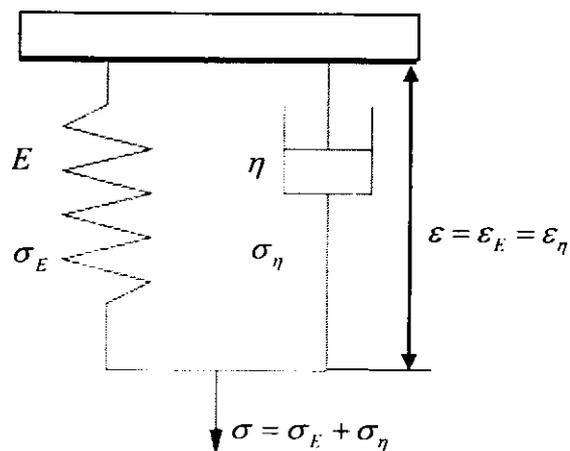
$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}_E}{E} + \frac{\sigma_\eta}{\eta} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (2.3)$$

เมื่อ  $E$  คือ โมดูลัสความยืดหยุ่นของสปริง

$\eta$	คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความหนืดของตัวหน่วง
$\sigma$	คือ ความเค้นรวมของแบบจำลอง
$\sigma_E$	คือ ความเค้นของสปริง
$\sigma_\eta$	คือ ความเค้นของตัวหน่วง
$\dot{\sigma}$	คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงความเค้นรวมของแบบจำลองต่อหน่วยเวลา
$\dot{\sigma}_E$	คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงความเค้นของสปริงต่อหน่วยเวลา
$\dot{\sigma}_\eta$	คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงความเค้นของตัวหน่วงต่อหน่วยเวลา
$\varepsilon$	คือ ความเครียดรวมของแบบจำลอง
$\varepsilon_E$	คือ ความเครียดของสปริง
$\varepsilon_\eta$	คือ ความเครียดของตัวหน่วง
$\dot{\varepsilon}$	คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดรวมของแบบจำลองต่อหน่วยเวลา
$\dot{\varepsilon}_E$	คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดของสปริงต่อหน่วยเวลา
$\dot{\varepsilon}_\eta$	คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดของตัวหน่วงต่อหน่วยเวลา

### 2.3.2 แบบจำลองเคลวิน (Kelvin model)

แบบจำลองชนิดนี้เรียกอีกอย่างว่าแบบจำลองวอยท์ (Voigt model) ประกอบด้วยสปริงกับตัวหน่วงต่อแบบขนานกันจากภาพที่ 2.9 แสดงแบบจำลองเคลวิน เมื่อมีการใส่ภาระเข้าไปแบบจำลองชนิดนี้จะไม่มีการเคลื่อนที่ทันที เพราะตัวหน่วงจะเป็นตัวเหนี่ยวไว้ให้ค่อยๆ เคลื่อนที่ไป การเคลื่อนที่ของตัวหน่วงจะมีลักษณะเป็นสมการเอกซ์โพเนนเชียล แบบจำลองเคลวินจะจำลองพฤติกรรมการคืบได้ใกล้เคียงกับวัสดุจริงมากกว่าการคลายความเค้น ความเค้นของแบบจำลองเคลวินสามารถเขียนสมการได้ดังนี้



ภาพที่ 2.9 แบบจำลองเคลวิน

จากกฎของฮุก ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของสปริงยืดหยุ่นอุดมคติสามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\sigma_E = E \cdot \varepsilon \quad (2.4)$$

จากกฎของนิวตัน อัตราความเครียดของชิ้นส่วนตัวหน่วงสามารถเขียนได้ ดังนี้

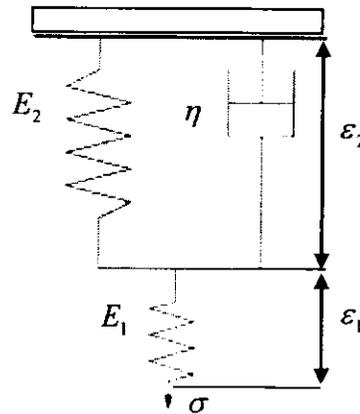
$$\sigma_\eta = \eta \cdot \dot{\varepsilon}_\eta \quad (2.5)$$

จากความสัมพันธ์  $\sigma = \sigma_E + \sigma_\eta$  ดังนั้นแบบจำลองเคลวินจึงเกิดจากผลรวมของความเค้นของสมการที่ (2.4) และ สมการที่ (2.5) สามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\sigma = E \cdot \varepsilon + \eta \cdot \dot{\varepsilon}_\eta \quad (2.6)$$

#### 2.3.4 แบบจำลองมาตรฐานลิเนียร์โซลิด (Standard linear solid model)

แบบจำลองชนิดนี้เรียกอีกอย่างหนึ่งว่าแบบจำลองซีเนอร์ (Zener model) เป็นแบบจำลองที่รวมเอาแบบจำลองแมกซ์เวลล์กับชิ้นส่วนสปริงเข้าด้วยกัน เพื่อจำลองพฤติกรรมของโพลีเมอร์ ดังภาพที่ 2.10 แสดงแบบจำลองมาตรฐานลิเนียร์โซลิด



ภาพที่ 2.10 แบบจำลองมาตรฐานลิเนียร์โซลิด

สามารถวิเคราะห์ความเค้นและความเครียดได้ ดังนี้

$$\sigma = E_1 \cdot \varepsilon_1 = [E_2 \cdot \varepsilon_2 + \eta \cdot \dot{\varepsilon}_2] \quad (2.7)$$

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 \quad (2.8)$$

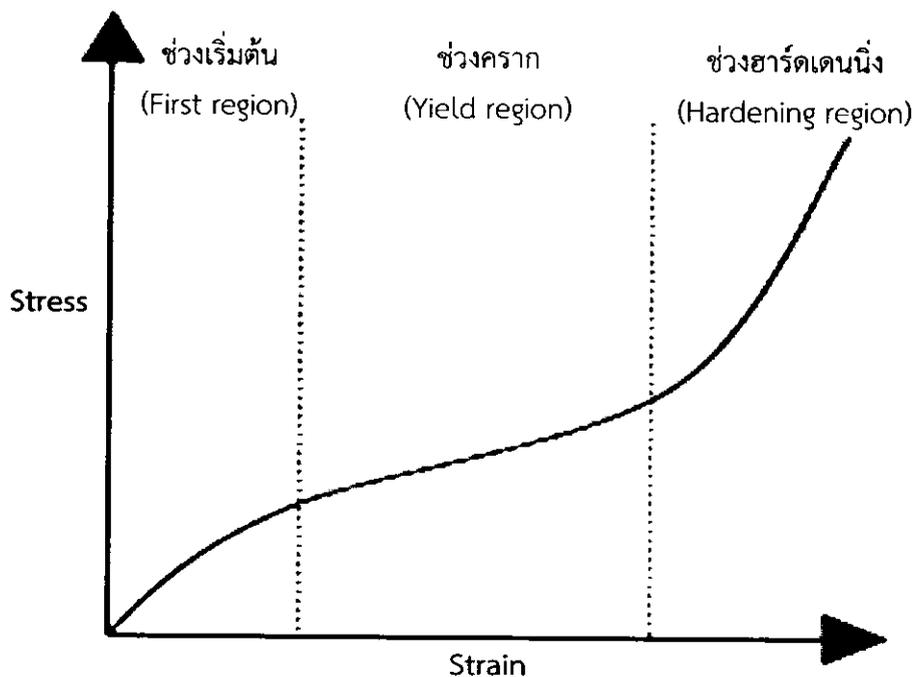
จากสมการที่ (2.7) และ (2.8) จะได้

$$\dot{\epsilon} + \frac{E_2}{\eta} \cdot \epsilon = \left[ \frac{E_1 + E_2}{\eta \cdot E_1} \right] \cdot \sigma + \frac{\dot{\sigma}}{E_1} \quad (2.9)$$

#### 2.4 สมบัติไฮเปอร์อีลาสติกขณะรับแรงดึง (Hyperelastic properties)

พฤติกรรมของยางคงรูปขณะรับแรงดึงนั้น ความเค้นและความเครียดที่เกิดขึ้นเมื่อได้รับการกระทำจะมีความสัมพันธ์ในลักษณะไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinearity relation) ซึ่งแตกต่างจากวัสดุประเภทโลหะทั่วไป กรรมวิธีการผลิตยางคงรูปมีการเติมส่วนผสมสารเคมีเข้าไปเพื่อให้คุณสมบัติมีความทนทานมากขึ้น พฤติกรรมของยางจึงเปลี่ยนไปตามสารประกอบที่เติมเข้าไป

งานวิจัยนี้ได้ศึกษายางที่ผ่านกระบวนการทำให้ยางคงรูป (Vulcanization) ซึ่งจะมีผลทำให้คุณสมบัติต่างๆ ของยางเปลี่ยนไป ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของยางและการยืดตัวจะไม่เป็นสัดส่วนโดยตรงกับภาระที่ได้รับ เรียกว่า พฤติกรรมแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear behavior) ซึ่งเราสามารถแบ่งลักษณะการแสดงผลพฤติกรรมเชิงกลของยางขณะรับแรงดึงได้เป็น 3 ช่วง คือ ช่วงเริ่มต้น (First region) ช่วงคราก (Yield region) และช่วงฮาร์ดเดนนิ่ง (Hardening region) ดังแสดงในภาพที่ 2.11 แสดงพฤติกรรมแบบไม่เป็นเชิงเส้นของยาง

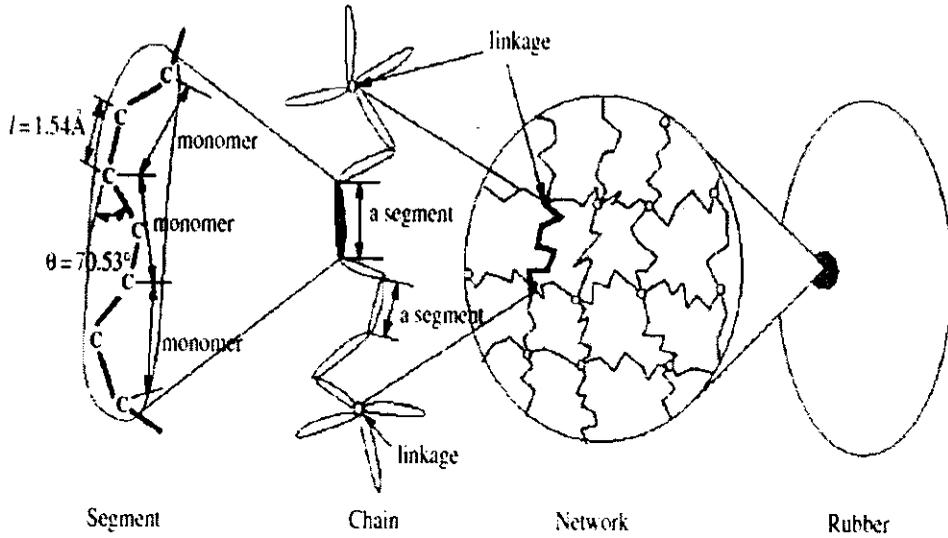


ภาพที่ 2.11 พฤติกรรมแบบไม่เป็นเชิงเส้นของยาง

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

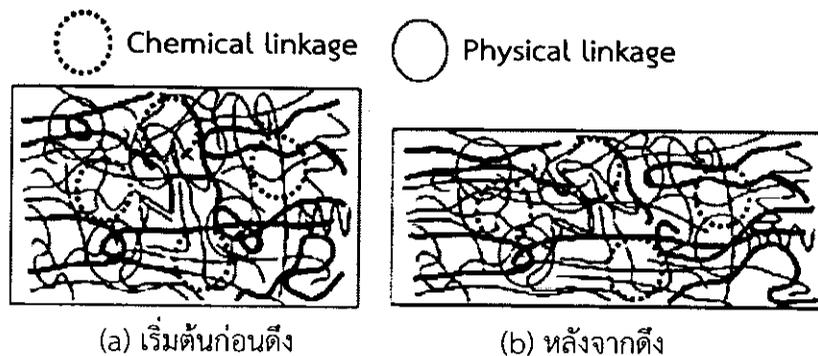
จากการศึกษาและทบทวนวรรณกรรมสามารถสรุปใจความสำคัญได้ ดังนี้

Tomita, Y and et al. (2006) [6] ได้อธิบายไว้ว่าสายประกอบไปด้วยโซโมเลกุล (Chain) เชื่อมต่อกันหลายๆเส้นจนเป็นโครงข่าย (Network) ซึ่งในโซโมเลกุลแต่ละเส้นก็ประกอบไปด้วยปล้อง (Segment) หลายๆปล้องซึ่งในแต่ละปล้อง ก็จะเป็นส่วนโมโนเมอร์ (Monomer) ของสารประกอบของยาง ดังภาพที่ 2.12 โครงข่ายโซโมเลกุล



ภาพที่ 2.12 โครงข่ายโซโมเลกุล [6]

เมื่อพิจารณาโครงสร้างภายในขณะรับแรงพบว่าสามารถแบ่งการเชื่อมต่อระหว่างโซโมเลกุล ออกเป็น 2 ลักษณะ คือ การเชื่อมต่อกันแบบทางพันธะเคมีและแบบทางกายภาพ ซึ่งอธิบายดังภาพที่ 2.13 การเปลี่ยนแปลงโครงสร้างภายในยาง จากโครงสร้างภายในทั้ง 2 ลักษณะนี้ ซึ่งเราจะใช้แนวคิดนี้ในการออกแบบโมเดลของยางคงรูปขณะรับแรงดังในงานวิจัยนี้ต่อไป

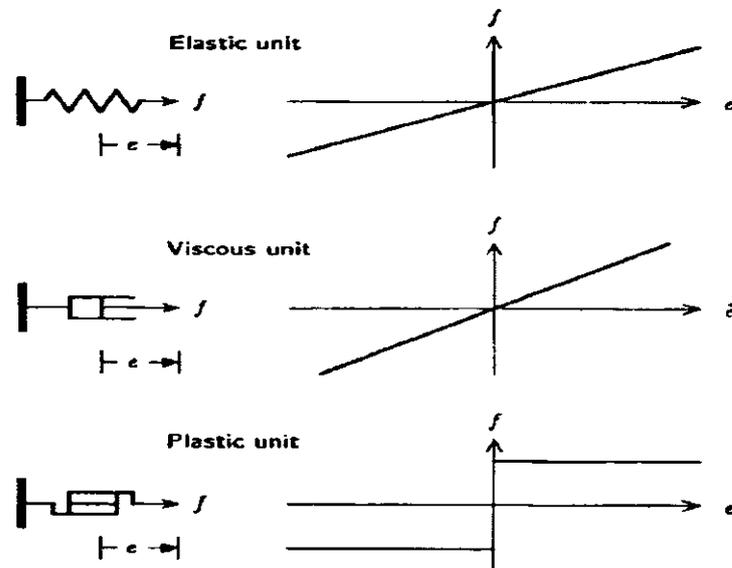


ภาพที่ 2.13 การเปลี่ยนแปลงโครงสร้างภายในยาง [6]

Goktepe, S และ Miede C. (2005) [4] ได้อธิบายว่ายางประกอบไปด้วย การเชื่อมต่อกันเป็นโครงข่ายระหว่างโซโมเลกุลถึงโซโมเลกุล (crosslink-to-crosslink (CC) network) และมีการเชื่อมต่อกันจากอนุภาคถึงอนุภาค (particle-to-particle (PP) network) พร้อมทั้งได้ทำการทดลองเพื่อวิเคราะห์ผลจากผลกระทบของมุลลิน ซึ่งเกิดจากการเสีรูปของโครงสร้างภายในยางด้วย

Marckmann G and et al. (2002) [7] ได้อธิบายถึงทฤษฎีต่างๆ ที่ทำให้เกิดผลกระทบของมุลลิน และได้นำเสนอวิธีการหาค่าพารามิเตอร์และสมการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ต่างๆ ที่ใช้อธิบายการเกิดผลกระทบของมุลลินได้

Terzopoulos D and et al. (1988) [8] ได้แสดงให้เห็นว่าการตอบสนองต่อแรงและระยะยืดหด ของของวัสดุโพลิเมอร์สามารถแทนได้ด้วยการประกอบกันของหน่วยคุณสมบัติดังนี้



ภาพที่ 2.14 การตอบสนองระหว่างแรงกับระยะยืด [8]

หน่วยคุณสมบัติแบ่งเป็น 3 ชนิด คือ หน่วยอีลาสติก (Elastic unit) หน่วยวิสคัส (Viscous unit) และหน่วยพลาสติก (Plastic unit) ซึ่งพฤติกรรมเปลี่ยนแปลงระยะยืดตอบสนองต่อแรงที่ใส่เข้าไปของหน่วยทั้ง 3 ชนิดนี้ คือ หน่วยอีลาสติก อธิบายได้ด้วยสปริงซึ่งการเปลี่ยนแปลงระยะยืดจะแปรผันตรงกับแรงที่ใส่เข้าไป ในขณะที่หน่วยวิสคัสจะอธิบายได้ด้วยตัวหน่วง ซึ่งอัตราการเปลี่ยนแปลงระยะยืดจะแปรผันตรงกับแรงที่ใส่เข้าไป ส่วนหน่วยพลาสติกจะมีพฤติกรรมเชิงกล คือ เมื่อใส่แรงเข้าไปด้วยแรงคงที่ ระยะยืดจะเพิ่มขึ้นได้เรื่อยๆ ดังแสดงในภาพที่ 2.14

Sopakayang R and et al. (2011) [2] ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบใหม่ ซึ่งเป็นการทำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เลียนแบบมาจากลักษณะโครงสร้างภายในของวัสดุประเภทที่มีเส้นใยกับคอลลาเจน (A type I collagen fiber) ซึ่งจากผลการคำนวณของแบบจำลองเปรียบเทียบกับผลการทดลองของงานวิจัยอ้างอิงพบที่มีความสอดคล้องกัน ดังนั้นแบบจำลองนี้จึงสามารถอธิบายคุณสมบัติความเป็นอีลาสติกและวิสโคอีลาสติกของวัสดุนี้ได้อย่างดี

Yang L and et al. (2000) [9] ได้ทำการทดลองและเปรียบเทียบผลการทดลองกับผลการคำนวณจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในทางทฤษฎีเพื่อที่จะอธิบายพฤติกรรมการตอบสนองต่อความเค้นและความเครียดของยาง ซึ่งจะแสดงคุณสมบัติความเป็นวัสดุแบบวิสโคอีลาสติกและแบบไฮเปอร์อีลาสติกของยางด้วย



### บทที่ 3

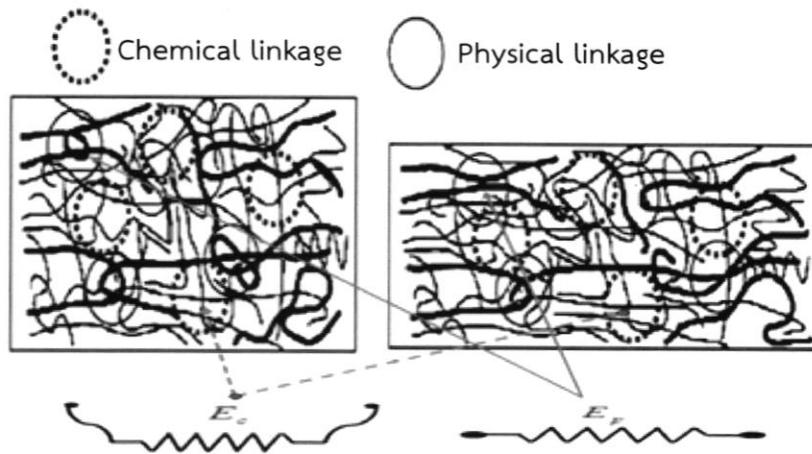
#### การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการทดลอง

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นในงานวิจัยนี้ได้จากการตั้งสมมุติฐานจากการวิเคราะห์โครงสร้างภายในของยาง โดยผลที่ได้จากการคำนวณของแบบจำลองจะถูกนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลอง ซึ่งได้แสดงการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการทดลอง ดังต่อไปนี้

##### 3.1 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

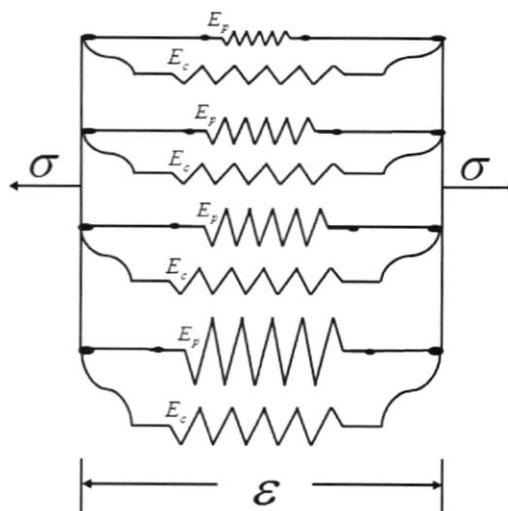
จากการศึกษาส่วนประกอบสำคัญของโครงสร้างภายในของยางคงรูป คือ โซโมเลกุลของยางซึ่งมีการเชื่อมต่อกันด้วยพันธะเคมีเป็นโครงร่างตาข่าย (Cross links) โดยการเชื่อมต่อกันของโซโมเลกุลนี้สามารถแบ่งออกได้เป็น การเชื่อมต่อกันทางกายภาพ (Physical linkage) และพันธะเคมี (Chemical linkage) [6] ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ภายใต้สมมุติฐานที่ว่า ในช่วงเริ่มต้นของพฤติกรรมการรับแรงดึงนั้น ทั้งห้วงโซโมเลกุลที่เชื่อมต่อกันทางกายภาพทั้งหมดและพันธะเคมีบางส่วนมีบทบาทสำคัญในการรับแรง เมื่อเข้าสู่ช่วงครากห้วงโซโมเลกุลที่เชื่อมต่อกันทางกายภาพจะเริ่มหลุดออกจากกัน จึงส่งผลให้ค่าโมดูลัสของยางมีค่าลดลง และเมื่อเข้าสู่ช่วงฮาร์ดเดนนิ่งห้วงโซโมเลกุลที่เชื่อมต่อกันทางพันธะเคมีในส่วนที่ยังไม่รับแรงจะเริ่มรับแรงจึงส่งผลให้ค่าโมดูลัสของยางมีค่าเพิ่มขึ้น

งานวิจัยนี้จึงได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยเลียนแบบพฤติกรรมเปลี่ยนแปลงการเชื่อมต่อของทั้ง 2 แบบ ขณะรับแรงดึง ดังแสดงในภาพที่ 3.1 การออกแบบแบบจำลองโดยเลียนแบบการเชื่อมต่อกันภายในยางคงรูป โดยการเชื่อมต่อกันทางกายภาพแทนด้วยหน่วยสปริง (Spring unit) ที่ต่อกันแบบขนานหลาย ๆ เส้นเหมือนโซโมเลกุลในโครงสร้างภายในยางคงรูป ซึ่งพฤติกรรมการรับภาระแรงของสปริงแบบกายภาพนี้ จะรับแรงทั้งหมดขณะเริ่มดึงและค่อย ๆ หลุดออกจากกันโดยใช้ทฤษฎีความเสียหายทางสถิติ และฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability density function) ของการหลุดเป็นการแจกแจงความถี่แบบเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential distribution) ส่วนการเชื่อมต่อกันแบบทางพันธะเคมี แทนด้วยสปริงหลาย ๆ ตัวเหมือนโซโมเลกุลในโครงสร้างภายในยางคงรูปเช่นกัน แต่สปริงแบบพันธะเคมีนั้นจะมีพฤติกรรมการรับภาระแรงแตกต่างจากแบบทางกายภาพโดยสิ้นเชิง คือ สปริงแบบทางพันธะเคมีจะค่อย ๆ รับแรงและจะไม่หลุดออกจากกัน กำหนดให้พฤติกรรมการค่อย ๆ รับแรงของกลุ่มสปริงนี้โดยใช้การแจกแจงความถี่ทางสถิติแบบไวบูล (Weibull distribution)



ภาพที่ 3.1 การออกแบบแบบจำลองโดยเลียนแบบการเชื่อมต่อกันภายในยางคงรูป [6]

จากการใช้สมมุติฐานดังกล่าว สามารถสร้างแผนภาพแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยเลียนแบบพฤติกรรมมารับภาระแรงของลักษณะการเชื่อมต่อกันทั้งสองแบบของยางคงรูปขณะรับแรงดึงได้ดังแสดงในภาพที่ 3.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของยางคงรูปขณะรับแรงดึง



ภาพที่ 3.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของยางคงรูปขณะรับแรงดึง

จากแผนภาพแบบจำลองนี้ จะเห็นว่าสปริงของทั้ง 2 กลุ่มพันระต่อกันแบบขนาน ทำให้ค่าความเครียดเท่ากันดังนี้

$$\epsilon = \epsilon_p = \epsilon_c \tag{3.1}$$

เมื่อ  $\epsilon$  คือ ความเครียดทั้งหมดของยางคงรูป

$\varepsilon_p$  คือ ความเครียดของการเชื่อมต่อแบบทางกายภาพ

$\varepsilon_c$  คือ ความเครียดของการเชื่อมต่อแบบพันธะเคมี

ความเค้นทั้งหมดจะเท่ากับความเค้นรวมทั้งหมดของสปริงทั้ง 2 กลุ่มพันธะรวมกัน ดังนี้

$$\sigma = \sigma_p + \sigma_c \quad (3.2)$$

เมื่อ  $\sigma$  คือ ความเค้นรวมทั้งหมดในยางคงรูป

$\sigma_p$  คือ ความเค้นรวมทั้งหมดที่เกิดจากการเชื่อมกันแบบทางกายภาพ

$\sigma_c$  คือ ความเค้นรวมทั้งหมดที่เกิดจากการเชื่อมกันแบบพันธะเคมี

ความเค้นภายในการเชื่อมต่อแบบทางกายภาพที่ประกอบด้วยโซโม่เลกุลหลายเส้นพันกันซึ่งแทนด้วยสปริงหลายๆ ตัวเชื่อมต่อกันแบบขนานนั้นเริ่มรับแรง (Active) พร้อมกันทั้งหมดทันทีที่ยางเริ่มรับแรงดึงแล้วจึงค่อยๆ หลุดขาดออกจากกัน ตามฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น แบบเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential distribution) โดยสามารถเขียนสมการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดได้ดังนี้

$$\sigma_p = E_p \varepsilon_p \left[ \int_0^{\infty} p(\varepsilon) d\varepsilon - \int_0^{\varepsilon_p} p(\varepsilon_b) d\varepsilon_b \right] \quad (3.3)$$

$$\sigma_p = E_p \varepsilon \left[ \int_0^{\infty} p(\varepsilon) d\varepsilon - \int_0^{\varepsilon} p(\varepsilon_b) d\varepsilon_b \right] \quad (3.4)$$

เมื่อ  $E_p$  คือ ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของพันธะกายภาพ

$\varepsilon_b$  คือ ความเครียดที่การเชื่อมต่อกันทางกายภาพหลุดออกจากกัน

การแจกแจงความถี่ของการขาดออกของโซโม่เลกุลแบบทางกายภาพเป็นแบบเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential distribution) สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (3.5) ดังนี้

$$p(\varepsilon_b) = \phi e^{-\phi \varepsilon_b} \quad (3.5)$$

โดยที่  $\phi > 0$  เมื่อ  $\phi$  คือ ค่าแสดงความเร็วในการหลุดของพันธะกายภาพ

จากสมการที่ (3.4) และ (3.5) สามารถหาผลเฉลยของสมการที่ (3.4) โดยการอินทิเกรต ได้ดังนี้

$$\sigma_p = E_p \varepsilon \left[ \int_0^{\infty} p(\varepsilon) d\varepsilon - \int_0^{\varepsilon} p(\varepsilon_b) d\varepsilon_b \right]$$

$$\sigma_p = E_p \varepsilon \left[ \int_0^\infty \phi e^{-\phi \varepsilon} d\varepsilon - \int_0^\varepsilon \phi e^{-\phi \varepsilon_b} d\varepsilon_b \right]$$

$$\sigma_p = E_p \varepsilon [(1) - (1 - e^{-\phi \varepsilon})] \quad (3.6)$$

ส่วนพันธะเคมีจะค่อย ๆ รับแรง (Active) ตามฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability density function) แบบไวบูล (Weibull Distribution) สามารถเขียนสมการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดได้ดังนี้

$$\sigma_c = \int_0^\varepsilon E_c (\varepsilon - \varepsilon_s) p(\varepsilon_s) d\varepsilon_s \quad (3.7)$$

เมื่อ  $E_c$  คือ ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของพันธะเคมี  
 $\varepsilon_s$  คือ ความเครียดที่การเชื่อมต่อกันแบบพันธะเคมีเริ่มรับแรง (Active)

กำหนดให้  $p(\varepsilon_s)$  คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability density function) ของการเริ่มรับแรง ของพันธะเคมีที่  $\varepsilon \geq \varepsilon_s$  โดยใช้การแจกแจงความถี่ แบบไวบูล (Weibull distribution) จะได้

$$p(\varepsilon_s) = \frac{\alpha}{\beta} \left( \frac{\varepsilon_s}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-\left( \frac{\varepsilon_s}{\beta} \right)^\alpha} \quad (3.8)$$

เมื่อ  $\alpha$  คือ ค่าพารามิเตอร์รูปร่าง (Shape parameter) โดยที่  $\alpha > 0$   
 $\beta$  คือ ค่าพารามิเตอร์ขนาด (Scale parameter) โดยที่  $\beta > 0$

จากสมการที่ (3.7) และ (3.8) สามารถหาผลเฉลยของสมการที่ (3.7) ได้ ดังสมการที่ (3.9) [5] ดังนี้

$$\sigma_c = E_c \left( \varepsilon - \frac{\beta}{\alpha} \gamma \left( \frac{1}{\alpha}, \left( \frac{\varepsilon}{\beta} \right)^\alpha \right) \right) \quad (3.9)$$

$$\text{โดยที่} \quad \gamma \left( \frac{1}{\alpha}, \left( \frac{\varepsilon}{\beta} \right)^\alpha \right) = \int_0^{\left( \frac{\varepsilon}{\beta} \right)^\alpha} a^{\left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right)} e^{-a} da \quad (3.10)$$

เมื่อ  $\gamma$  คือ Incomplete gamma function

เมื่อได้สมการความเค้นของการเชื่อมต่อกันทั้ง 2 แบบแล้วนั้น ก็นำสมการทั้งหมดที่ได้ไปแทนในสมการที่ (3.2)  $\sigma = \sigma_p + \sigma_c$  ก็จะได้สมการความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของยางคงรูปที่งานวิจัยนี้ออกแบบและสร้างขึ้นได้ ดังนี้

$$\sigma = E_p \varepsilon [1 - (1 - e^{-\varepsilon})] + E_c \left( \varepsilon - \frac{\beta}{\alpha} \gamma \left( \frac{1}{\alpha}, \left( \frac{\varepsilon}{\beta} \right)^\alpha \right) \right) \quad (3.11)$$

### 3.2 การทดลอง [10]

งานวิจัยนี้จะทำการทดสอบคุณสมบัติการดึงยาง (Tensile properties) ในลักษณะการใช้แรงในแนวตั้งโดยใช้เครื่องทดสอบแรงดึง โดยจะทดสอบอ้างอิงตามมาตรฐาน ISO 37 Type 1 Rubber in tensile mode เพื่อนำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกับแบบจำลองที่สร้างขึ้น

ยางคงรูปจะมีลักษณะเฉพาะตัวที่แตกต่างจากวัสดุชนิดอื่น คือ สามารถยืดออกได้หลายเท่าตัว และเมื่อปล่อยให้เป็นอิสระ ก็จะสามารถกลับคืนสภาพเดิมได้ ในการทดสอบสมบัติทางกายภาพของยางจะเกี่ยวข้องกับแรงที่ส่งไปกระทำต่อชิ้นยาง และวัดผลในรูปของการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง หรือในทางกลับกันทำได้โดยการทำให้ชิ้นยางมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างไปแล้ววัดผลในรูปของค่าแรงที่ใช้ในการกระทำนั้น ในการทดสอบสมบัติการดึงยางมีค่าพื้นฐานที่ควรรู้จักดังนี้

ค่าโมดูลัส (Modulus) เป็นการวัดค่าแรงเค้น (Force stress) ของยางที่ถูกยืดออกไปตามความยาวที่กำหนด เช่น 100% Modulus หมายถึง การวัดค่าแรงเค้นของยาง เมื่อยางถูกยืดออก 100% หรือ 1 เท่าของความยาวเดิมที่กำหนดไว้

แรงดึงยางจนขาด (Tensile strength: TS) เป็นการวัดค่าแรงเค้นของยางที่ถูกยืดออกไปจนยางขาด

การยืดจนขาด (Elongation at break: EB) เป็นการวัดค่าความยาวของชิ้นยางตัวอย่าง ที่ถูกยืดออกได้มากที่สุด (จากความยาวเดิม) ก่อนที่ยางจะขาด ค่านี้แสดงเป็นร้อยละของความยาวเดิม เช่น ยางชิ้นหนึ่งมีค่า EB = 675% แสดงว่า ยางชิ้นนี้สามารถยืดออกได้ 6.75 เท่าของความยาวเดิมก่อนที่ยางจะขาด

การดำเนินการทดสอบนี้จะอ้างอิงตามมาตรฐาน ISO 37 Type 1 Rubber in tensile mode โดยอุปกรณ์การทดลองและวิธีการทดลองมีดังต่อไปนี้

#### 3.2.1 อุปกรณ์การทดลอง

3.2.1.1 เครื่องบดผสมระบบเปิด (Two-roll mill) เพื่อบดให้ยางละเอียดและผสมยางกับสารเคมี

3.2.1.2 เครื่องทดสอบยางในการวัดความหนืดและยืดหยุ่นของพอลิเมอร์ (Mooney Viscometer) เพื่อคำนวณหาระยะเวลาการอบของยางในแต่ละสูตร

3.2.1.3 เครื่องอบคงรูปยางและบล็อกของเครื่องอบคงรูปยาง

3.2.1.4 เครื่องทดสอบดึงยาง (Tensile tester) รุ่น Instron / 5565 หมายเลขเครื่อง 5565Q2696 โดยตามเกณฑ์มาตรฐานกำหนดว่า ต้องเป็นเครื่องมือที่สามารถดึงยางโดยให้อุปกรณ์ที่ใช้สำหรับยึดชิ้นงานตัวอย่างเคลื่อนที่ออกจากกันด้วยความเร็วสม่ำเสมอ ตามมาตรฐานกำหนดความเร็ว 500 มิลลิเมตร/นาที สามารถวัดค่าแรงผิดพลาด (Uncertainty) ได้ไม่เกิน  $\pm 2\%$  และสามารถแสดงค่าแรงสูงสุดในการดึงยางจนขาดได้ และมีอุปกรณ์ที่สามารถวัดระยะยืดของยางได้ ซึ่งผลการสอบเทียบเครื่องมือนี้ ตามใบรับรองสอบเทียบเลขที่ TN1-334-2009 เมื่อวันที่ 3 ธันวาคม 2552 โดยหน่วยงานสอบเทียบ Dynitec co.,Ltd เลขที่สอบเทียบ 164 สรุปผลการสอบเทียบ โดยใช้ Force transducer 500 N no.49647 ร่วมกับเครื่อง ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้สอบเทียบที่จุด 500 N ค่า Uncertainty ต้องไม่เกิน  $\pm 0.5\%$  ผลการสอบเทียบค่า Uncertainty ที่จุด 500 N ได้เท่ากับ  $\pm 0.1\%$  ผลการประเมิน คือ ผ่านเกณฑ์กำหนดสามารถใช้งานโดยไม่ต้องใช้ค่าแก้

3.2.1.5 เครื่องมือวัดความหนา ซึ่งควรวัดได้ละเอียดถูกต้อง และผิดพลาดได้ไม่เกิน  $\pm 0.025$  มิลลิเมตร

3.2.1.6 แบบสำหรับตัดชิ้นงานตัวอย่าง (Dies cutter) ซึ่งมีขนาดกำหนดตามมาตรฐาน ISO 37 Type 1 ดังแสดงในภาพที่ 3.12 ขนาดชิ้นงานทดสอบตามมาตรฐาน ISO 37 Type 1 (หน่วย: มิลลิเมตร) ในการตัดชิ้นตัวอย่างจะต้องใช้ Dies ที่คม ไม่มีรอยบิ่น และต้องจัดวางใบมีดของ Dies ให้ตั้งฉากกับแผ่นยางที่จะตัดด้วย เพื่อป้องกันไม่ให้ขอบยางเป็นริ้วรอยหรือมีตำหนิ ซึ่งจะเป็จุดบกพร่องของชิ้นทดสอบได้

3.2.1.7 อุปกรณ์สำหรับจับยึดชิ้นงานตัวอย่าง เป็นแบบขันแน่นโดยอัตโนมัติ และแรงกดสม่ำเสมอตลอดชิ้นงาน เมื่อดึงยางแรงขึ้น แรงกดบนชิ้นยางต้องมากขึ้นเพื่อป้องกันยางเลื่อนหลุดจากอุปกรณ์จับยึดดังกล่าว

### 3.2.2 การเตรียมตัวอย่างทดสอบ

ในการเตรียมชิ้นงานยางคงรูป (Specimen) จะใช้ยางธรรมชาติมาตรฐานประเทศไทย (STR5L) และสารเคมีที่นำมาผสมกับยางธรรมชาตินั้นมีทั้งหมด 7 อย่าง โดยจะแบ่งตามการทำปฏิกิริยา ดังนี้

3.2.2.1 สารทำให้ยางคงรูป (Vulcanizing agent) คือ กำมะถัน (Sulphur) เรียกโดยย่อว่า S

3.2.2.2 ตัวเร่งปฏิกิริยา (Accelerator) คือ เตตระเมทิลไทอูรามไดซัลไฟด์ (Tetramethylthiuramdisulphide) เรียกโดยย่อว่า TMTD

3.2.2.3 สารกระตุ้น (Activator) คือ ซิงค์ออกไซด์ (Zinc oxide) เรียกโดยย่อว่า ZnO

3.2.2.4 สารป้องกันการเสื่อมสภาพ (Antidegradant) คือ สารแอนติออกซิแดนท์ สารต้านทานทางไฟฟ้าและเคมี (Isopropyl phenyl phenylene diamine) เรียกโดยย่อว่า IPPD

3.2.2.5 สารเติมแต่ง (Filler) คือ ผงเขม่าดำ (Carbon black) เรียกโดยย่อว่า N330

ในงานวิจัยนี้จะทำการทดสอบคุณสมบัติการดึงยาง (Tensile properties) เพื่อนำค่าที่ได้ไปเปรียบเทียบกับค่าตัวแปรในสมการของแบบจำลองที่เราสร้าง โดยจะทำการปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสมของสารเคมี โดยจะแบ่งตามคุณสมบัติที่ได้จากการทำปฏิกิริยา ดังนี้

สารตัวเร่งปฏิกิริยาให้ยางคงรูป คือ TMTD จะทำการปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม 3 ค่า  
ดังนี้

ตารางที่ 3.1 สูตรของสารเคมีที่ปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม TMTD

ชนิดสารเคมี	TMTD-0	TMTD-0.6	TMTD-1.5
STR5L (g)	300	300	300
ZnO (g)	15	15	15
StA (g)	6	6	6
CBS (g)	3	3	3
TMTD (g)	0	0.6	1.5
S (g)	7.5	7.5	7.5
N330 (g)	60	60	60
PPD (g)	3	3	3

สารที่ทำให้ยางคงรูป คือ S ปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม 3 ค่า ดังนี้

ตารางที่ 3.2 สูตรของสารเคมีที่ปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม S

ชนิดสารเคมี	S-2.4	S-6	S-7.5
STR5L (g)	300	300	300
ZnO (g)	15	15	15
StA (g)	6	6	6
CBS (g)	4.5	4.5	3
TMTD (g)	1.5	1.5	1.5
S (g)	2.4	6	7.5
N330 (g)	60	60	60
PPD (g)	3	3	3

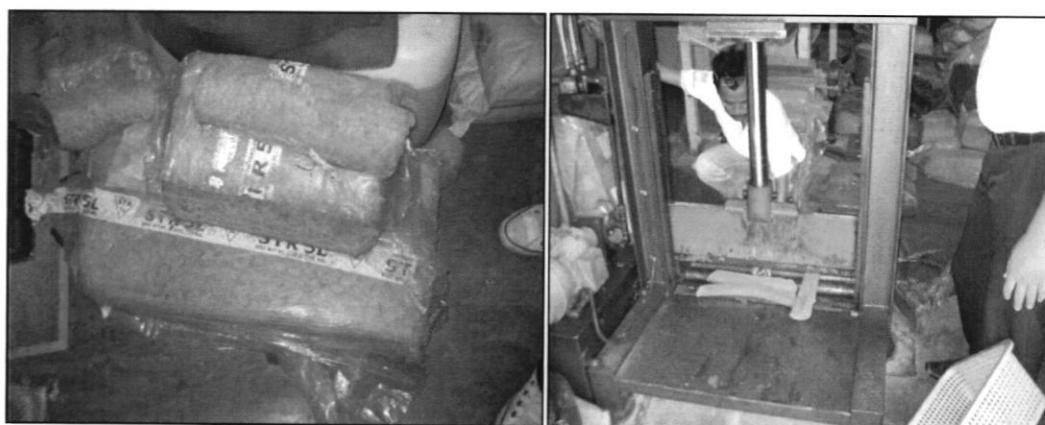
สารเสริมแรง คือ N330 ปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม 3 ค่า ดังนี้

ตารางที่ 3.3 สูตรของสารเคมีที่ปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม N330

ชนิดสารเคมี	N330-0	N330-20	N330-60
STR5L (g)	300	300	300
ZnO (g)	15	15	15
StA (g)	6	6	6
CBS (g)	3	3	3
TMTD (g)	1.5	1.5	1.5
S (g)	7.5	7.5	7.5
N330 (g)	0	20	60
PPD (g)	3	3	3

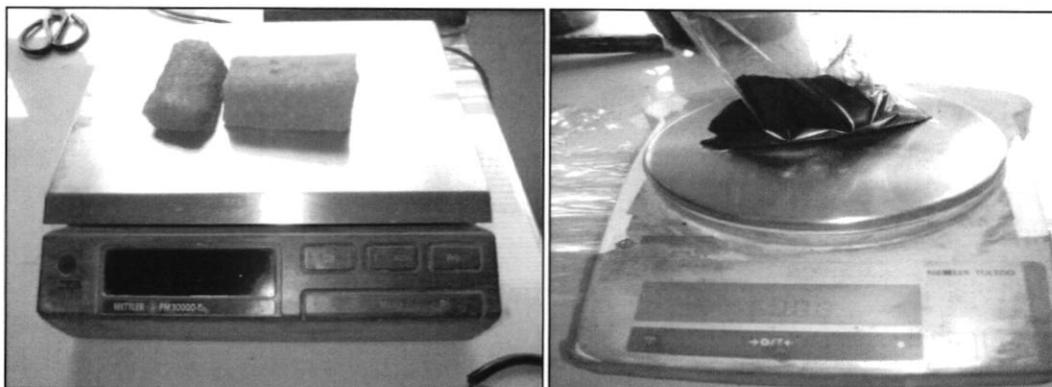
### 3.2.3 กระบวนการผลิตยางก่อนอบ (Compound rubber) และยางหลังอบคงรูป (Vulcanized rubber)

3.2.3.1 เริ่มจากการนำยางแท่ง STR5L เป็นยางแท่งที่ผลิตจากน้ำยางสด สามารถซื้อได้ตามแหล่งจำหน่ายยางแท่ง โดยนำมาตัดเป็นชิ้นให้มีขนาดพอเหมาะในการเข้าเครื่องบดผสม ดังแสดงในภาพที่ 3.3 การตัดยางแท่งให้มีขนาดพอเหมาะในการเข้าเครื่องบดผสม



ภาพที่ 3.3 การตัดยางแท่งให้มีขนาดพอเหมาะในการเข้าเครื่องบดผสม

3.2.3.2 นำยางและสารเคมีมาชั่งน้ำหนักตามสูตรผสมที่ทำการออกสูตรไว้ตามตารางที่ 3.1 ถึง 3.3 ดังแสดงในภาพที่ 3.4 การนำยางและสารเคมีมาชั่งน้ำหนักตามสูตรผสม



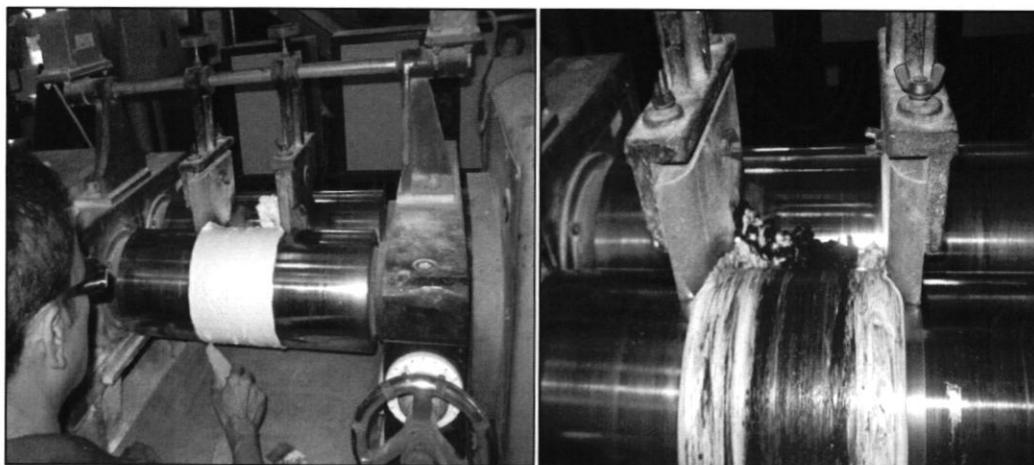
ภาพที่ 3.4 การนำยาง STR5L และสารเคมีมาชั่งน้ำหนักตามสูตรผสม

3.2.3.3 เมื่อได้ยางและสารเคมีตามสูตรผสมที่เตรียมไว้แล้ว ก็นำมาเข้าเครื่องบดผสมระบบเปิด (Two-roll mill) เพื่อบดและผสมยางกับสารเคมี ขั้นตอนนี้จะได้ Compound rubber ดังแสดงขั้นตอนตามภาพที่ 3.5 เตรียมส่วนผสมสารเคมีตามสูตรที่กำหนด



ภาพที่ 3.5 เตรียมส่วนผสมสารเคมีตามสูตรที่กำหนด

การบดผสมยางกับการเติมสารเคมีในเครื่องบดผสมระบบเปิด (Two-roll mill) นี้ จะต้องใช้ความระมัดระวังอย่างมาก เนื่องจากลูกกลิ้งจะหมุนบดอย่างต่อเนื่อง และเราต้องใช้มีดคัตเตอร์กรีดเพื่อช่วยให้การบดผสมได้เร็วและดียิ่งขึ้น ดังแสดงในภาพที่ 3.6 นำยางเข้าเครื่องบดและผสมสารเคมี



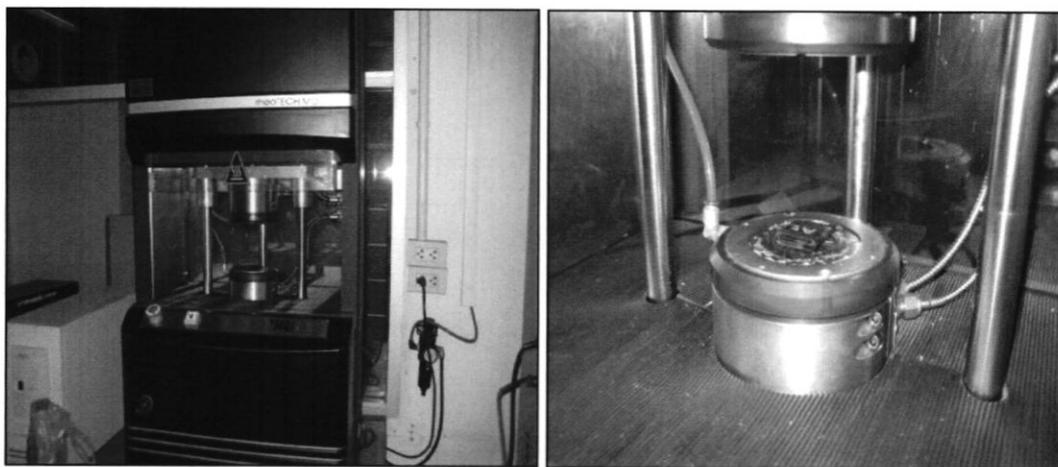
ภาพที่ 3.6 นำยางเข้าเครื่องบดและผสมสารเคมี

3.2.3.4 เมื่อเติมสารเคมีตามสูตรครบแล้ว และบดผสมไปเรื่อยๆจนเนื้อยางเข้าผสมกับสารเคมีจนเป็นเนื้อเดียวกันแล้ว ก็นำยางมาพักไว้เพื่อให้ยางเย็นตัว เนื่องจากการบดผสมยางจะทำให้ยางเกิดอุณหภูมิสูงขึ้นตอนนี้เราจะได้ยางที่เรียกว่า ยางก่อนอบคงรูป (Compound rubber) เมื่อยางเย็นตัวลงจนถึงอุณหภูมิปกติแล้ว ก็นำมาเข้าเครื่องตัด เพื่อตัดเป็นชิ้นตามบล็อกที่ตั้งแสดงในภาพที่ 3.7 การตัดเป็นชิ้นตามบล็อกแผ่นยางก่อนอบคงรูป (Compound rubber)



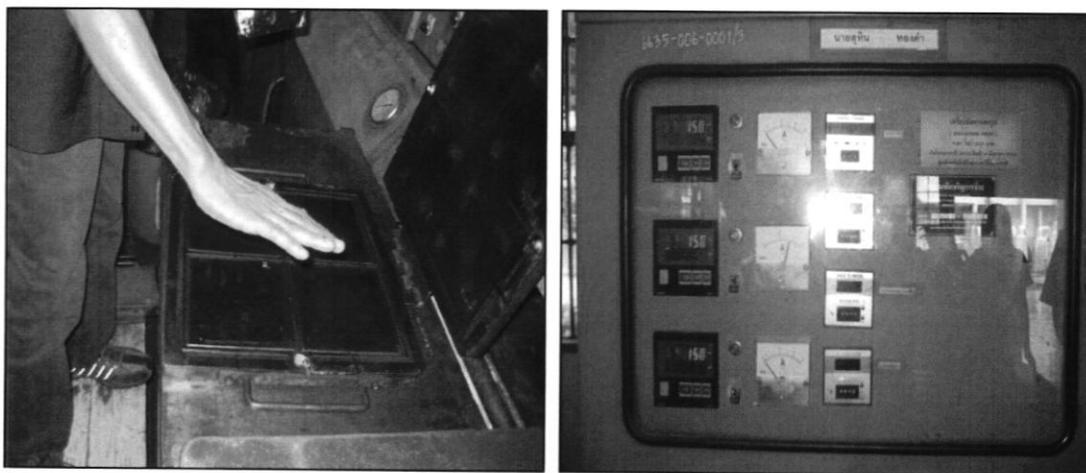
ภาพที่ 3.7 การตัดเป็นชิ้นตามบล็อกแผ่นยางก่อนอบคงรูป (Compound rubber)

3.2.3.5 ยางแต่ละสูตรที่ได้ตัดเป็นชิ้นแล้ว ก็นำมาเข้าเครื่องทดสอบยางในการวัดความหนืดและยืดหยุ่นของพอลิเมอร์ (Mooney viscometer) เพื่อคำนวณหาระยะเวลาในการอบยางในแต่ละสูตร ดังแสดงในภาพที่ 3.8 นำยางเข้าเครื่อง Mooney viscometer



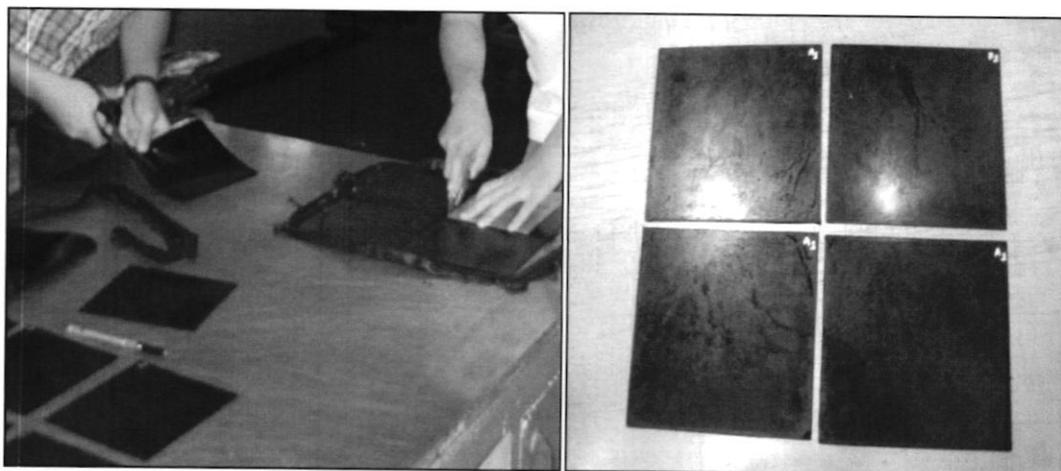
ภาพที่ 3.8 นำยางเข้าเครื่อง Mooney viscometer

3.2.3.6 เมื่อได้ระยะเวลาในการอบยางแล้วก็นำยางมาเข้าบล็อกเพื่อเตรียมจะเข้าเครื่องอบคงรูปยาง นำยางที่เตรียมไว้เข้าเครื่องอบในอุณหภูมิประมาณ 150 องศาเซลเซียส ตามระยะเวลาที่คำนวณไว้ในแต่ละสูตร ดังแสดงในภาพที่ 3.9 แสดงนำยางมาเข้าบล็อกเพื่อเตรียมจะเข้าเครื่องอบคงรูปยาง



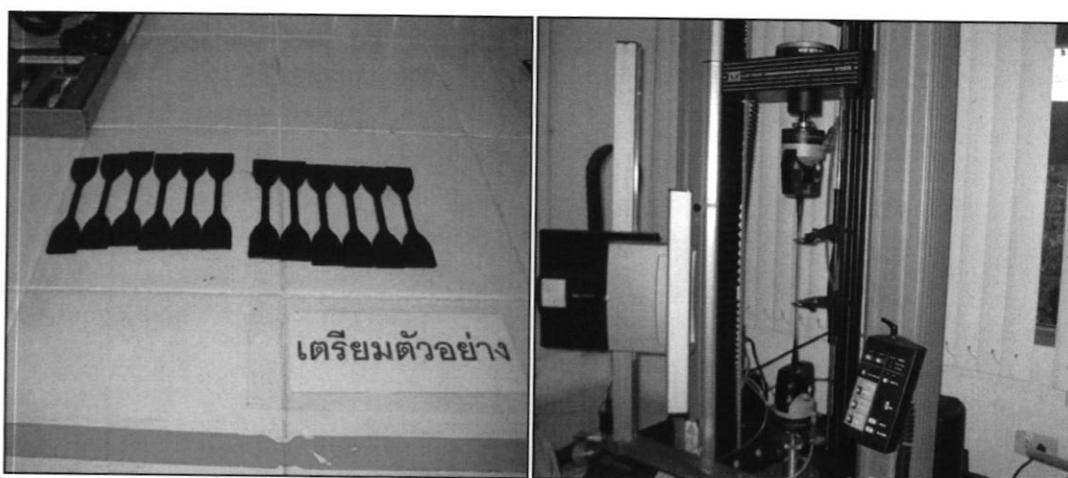
ภาพที่ 3.9 นำยางมาเข้าบล็อกเพื่อเตรียมจะเข้าเครื่องอบคงรูปยาง

3.2.3.7 เมื่ออบยางได้ตามระยะเวลาที่ต้องการแล้วก็นำออกมาจากเครื่อง และแกะออกจากบล็อก เมื่อแกะยางออกจากบล็อกแล้วใช้กรรไกรตัดส่วนเกินที่ขอบออก ก็จะได้ยางอบคงรูป ดังแสดงในภาพที่ 3.10 การแกะยางออกจากบล็อก

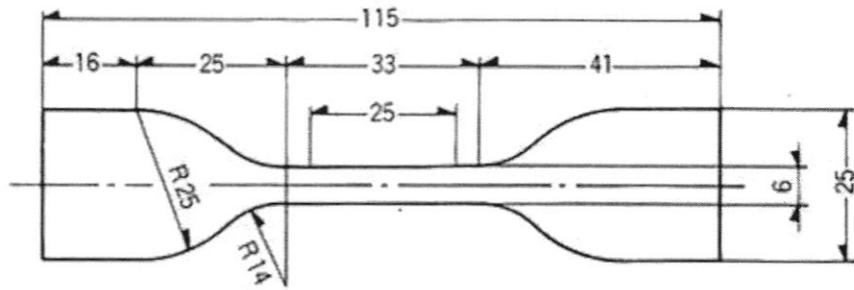


ภาพที่ 3.10 การแกะยางออกจากบล็อก

3.2.3.8 เมื่อได้ยางอบคงรูปแล้วก็นำมาตัดเป็นชิ้นงานเป็นรูปดัมเบลล์ (Dumb bell shape) โดยใช้แบบสำหรับตัดชิ้นงานตัวอย่าง (Dies cutter) ซึ่งมีขนาดกำหนดในมาตรฐานการทดสอบ เพื่อนำเข้าเครื่องทดสอบการดึงยาง (Tensile test) ดังแสดงในภาพที่ 3.11 แสดงการทดสอบดึงยาง การทดสอบชิ้นงานยางตามที่ได้กำหนดสูตรผสมยางไว้ ตามตารางที่ 3.1, 3.2 และ 3.3 ซึ่งมีสูตรผสมทั้งหมด 9 สูตร แต่ละสูตรจะเตรียมชิ้นงาน (Specimen) ไว้ 3 ชิ้น เพื่อทำการทดสอบตามมาตรฐาน ISO 37 Type 1 ต่อไป



ภาพที่ 3.11 การทดสอบดึงยาง (Tensile test)



ภาพที่ 3.12 ขนาดชิ้นงานทดสอบตามมาตรฐาน ISO 37 Type 1 (หน่วย: มิลลิเมตร)

เมื่อทำการทดสอบแล้วจะได้ผลการทดสอบชิ้นงานแต่ละสูตรผสม ซึ่งแต่ละสูตรมี 3 ชิ้น ทำให้ได้ 3 ค่า ซึ่งจะเอาค่าเฉลี่ย (Mean) ในแต่ละสูตรมาใช้ในการวิเคราะห์เปรียบเทียบ ซึ่งจะกล่าวในบทต่อไป

## บทที่ 4

### ผลการทดลองและการหาค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลอง

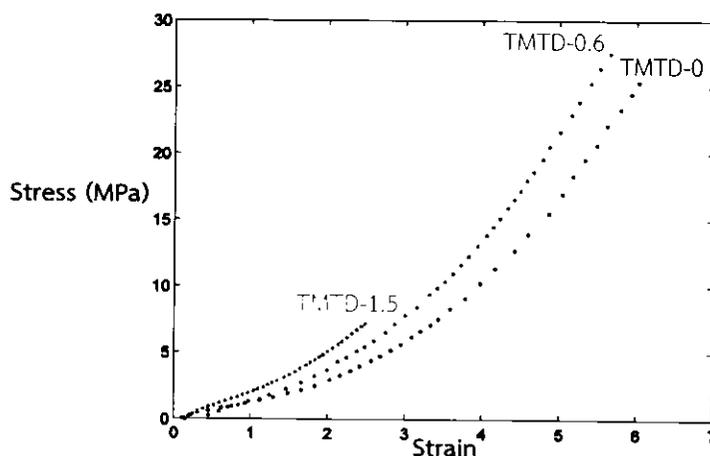
จากบทที่ 3 เราได้ผลเฉลยของสมการและผลการทดสอบชิ้นงานแล้ว ก็จะนำมาทำการวิเคราะห์และประมวลผลเปรียบเทียบกัน โดยจะเริ่มด้วยการแสดงผลการทดลองการรับแรงดึงของยาง ในกรณีที่ยางมีปริมาณของสารเคมีแตกต่างกันจากนั้นจึงทำการหาค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลอง และสุดท้ายจะวิเคราะห์ความผันแปรของพารามิเตอร์แต่ละตัว เพื่อที่จะทราบว่าพารามิเตอร์แต่ละตัวในสมการมีผลต่อพฤติกรรมและรับแรงดึงอย่างไร

#### 4.1 ผลการทดลอง

งานวิจัยนี้ได้ทำการทดสอบชิ้นงานยางตามที่ได้กำหนดสูตรผสมยางไว้ ตามตารางที่ 3.1, 3.2 และ 3.3 ซึ่งมีสูตรผสมทั้งหมด 9 สูตร แต่ละสูตรจะเตรียมชิ้นงาน (Specimen) ไว้ 3 ชิ้นตัวอย่าง เพื่อทำการทดสอบตามมาตรฐาน ISO 37 Type 1 Rubber in tensile mode โดยจะนำผลทดสอบค่าเฉลี่ย (Mean) มาใช้ในการวิเคราะห์เปรียบเทียบ จากการทดลองทำการปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสมของสาร 3 ชนิด ดังนี้

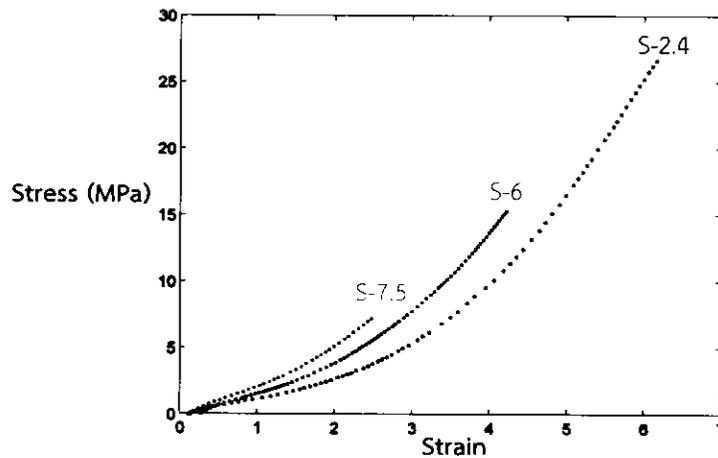
การทดลองปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม TMTD ตามค่าในตารางที่ 3.1 ผลการทดสอบชิ้นงาน TMTD-0, TMTD-0.6 และ TMTD-1.5 ดังแสดงในภาพที่ 4.1 ผลการทดสอบดึงชิ้นงานยางที่ปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม TMTD

จากผลการทดลองปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม TMTD ที่แสดงในภาพที่ 4.1 แสดงให้เห็นว่า เมื่อเพิ่มตัวเร่งปฏิกิริยา Vulcanization หากเพิ่มปริมาณ TMTD มากขึ้น จะทำให้ยางมีความแข็ง (Stiffness) มากขึ้น แต่หากเพิ่ม TMTD มากจนเกินไปจะทำให้ระยะยืดที่ทำให้ขาดน้อยลงด้วย คือ จะมีความแข็งมากขึ้นและมีความเปาะมากขึ้นด้วย



ภาพที่ 4.1 ผลการทดสอบดึงชิ้นงานยางที่ปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม TMTD

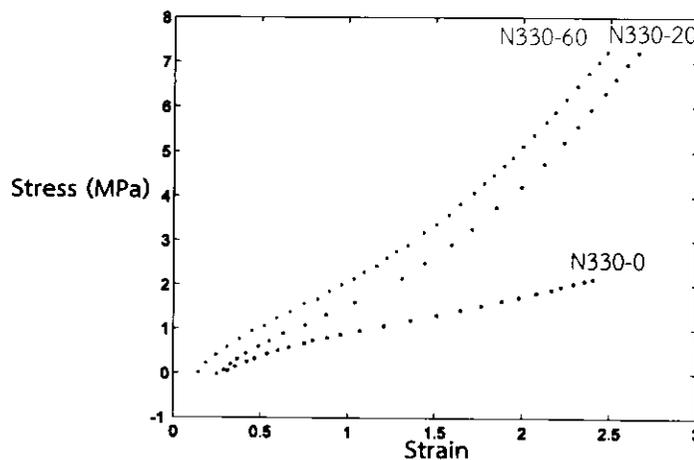
การทดลองปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม S ตามค่าในตารางที่ 3.2 ผลการทดสอบชิ้นงาน S-2.4, S-6 และ S-7.5 ดังแสดงในภาพที่ 4.2 ผลการทดสอบดึงชิ้นงานยางที่ปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม S



ภาพที่ 4.2 ผลการทดสอบดึงชิ้นงานยางที่ปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม S

จากผลการทดลองปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม S ที่แสดงในภาพที่ 4.2 แสดงให้เห็นว่า เมื่อเพิ่มตัวทำให้ปฏิกิริยา Vulcanization หากเพิ่มปริมาณ S มากขึ้น จะทำให้ยางมีความแข็ง (Stiffness) มากขึ้น และทำให้ระยะยืดที่ทำให้ขาดน้อยลงด้วย คือ มีความแข็งมากขึ้นและมีความเปาะมากขึ้นด้วย

การทดลองปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม N330 ตามค่าในตารางที่ 3.3 ผลการทดสอบชิ้นงาน N330-0, N330-20 และ N330-60 ดังแสดงในภาพที่ 4.3 ผลการทดสอบดึงชิ้นงานยางที่ปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม N330



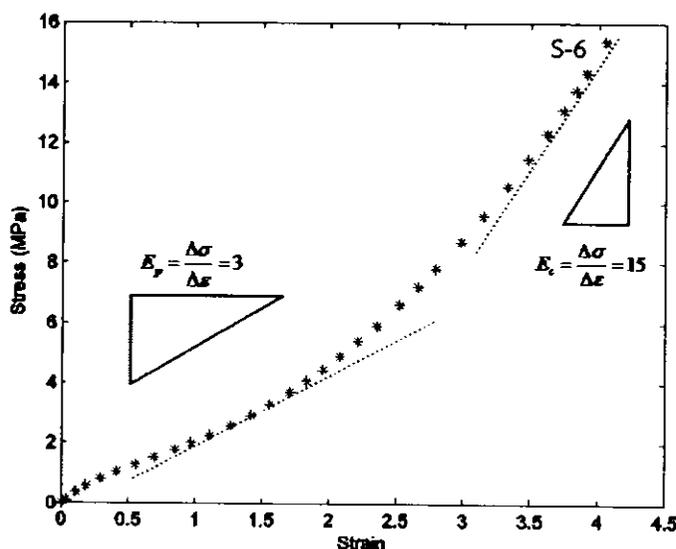
ภาพที่ 4.3 ผลการทดสอบดึงชิ้นงานยางที่ปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม N330

จากผลการทดลองปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสม N330 ที่แสดงในภาพที่ 4.3 แสดงให้เห็นว่า เมื่อเพิ่มตัวเสริมแรง หากเพิ่มปริมาณ N330 มากขึ้น จะทำให้ยางมีความแข็ง (Stiffness) มากขึ้น แต่ไม่มีผลทำให้ระยะยืดที่ทำให้ขาดเปลี่ยนไป

#### 4.2 การหาค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลอง

เมื่อได้ผลเฉลยของสมการแล้ว นำไปทำ Curve fitting จากข้อมูลผลการทดสอบดึงยางโดยการทดลองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ นี้ จะใช้ข้อมูลจากชิ้นงานทดสอบตามสูตรผสมสารเคมี S-6 ตามตารางที่ 3.2 และจากสมการที่ (3.11) ค่าพารามิเตอร์ในสมการที่ต้องการทั้งสิ้น 5 พารามิเตอร์ คือ  $E_p$ ,  $E_c$ ,  $\phi$ ,  $\alpha$  และ  $\beta$  เนื่องจากสมการมีพารามิเตอร์หลายตัวซึ่งเป็นการยากต่อการหาผลเฉลยของค่าพารามิเตอร์ได้เพียงชุดเดียวดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้ประมาณค่า  $E_p$  และ  $E_c$  โดยให้ค่า  $E$  ทั้ง 2 เป็นค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นซึ่งหาได้จากความชันของกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดที่ได้จากการทดลอง ดังแสดงในภาพที่ 4.4 วิธีการหาค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นที่เหมาะสมจากผลการทดสอบดึงยาง (Tensile test) จะเห็นว่าค่า  $E_p$  จะถูกประมาณโดยใช้ค่าบริเวณปลายช่วงเริ่มต้น เนื่องจากเป็นช่วงที่พันธะทางกายภาพขาดออกจากกันจนใกล้จะหมด สำหรับ  $E_c$  จะถูกประมาณโดยใช้ค่าบริเวณช่วงฮาร์ดเดนนิง เนื่องจากเป็นช่วงที่พันธะเคมีเริ่มมีบทบาทสำคัญในการรับแรงดึงส่วนค่าพารามิเตอร์ที่เหลือใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการประมาณค่าด้วยการ Curve fitting โดยระเบียบวิธี Nonlinearleast-squares method โดยค่าสัมประสิทธิ์แสดงการตัดสินใจ (Coefficient of determination,  $R^2$ ) ที่จะยอมรับในงานนี้ต้องไม่น้อยกว่า 0.95

ชิ้นงานทดสอบ S-6 นี้สามารถเลือกกำหนดค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นที่  $E_p = 3$  MPa และ  $E_c = 15$  MPa จากการใช้ระเบียบวิธี Nonlinearleast-squares method จะสามารถหาค่าพารามิเตอร์ที่เหลือได้เป็น  $\phi = 0.8041$ ,  $\alpha = 1.267$  และ  $\beta = 5.491$  ( $R^2 = 0.9999$ ) เมื่อได้ค่าพารามิเตอร์ทั้ง 5 ตัวแล้วนำมาพล็อตกราฟเพื่อเปรียบเทียบและวิเคราะห์ผลต่อไป

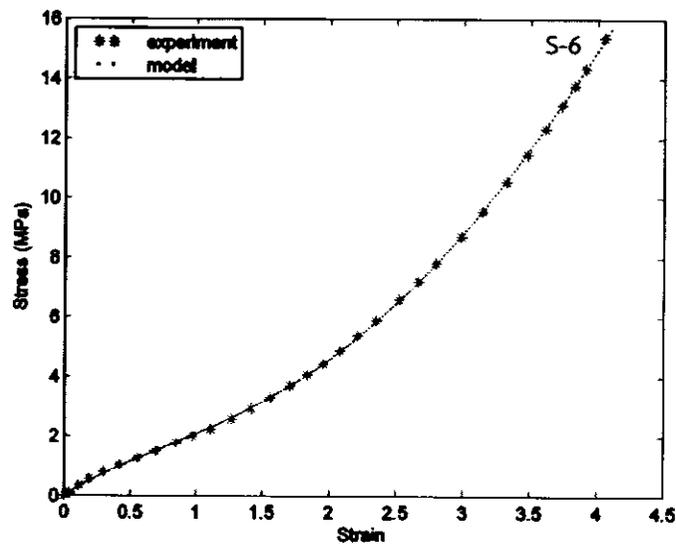


ภาพที่ 4.4 วิธีการหาค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นที่เหมาะสมจากผลการทดสอบดึงยาง

ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการทำ Curve fitting ซึ่งได้ค่า R-square : 0.9999 ซึ่งเข้าใกล้ 1 มากทำให้กราฟที่ได้มีความแม่นยำมากเมื่อเทียบกับผลการทดลอง

#### 4.3 การวิเคราะห์ความผันแปรของพารามิเตอร์

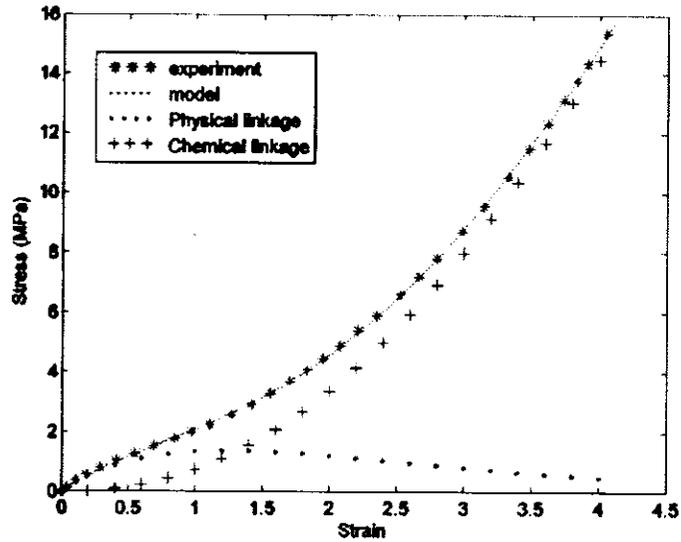
พารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่หาได้จากการประมาณค่าจากการทดลองและ Curve fitting สมการที่ (3.11) กับการทดลอง คือ  $E_p = 3$  MPa,  $E_c = 15$  MPa,  $\phi = 0.8041$ ,  $\alpha = 1.267$  และ  $\beta = 5.491$  ดังนั้นเมื่อนำพารามิเตอร์เหล่านี้มาแทนค่าในสมการที่ (3.11) เพื่อเทียบกับผลการทดลอง ดังแสดงในภาพที่ 4.5 ผลการเปรียบเทียบค่าความเค้นและความเครียดของผลการทดลองกับแบบจำลอง



ภาพที่ 4.5 ผลการเปรียบเทียบค่าความเค้นและความเครียดของผลการทดลองกับแบบจำลอง

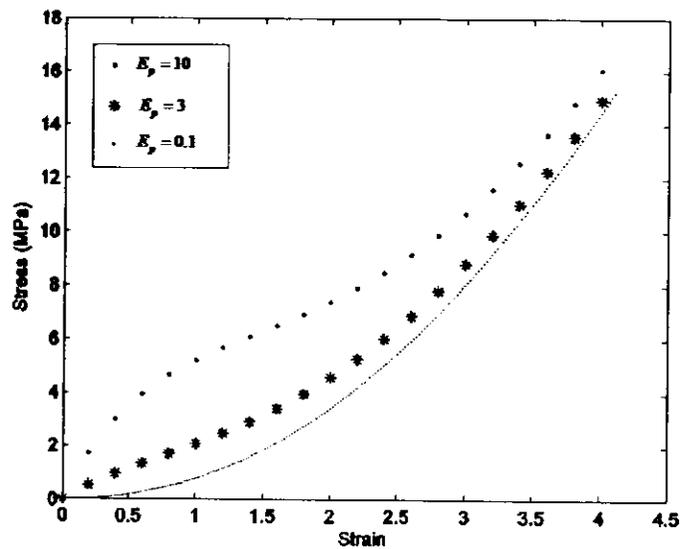
จะเห็นว่าเส้นกราฟที่ได้จากแบบจำลองมีค่าใกล้เคียงจากผลการทดลองมาก โดยแบบจำลองนี้สามารถแสดงพฤติกรรมเชิงกลของยางคงรูปขณะรับแรงดึงได้ดีมากในทุกช่วงความเครียด ซึ่งแสดงให้เห็นว่าสมมุติฐานที่ตั้งขึ้นในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้มีความใกล้เคียงกับพฤติกรรมที่เกิดขึ้นจริงในยางขณะรับแรงดึง

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของพันธะทางกายภาพพันธะเคมี ผลการทดลองและผลของแบบจำลอง พบว่า ที่ความเครียดช่วงต้นความเค้นในยางเกิดจากการรับแรงของพันธะทางกายภาพทั้งหมด ความเค้นของพันธะทางกายภาพจึงมีค่าเกือบเท่ากับความเค้นของแบบจำลองและผลการทดลอง เมื่อเข้าสู่ช่วงครากโซโม่เลกุลของพันธะทางกายภาพเริ่มค่อย ๆ หลุด ทำให้โซโม่เลกุลของพันธะเคมีเริ่มรับแรง ส่งผลให้ความเค้นของพันธะทางกายภาพลดลงส่วนความเค้นของพันธะเคมีเพิ่มขึ้น และเมื่อเข้าสู่ช่วงฮาร์ดเทนนิ่งโซโม่เลกุลของพันธะทางกายภาพหลุดเกือบหมด ทำให้โซโม่เลกุลของพันธะเคมีรับแรงมากขึ้น ส่งผลให้ความเค้นของพันธะทางกายภาพลดลงเกือบหมด ส่วนความเค้นของพันธะเคมีเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนเกือบเท่าความเค้นของแบบจำลองและผลการทดลอง ดังแสดงในภาพที่ 4.6 ผลที่เกิดขึ้นจากพันธะภายในของของคงรูปขณะรับแรงดึง



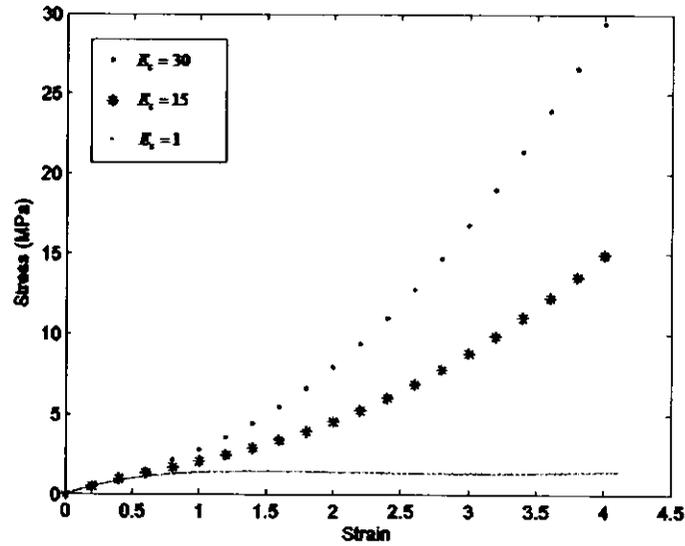
ภาพที่ 4.6 ผลที่เกิดขึ้นจากพันธะภายในของยางคงรูปขณะรับแรงดึง

เมื่อพิจารณาผลกระทบของค่า  $E_p$  กับแบบจำลองพบว่า ยิ่ง  $E_p$  มีค่ามาก ช่วงความเครียดเริ่มต้นยิ่งเกิดความเค้นสูงด้วย ดังแสดงในภาพที่ 4.7 ผลที่เกิดขึ้นกับแบบจำลองจากการเลือกเปลี่ยนค่า  $E_p = 10$ ,  $E_p = 3$ ,  $E_p = 0.1$



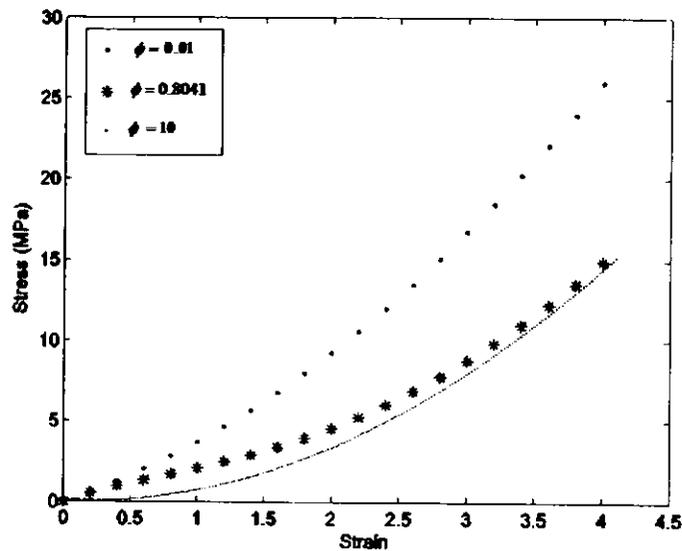
ภาพที่ 4.7 ผลที่เกิดขึ้นกับแบบจำลองจากการเลือกเปลี่ยนค่า  $E_p = 10$ ,  $E_p = 3$ ,  $E_p = 0.1$

เมื่อพิจารณาผลกระทบของค่า  $E_c$  มีผลต่อแบบจำลองเฉพาะในช่วงฮาร์ดเดนนิ่ง  $E_c$  มีค่ายิ่งมาก ค่าความเค้นในช่วงฮาร์ดเดนนิ่งก็สูงตามไปด้วย ดังแสดงในภาพที่ 4.8 ผลที่เกิดขึ้นกับแบบจำลองจากการเลือกเปลี่ยนค่า  $E_c = 30$ ,  $E_c = 15$ ,  $E_c = 1$



ภาพที่ 4.8 ผลที่เกิดขึ้นกับแบบจำลองจากการเลือกเปลี่ยนค่า  $E_c = 30$ ,  $E_c = 15$ ,  $E_c = 1$

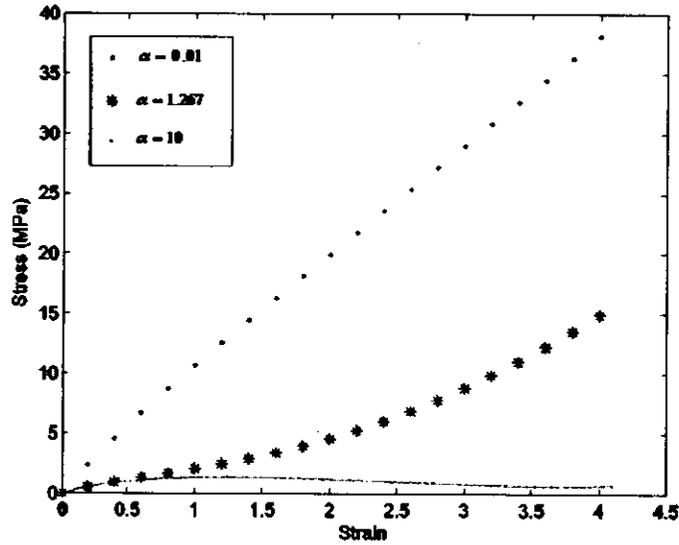
เมื่อพิจารณาผลกระทบต่อแบบจำลอง ยิ่ง  $\phi$  มีค่ามากยิ่งทำให้พันธะทางกายภาพขาดเร็วมากขึ้น ส่งผลให้ค่าโมดูลัสของพันธะกายภาพลดลงเร็วขึ้น ทำให้ความเค้นของแบบจำลองในช่วงต้นนี้มีค่าลดลงด้วย ดังแสดงในภาพที่ 4.9 ผลที่เกิดขึ้นกับแบบจำลองจากการเลือกเปลี่ยนค่า  $\phi = 0.01$ ,  $\phi = 0.8041$ ,  $\phi = 10$



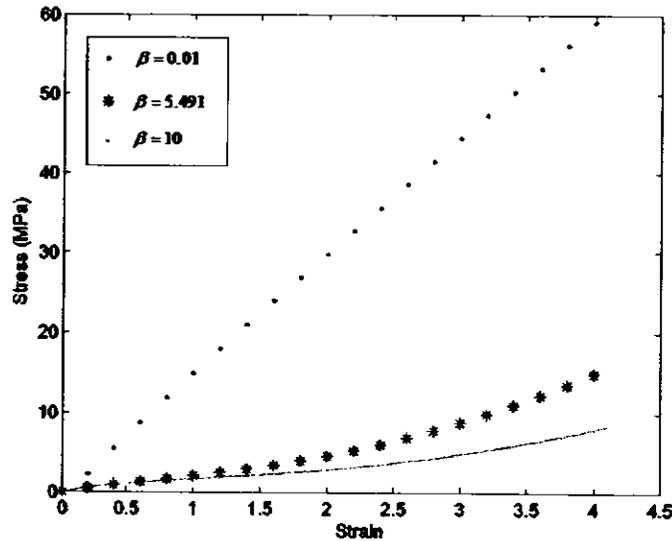
ภาพที่ 4.9 ผลที่เกิดขึ้นกับแบบจำลองจากการเลือกเปลี่ยนค่า  $\phi = 0.01$ ,  $\phi = 0.8041$ ,  $\phi = 10$

ส่วนค่า  $\alpha$  และค่า  $\beta$  มีผลแปรผกผันต่อการรับแรงของพันธะเคมี คือ ยิ่งค่า  $\alpha$  และค่า  $\beta$  มีค่ามากยิ่งทำให้การรับแรงของพันธะเคมีช้าลงส่งผลให้ค่าความเค้นของพันธะเคมีมีค่าน้อยลง จึงส่งผลให้แบบจำลองโดยเฉพาะช่วงฮาร์ดเดนนิ่งมีค่าความเค้นน้อยลงตามไปด้วย ดังแสดงในภาพที่ 4.10

ผลที่เกิดขึ้นกับแบบจำลองจากการเลือกเปลี่ยนค่า  $\alpha = 0.01$ ,  $\alpha = 1.267$ ,  $\alpha = 10$  และภาพที่ 4.11  
 ผลที่เกิดขึ้นกับแบบจำลองจากการเลือกเปลี่ยนค่า  $\beta = 0.01$ ,  $\beta = 5.491$ ,  $\beta = 10$



ภาพที่ 4.10 ผลที่เกิดขึ้นกับแบบจำลองจากการเลือกเปลี่ยนค่า  $\alpha = 0.01$ ,  $\alpha = 1.267$ ,  $\alpha = 10$



ภาพที่ 4.11 ผลที่เกิดขึ้นกับแบบจำลองจากการเลือกเปลี่ยนค่า  $\beta = 0.01$ ,  $\beta = 5.491$ ,  $\beta = 10$

จะเห็นว่าแบบจำลองที่สร้างขึ้นนี้สามารถอธิบายพฤติกรรมการรับภาระแรงและการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างภายในของยางคงรูปขณะรับแรงดึงได้อย่างสอดคล้องกัน และค่าพารามิเตอร์ในสมการของแบบจำลองนี้ ส่งผลโดยตรงต่อพฤติกรรมขณะรับแรงดึงของแบบจำลอง ผลที่ได้จากการทดลองทั้งหมดนี้จะนำไปใช้วิเคราะห์เปรียบเทียบกับพฤติกรรมการรับแรงดึง เมื่อมีการผันแปรค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ

ในแบบจำลองเพื่อดูแนวโน้มความสอดคล้องกันกับผลการทดสอบดั่ง양คงรูปที่ปริมาณสารเคมีที่เติมแตกต่างกัน ซึ่งจะสรุปผลในบทต่อไป

## บทที่ 5 สรุปผล

งานวิจัยนี้ได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพารามิเตอร์ในแบบจำลองมีทั้งหมด 5 พารามิเตอร์ ประกอบด้วย  $E_p$  คือค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของพันธะกายภาพ  $\phi$  คือ ค่าแสดงความเร็วในการหลุดของพันธะกายภาพ  $E_c$  คือ ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของพันธะเคมี ส่วน  $\alpha$  คือ ค่าพารามิเตอร์รูปร่าง และ  $\beta$  คือ ค่าพารามิเตอร์ขนาด ของฟังก์ชันการกระจายตัวแบบไวบูล ซึ่งแสดงลักษณะการรับแรงดึงของพันธะเคมีในยางคงรูป พารามิเตอร์ในแบบจำลองทั้ง 5 พารามิเตอร์มีความสัมพันธ์กับโครงสร้างภายในของยางคงรูป ซึ่งจากการวิเคราะห์ความผันแปรของพารามิเตอร์ในแบบจำลองดังแสดงในรูปที่ 4.7 ถึง 4.11 พบว่าค่า  $E_p$  และค่า  $\phi$  มีบทบาทสำคัญต่อพฤติกรรมการรับแรงดึงในช่วงความเครียดเริ่มต้น (First region) ในขณะที่ค่า  $E_c$  ค่า  $\alpha$  และค่า  $\beta$  มีบทบาทสำคัญต่อพฤติกรรมการรับแรงดึงในช่วงความเครียดฮาร์ดเดนนิ่ง (Hardening region)

สำหรับการทดสอบสมบัติการรับแรงดึงของยางโดยทำการปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสมของสารเคมีดังแสดงในรูปที่ 4.1 ถึง 4.3 พบว่า การปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสมสาร ผงเขม่าดำ (N330) มีบทบาทสำคัญต่อพฤติกรรมการรับแรงดึงในช่วงความเครียดเริ่มต้น ในขณะที่การปรับเปลี่ยนปริมาณส่วนผสมสารเตตระเมทิลไทยแรมโดซิลไฟต์ (TMTD) และกำมะถัน (S) มีบทบาทสำคัญต่อพฤติกรรมการรับแรงดึงในช่วงความเครียดฮาร์ดเดนนิ่ง (Hardening region)

เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์จากผลของการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ในแบบจำลอง และผลของการปรับเปลี่ยนปริมาณการเติมสาร TMTD, S และ N330 พบว่าการเพิ่ม ค่า  $E_p$  ส่งผลต่อพฤติกรรมการรับแรงดึงของยางในทิศทางเดียวกับการเพิ่มปริมาณของสาร N330 คือ มีบทบาทสำคัญในช่วงเริ่มต้น (First region) คือ ยิ่งเพิ่มปริมาณค่าดังกล่าวมาก ความแข็งแรง (Stiffness) ในช่วงเริ่มต้นก็สูงตามไปด้วย เนื่องจากโมเลกุลของ N330 จะแทรกตัวอยู่ในโซ่โมเลกุลของยางโดยไม่มีพันธะเคมีที่เชื่อมต่อกับโซ่โมเลกุลของยางอย่างชัดเจน ซึ่งเปรียบเสมือนกับพันธะทางกายภาพ (Physical linkage) ในแบบจำลองที่สร้างขึ้น ในขณะที่การเพิ่มค่า  $E_c$  จะส่งผลต่อพฤติกรรมการรับแรงดึงของยางในทิศทางเดียวกับการเพิ่มปริมาณสาร TMTD และ S ในช่วงฮาร์ดเดนนิ่ง (Hardening region) คือ ยิ่งเพิ่มปริมาณค่าดังกล่าวมาก ความแข็งแรง (Stiffness) ในช่วงฮาร์ดเดนนิ่งก็สูงตามไปด้วย เนื่องจากสาร TMTD และ S จะเป็นตัวเร่งและทำให้เกิดปฏิกิริยาทางเคมีส่งผลให้เกิดพันธะระหว่างโซ่โมเลกุลของยางกับกำมะถัน (S) ซึ่งเปรียบได้กับ การเชื่อมต่อแบบพันธะเคมี (Chemical linkage) ในแบบจำลองที่สร้างขึ้นของงานวิจัยนี้

ดังนั้นองค์ความรู้ที่ได้จากงานวิจัยนี้สามารถนำไปพัฒนาต่อยอดเพื่อหาความสัมพันธ์ของปริมาณสารเคมี N330, TMTD และ S กับค่าพารามิเตอร์  $E_p$  และ  $E_c$  เพื่อนำไปคาดการณ์พฤติกรรมเชิงกลของยางคงรูปที่มีส่วนผสมทางเคมีต่างกัน โดยไม่จำเป็นต้องทำการทดลองแบบลองผิดลองถูก ซึ่งจะช่วยให้ประหยัดค่าใช้จ่ายและลดเวลาในการหาสูตรผสมเคมีที่เหมาะสมต่อการใช้งานต่อไป

เอกสารอ้างอิง

## เอกสารอ้างอิง

- [1] รพีภัทร์ วีระชาติพิทักษ์ชน. การวิเคราะห์พฤติกรรมทางกลของวัสดุไฮเปอร์วิสโคอีลาสติกโดยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต: สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2549.
- [2] Sopakayang, R and et al. “Elastic and viscoelastic properties of a type I collagen fiber”, *Journal of Theoretical Biology*. 293: 197-205, 2012.
- [3] จารุธรรม สังข์ปาน. การวิเคราะห์สมบัติวิสโคไฮเปอร์อีลาสติกของยางคงรูปที่อุณหภูมิแตกต่างกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต: สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2550.
- [4] Goktepe, S and Miehe, C. “A micro–macro approach to rubber-like materials. Part III: The micro-sphere model of anisotropic Mullins-type damage”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 53: 2259-2283, 2005.
- [5] นิวัตร มุลปา. สมบัติเชิงพลวัตของยางเติมผงคาร์บอนดำภายใต้การเปลี่ยนรูปมากที่อุณหภูมิแตกต่างกัน. วิทยานิพนธ์ปริญญาปรัชญาดุษฎีบัณฑิต: สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2547.
- [6] Tomita, Y and et al. “Numerical evaluation of micro- to macroscopic mechanical behavior of carbon-black-filled rubber”, *International journal of mechanical sciences*. 48: 108-116, 2006.
- [7] Marckmanna, G and et al. “A theory of network alteration for the Mullins effect”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 50: 2011-2028, 2002.
- [8] Terzopoulos, D and Fleiseher, K. “Modeling inelastic deformation: Viscoelasticity plasticity fracture”, *Computer Graphics*. 22: 269-278, 1988.
- [9] Yang, L and et al. “A visco-hyperelastic approach to modelling the constitutive behaviour of rubber”, *International Journal of Impact Engineering*. 24: 545-560, 2000.
- [10] วราภรณ์ ขจรไชยกูล. เทคโนโลยียาง (RUBBER TECHNOLOGY). กรุงเทพฯ: ส่วนอุตสาหกรรมยาง สถาบันวิจัยยาง กรมวิชาการเกษตร, 2541.

ภาคผนวก

## บทความวิชาการเนื่องจากวิทยานิพนธ์นี้

เชาวลัทักษณ์ เกาหมอ, ดร.รัชดา ไสภาคะยัง

“แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากโครงสร้างระดับโมเลกุลของยางคงรูปขณะรับแรงดึง” การประชุม  
วิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 27 ระหว่างวันที่ 16-18 ตุลาคม 2556  
พัทยา จังหวัดชลบุรี





สถาบันวิศวกรรม  
เครื่องกลแห่งประเทศไทย



สถาบันวิศวกรรม  
เครื่องกลแห่งประเทศไทย

Series of Innovation  
**ME-NETT**  
**2013**

# หนังสือรวมบทความคัดย่อ

การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 27  
The 27<sup>th</sup> Conference of the Mechanical Engineering Network of Thailand  
16-18 ตุลาคม 2556 ณ โรงแรมดุสิตธานี พัทยา จังหวัดชลบุรี

โดย  
สมาคมวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา  
ร่วมกับ  
สมาคมวิศวกรเครื่องกลไทย

ISBN 978-974-384-498-0

การประชุมวิชาการระดับชาติวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 27  
16-18 ตุลาคม 2556 พิษณุโลก จังหวัดพิษณุโลก

ME-NETT  
2013

AMM-2006

**แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากโครงสร้างระดับโมเลกุลของยางคงรูปขณะรับแรงดึง**  
**A mathematical model based on molecular structure of vulcanized rubber under**  
**tensile tests**

**นายเชาวลิต ชูวณิช และ ดร.วิชา โสภาคะยัง**

วิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ วิทยาเขตปทุมธานี จังหวัดปทุมธานี 13110  
\*E-mail: chowawut@pwr.ac.th, เบอร์โทรศัพท์ 088-5806484

**บทคัดย่อ**

งานวิจัยนี้เป็นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากโครงสร้างระดับโมเลกุลของยางคงรูปขณะรับแรงดึง โดยมีสมมุติฐานว่ายางคงรูปประกอบด้วยโซ่โมเลกุล 2 แบบ คือ แบบพันธะทางกายภาพและแบบพันธะเคมี ซึ่งในช่วงเริ่มต้นของการรับแรงดึงโซ่โมเลกุลแบบพันธะทางกายภาพจะมีบทบาทสำคัญในการรับแรงทั้งหมด เมื่อเข้าสู่ช่วงครากโซ่โมเลกุลแบบพันธะทางกายภาพจะค่อยๆหลุดขาด จึงส่งผลให้ค่าโมดูลัสของยางมีค่าลดลงและเมื่อเข้าสู่ช่วงฮาร์ดเดนนิง โซ่โมเลกุลแบบพันธะเคมีจะมีบทบาทสำคัญในการรับแรงจึงส่งผลให้ค่าโมดูลัสของยางมีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งค่าตัวแปรในสมการทางคณิตศาสตร์ของโมเดลหาได้จากงานระเบียบวิธีการประมาณค่าที่สัมพันธ์กันของโมเดลกับข้อมูลที่ได้จากการทดลอง โดยโมเดลนี้สามารถแสดงพฤติกรรมเชิงกลของยางคงรูปได้ดีในทุกช่วงความเค้นขณะรับแรงดึง

**คำหลัก** แบบจำลองทางคณิตศาสตร์, การยืดหยุ่นแบบไม่เชิงเส้น, ไฮเปอร์อีลาสติค, ยางคงรูป

**Abstract**

The aim of this research is to formulate a mathematical model based on molecular structure of vulcanized rubber under tensile tests. In general, the linkage of polymer chains in rubber can be classified as two different linkages: physical links and chemical links. In the first region of the tensile behavior, all physical links are assumed to be active before they gradually fail. In the yield region, the physical links are still failing while the chemical links are assumed to gradually become active. In the hardening region, only chemical linkage is assumed to play an important role on the tensile behavior, so the chemical links is progressively active in this region. In conclusion, the parameters in model are determined by curve fitting the model with the experimental data. It can be shown that the model can characterize the tensile behavior of vulcanized rubber very well in every region.

**Keywords:** Mathematical model, tensile non-linear, Hyperelasticity, Vulcanized Rubber.

AMM-2006

การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 27  
16-18 ตุลาคม 2556 พัทยา จังหวัดชลบุรีME-NETT  
2013

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากโครงสร้างระดับโมเลกุลของยางคงรูปขณะรับแรงดึง  
A mathematical model based on molecular structure of vulcanized rubber under  
tensile tests

นายเชาวลิกษณ์ เกาหมอ\* และ ดร.รัชดา โสภาคะยัง

วิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี ตำบลเมืองศรีโค อำเภอกันทรารมย์ จังหวัดอุบลราชธานี 34190

\*ติดต่อ: E-mail: chaowalukit@pwa.co.th, เบอร์โทรศัพท์ 088-5806484

**บทคัดย่อ**

งานวิจัยนี้เป็นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จากโครงสร้างระดับโมเลกุลของยางคงรูปขณะรับแรงดึง โดยมีสมมุติฐานว่ายางคงรูปประกอบด้วยโซ่โมเลกุล 2 แบบ คือ แบบพันธะทางกายภาพและแบบพันธะเคมี ซึ่งในช่วงเริ่มต้นของการรับแรงดึงโซ่โมเลกุลแบบพันธะทางกายภาพจะมีบทบาทสำคัญในการรับแรงทั้งหมด เมื่อเข้าสู่ช่วงครากโซ่โมเลกุลแบบพันธะทางกายภาพจะค่อยๆ หลุดขาด จึงส่งผลให้ค่าโมดูลัสของยางมีค่าลดลงและเมื่อเข้าสู่ช่วงฮาร์ดเคเนนนิ่ง โซ่โมเลกุลแบบพันธะเคมี จะมีบทบาทสำคัญในการรับแรง จึงส่งผลให้ค่าโมดูลัสของยางมีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งค่าตัวแปรในสมการทางคณิตศาสตร์ของโมเดลหาได้จาก การระเบียบวิธีการประมาณค่าที่สมมูลกันของโมเดลกับข้อมูลที่ ได้จากการทดลอง โดยโมเดลนี้สามารถแสดงพฤติกรรมเชิงกลของยางคงรูปได้ดีในทุกช่วงความเครียดขณะรับแรงดึง

**คำหลัก:** แบบจำลองทางคณิตศาสตร์, การยึดหยุ่นแบบไม่เชิงเส้น, ไฮเปอร์อีลาสติก, ยางคงรูป

**Abstract**

The aim of this research is to formulate a mathematical model based on molecular structure of vulcanized rubber under tensile tests. In general, the linkage of polymer chains in rubber can be classified as two different linkages: physical links and chemical links. In the first region of the tensile behavior, all physical links are assumed to be active before they gradually fail. In the yield region, the physical links are still failing while the chemical links are assumed to gradually become active. In the hardening region, only chemical linkage is assumed to play an important role on the tensile behavior, so the chemical links are progressively active in this region. In conclusion, the parameters in model are determined by curve fitting the model with the experimental data. It can be shown that the model can characterize the tensile behavior of vulcanized rubber very well in every region.

**Keywords:** Mathematical model, Tensile non-linear, Hyperelasticity, Vulcanized rubber.

**1. บทนำ**

ปัจจุบันการ แข่งขันทางด้านธุรกิจอุตสาหกรรมเพิ่มสูงขึ้น การพัฒนาวิศวกรรมเพื่อให้ได้วัสดุที่เหมาะสมและคุ้มค่าต่อการใช้งานก็เป็นส่วนสำคัญที่จะ

ทำให้อุตสาหกรรมสามารถพัฒนาขึ้น วัสดุที่มีความสำคัญต่องานทางด้านวิศวกรรมประเภทหนึ่ง คือ ยางคงรูป การผลิตยางคงรูปเพื่อให้มีคุณสมบัติเชิงกลที่เหมาะสมต่อการใช้งานทางวิศวกรรมนั้นต้อง

## AMM-2006

การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 27  
16-18 ตุลาคม 2556 พัทลุง จังหวัดพัทลุง

ME-NETT  
2013

สิ้นเปลืองค่าใช้จ่ายและเวลาในการลองผิดลองถูกสูงมาก เนื่องจากยางพาราในปัจจุบันมีราคาแพง แต่ถ้าเราสามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สามารถอธิบายและคาดคะเนพฤติกรรมการรับภาระแรงของยางได้ จะเป็นการลดค่าใช้จ่ายในการลองผิดลองถูกเพื่อผลิตผลิตภัณฑ์ยางได้ อีกทั้งยังสามารถพัฒนาผลิตภัณฑ์ยางให้มีคุณสมบัติเชิงกลให้ดีขึ้นได้อีกด้วย

จากงานวิจัยที่ผ่านมาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายพฤติกรรมเชิงกลของยางคงรูปเป็นแบบจำลองที่อธิบายพฤติกรรมเชิงกลของยาง (Phenomenological model) ซึ่งตัวแปรภายในแบบจำลองไม่มีความหมายทางกายภาพที่สัมพันธ์กับโครงสร้างภายในของยาง เช่น แบบจำลองอ็อกเดน (Ogden model) และบูลีนีวีฟลิน (Mooney-Rivlin model) เป็นต้น [6] ในงานวิจัยนี้จึงมุ่งเน้นที่จะสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งตัวแปรภายในแบบจำลองมีความสัมพันธ์กับลักษณะทางกายภาพของโครงสร้างภายในยาง (Structural model) ที่สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของโครงสร้างภายในที่สำคัญของยางคงรูปขณะรับแรงดึงได้ โดยใช้แนวคิดจากงานวิจัยเรื่อง Elastic and viscoelastic properties of a type I collagen fiber [3] ซึ่งเป็นการจำลองการเปลี่ยนแปลงกายภาพของโครงสร้างภายในของวัสดุขณะรับแรงแบบคลายความเค้น (Relaxation) เพื่ออธิบายคุณสมบัติวิสโคอีลาสติกและอีลาสติกของคลอธาเจนไฟเบอร์

## 2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

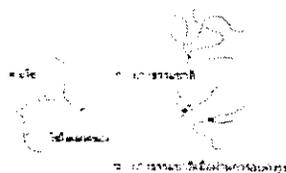
จากการศึกษาที่ผ่านมาพบว่ายางก่อนผ่านการอบคงรูป จะแสดงพฤติกรรมเชิงกลเหมือนกับวิสคูอิสโคอีลาสติก ในขณะที่ยางหลังอบคงรูปจะแสดงความเป็นวิสโคอีลาสติกน้อยลง จนบางครั้งในงานวิจัยหลาย ๆ งานได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยสมมุติให้ยางคงรูปมีคุณสมบัติทางกลแบบไฮเปอร์อีลาสติก

### 2.1 โครงสร้างและส่วนผสมสารเคมีที่มีผลต่อสมบัติของยางคงรูป

เนื่องจากยางดิบ (Natural Rubber) ที่เราได้มาจากยางพารามีสมบัติไม่เหมาะสมที่จะนำไปใช้งานโดยตรง จึงจำเป็นต้องมีกระบวนการปรับปรุงคุณสมบัติโดยการผสมยางดิบกับสารเคมีต่างๆ เพื่อให้ยางมีคุณสมบัติที่เหมาะสมกับการใช้งานต่างๆ ความต้องการ สารตัวเติม (Filler) เป็นสารที่ใช้ผสมกับยางดิบเพื่อช่วยเสริมแรง (Reinforcement) เช่น เพิ่มความต้านทานแรงดึง เพิ่มความทนต่อการสึกกร่อน ดังนั้นโครงสร้างทางเคมีจึงมีบทบาทต่อความแข็งแรงและความยืดหยุ่นของยางคงรูป ดังนี้

#### 2.1.1 การทำให้ยางคงรูป (Vulcanization)

กระบวนการทำให้ยางคงรูปโดยใช้กำมะถันเติมลงไปในยางดิบนั้น กำมะถันจะทำหน้าที่เป็นตัวยึดจับระหว่างห่วงโซ่โมเลกุลของยางและการเติมกำมะถันเป็นกระบวนการหลังจากการบดผสมยางกับสารเคมีก่อนนำยางไปอบคงรูป กำมะถันจะส่งผลให้ห่วงโซ่โมเลกุลของยางเกิดจุดเชื่อมต่อ ทำให้ยางมีความแข็งแรงขึ้น ทนทานต่อความร้อนและการสึกกร่อน ซึ่งการจับยึดโซ่โมเลกุลอธิบายได้ด้วย รูปที่ 1 กำมะถันจะเข้าร่วมกับสารตัวกระตุ้น (Activator) และสารตัวเร่ง (Accelerator) ตัวกระตุ้นที่ใช้ทั่วไปคือ ซิงค์ออกไซด์ และกรดสเตียริก ซึ่งทำหน้าที่เพิ่มจำนวนพันธะเคมีทำให้ยางมีความแข็งแรงขึ้น สารตัวเร่งจะช่วยเพิ่มอัตราความเร็วและประสิทธิภาพของปฏิกิริยากระบวนการอบคงรูป [5]



รูปที่ 1 การจับยึดของโซ่โมเลกุลกับอะตอมของกำมะถัน [5]

#### 2.1.2 การเสริมแรงโดยการเติมผงคาร์บอนดำ

การเติมผงคาร์บอนดำระหว่างกระบวนการบดผสมยางนั้นจะมีผลทำให้ยางนั้นมีความแข็งแรงมากขึ้นและยังเป็นการเติมสีให้กับยางเราแบ่งผงคาร์บอนดำออกเป็น 3 ประเภทดังนี้ แลมป์ (Lamp) เป็นผง

AMM-2006

การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 27  
16-18 ตุลาคม 2556 พัทธยา จังหวัดพัทลุงบุรี



คาร์บอนดำทำให้อย่างมีลี ซาย์เนล (Channel) เป็นผง คาร์บอนดำทำให้อย่างขยายตัวมากขึ้นและเสริมแรงได้ บ้าง เฟอแมส (Fumace) เป็นผงคาร์บอนดำทำให้อย่าง เสริมแรงได้มากที่สุด ผงคาร์บอนดำยังเป็นสารที่เติม เข้าไปให้แทรกตัวระหว่างโซโมเลกุลของโคงซาย์ไฟลิ เมอร์ โดยอะตอมเดี่ยวของคาร์บอนที่เติมเข้าไปจะอยู่ ในช่องว่างของโ คงซาย์ทำให้คุณสมบัติของยาง เปลี่ยนไป สิ่งแรกที่สังเกตได้คือความแข็งของยาง และ เวลาการอบคงรูปปัจจัยสำคัญในการเสริมแรงของผง คาร์บอนดำ คือ การเกาะกันของอนุภาคผงคาร์บอนดำ และขนาดของผงคาร์บอนดำ ผงคาร์บอนดำที่มี อนุภาคเกาะกันแน่นมากจะทำให้ยางเพิ่มการต้านทาน ต่อการขยาย ยตัวของรอยฉีกขาดและเพิ่มความ ต้านทานการล้าตัว [5]



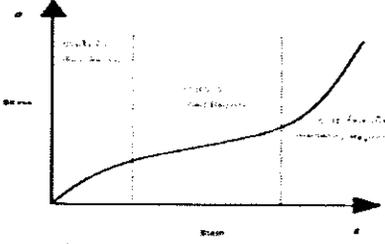
รูปที่ 2 ภาพถ่าย SEM (Scanning Electron Microscope) ของยางเติมคาร์บอนดำ 20 phr [1]

2.2 สมบัติไฮเปอร์อีลาสติคขณะรับแรงดึง (Hyperelastic properties)

พฤติกรรมของยางคงรูปขณะรับแรงดึงนั้น ความ เหน็งและความเครียดที่เกิดขึ้นเมื่อได้รับการจะมี ความสัมพันธ์ในลักษณะไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlineanty relation) ซึ่งแตกต่างจากวัสดุประเภทโลหะทั่วไป กรรมวิธีการผลิตยางคงรูป มีการเติมส่วนประกอบ สารเคมีเข้าไปเพื่อให้คุณสมบัติมีความทนทานมากขึ้น พฤติกรรมของยางจึงเปลี่ยนไปตามสารประกอบที่เติม เข้าไป

งานวิจัยนี้ได้ศึกษายาง ที่ผ่านกระบวนการทำให้ยางคง รูป (Vulcanization) ซึ่งจะมีผลทำให้คุณสมบัติต่างๆ ของยางเปลี่ยนไป ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่น ของยาง และการยึดล้าจะไม่เป็นสัดส่วนโดยตรงกับภาระที่ ได้รับ เรียกว่า พฤติกรรมแบบไม่เป็นเชิงเส้น

(Nonlinear behavior) ซึ่งเราสามารถแบ่งลักษณะ การแสดงพฤติกรรมเชิงกลของยางขณะรับแรงดึงได้ เป็น 3 ช่วง คือ ช่วงเริ่มต้น (First region) ช่วงคราก (Yield region) และช่วงฮาร์ดเทนนิ่ง (Hardening region) ดังแสดงในรูปที่ 3



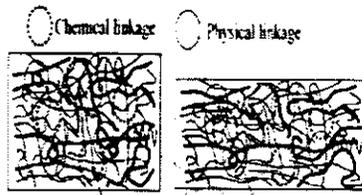
รูปที่ 3 พฤติกรรมแบบไม่เป็นเชิงเส้นของยาง

3. การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษา ส่วนประกอบสำคัญของโครงสร้าง ภายในของยางคงรูป คือ โซโมเลกุลของยางซึ่งมีการ เชื่อมต่อกันด้วยพันธะเคมีเป็นโครงร่างคาสาย (Cross links) โดยการเชื่อมต่อกันของโซโมเลกุลที่สามารถ แบ่งออกได้เป็น การเชื่อมต่อกันทางกายภาพ (Physical linkage) และพันธะเคมี (Chemical linkage) [4] ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงสร้างแบบจำลองทาง คณิตศาสตร์ภายใต้สมมุติฐานที่ว่า ในช่วงเริ่มต้นของ พฤติกรรมการรับแรงดึงนั้น ทั้งห้วงโซ โมเลกุลที่ เชื่อมต่อกันทางกายภาพ ทั้งหมด และพันธะเคมี บางส่วนมีบทบาทสำคัญในการรับแรง เมื่อเข้าสู่ช่วง ครากห้วงโซโมเลกุลที่เชื่อมต่อกันทางกายภาพจะเริ่ม หลุดออกจากกัน จึงส่งผลให้ค่าโมดูลัสของยางมีค่า ลดลง และเมื่อเข้าสู่ช่วงฮาร์ดเทนนิ่งห้วงโซโมเลกุลที่ เชื่อมต่อกันทางพันธะเคมีในส่วนที่ยังไม่รับแรงจะเริ่ม รับแรงจึงส่งผลให้ค่าโมดูลัสของยางมีค่าเพิ่มขึ้น

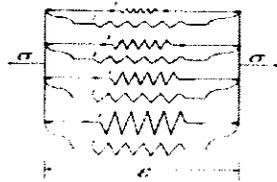
งานวิจัยนี้จึงได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยเลียนแบบพฤติกรรมเปลี่ยนแปลงการเชื่อมต่อ ของทั้ง 2 แบบ ขณะรับแรงดึง ดังแสดงในรูปที่ 4 โดย การเชื่อมต่อกันทางกายภาพ แทนด้วยหน่วย สปริง (Spring unit) ที่ต่อกันแบบขนานหลาย ๆ เส้นเหมือน โซโมเลกุลในโครงสร้างภายในยางคงรูป ซึ่งพฤติกรรม

การรับภาระแรงของสปริงแบบกายภาพนี้ จะรับแรงทั้งหมด ขณะเริ่มดึง และค่อย ๆ หลุดขาดออกจากกัน โดยใช้ทฤษฎีความเสียหายทางสถิติ และฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability density function) ของการหลุดขาดเป็นการแจกแจงความถี่แบบเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential distribution) ส่วนการเชื่อมต่อกันแบบทางพันธะเคมี แทนด้วยสปริงหลาย ๆ ตัวเหมือนโซ่โมเลกุลในโครงสร้างภายในยางคงรูปเช่นกัน แต่สปริงแบบพันธะเคมีนั้นจะมีพฤติกรรมการรับภาระแรงแตกต่างจากแบบทางกายภาพโดยสิ้นเชิง คือ สปริงแบบทางพันธะเคมีจะค่อย ๆ รับแรงและจะไม่ขาดออกจากกัน เราจะให้พฤติกรรมการค่อย ๆ รับแรงของกลุ่มสปริงนี้โดยใช้การแจกแจงความถี่ทางสถิติแบบไวบูล (Weibull distribution)



รูปที่ 4 การออกแบบแบบจำลองโดยเลียนแบบการเชื่อมต่อกันภายในยางคงรูป [4]

จากการใช้สมมุติฐานดังกล่าว สามารถสร้างแผนภาพแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยเลียนแบบพฤติกรรมกรรับภาระแรงของ ลักษณะการเชื่อมต่อกันทั้งสองแบบของยางคงรูปขณะรับแรงดึงได้ดังแสดงในรูปที่ 5



รูปที่ 5 แผนภาพแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของยางคงรูปขณะรับแรงดึง

จากแผนภาพแบบจำลองนี้จะเห็นว่าสปริงของทั้ง 2 กลุ่มพันธะต่อกันแบบขนาน ทำให้ค่าความเครียดเท่ากันดังนี้

$$\epsilon = \epsilon_p = \epsilon_c \quad (3-1)$$

โดย

$\epsilon$  คือ ความเครียดทั้งหมดของยางคงรูป

$\epsilon_p$  คือ ความเครียดของการเชื่อมต่อแบบทางกายภาพ

โดย

$\epsilon_c$  คือ ความเครียดของการเชื่อมต่อแบบพันธะเคมี

ความเค้นทั้งหมดจะเท่ากับความเค้น รวมทั้งหมดของสปริงทั้ง 2 กลุ่มพันธะรวมกัน ดังนี้

$$\sigma = \sigma_p + \sigma_c \quad (3-2)$$

โดย

$\sigma$  คือ ความเค้นรวมทั้งหมดในยางคงรูป

$\sigma_p$  คือ ความเค้น รวมทั้งหมด ที่เกิดจากการเชื่อมกันแบบทางกายภาพ

$\sigma_c$  คือ ความเค้นรวมทั้งหมดที่เกิดจากการเชื่อมกันแบบพันธะเคมี

ความเค้นภายในการเชื่อมต่อ แบบทางกายภาพที่ประกอบด้วยโซ่โมเลกุลหลายเส้นพันกัน ซึ่งแทนด้วยสปริงหลายๆ ตัวเชื่อมต่อกันแบบขนาน นั้นเริ่มรับแรง (Active) พร้อมกันทั้งหมดทันทีที่ยางเริ่มรับแรงดึง แล้วจึงค่อย ๆ หลุดขาดออกจากกัน ตาม ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น แบบเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential distribution) โดยสามารถเขียนสมการอธิบาย ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดได้ดังนี้

$$\sigma_p = E_p \epsilon_p \left[ \int_0^{\epsilon} p(\epsilon) d\epsilon - \int_0^{\epsilon_p} p(\epsilon_p) d\epsilon_p \right] \quad (3-3)$$

$$\sigma_c = E_c \epsilon_c \left[ \int_0^{\epsilon} p(\epsilon) d\epsilon - \int_0^{\epsilon_c} p(\epsilon_c) d\epsilon_c \right] \quad (3-4)$$

โดย

$E_p$  คือ ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของพันธะกายภาพ

โดย

$\epsilon_s$  คือ ความเครียด ที่การเชื่อมต่อนั้น ทางกายภาพหลุดขาดออกจากกัน การแจกแจงความถี่ของการขาดออกของโซ่ไมเลกุลแบบทางกายภาพเป็นแบบเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential distribution) สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (3-5)

$$p(\epsilon_s) = \phi e^{-\phi \epsilon_s} \quad (3-5)$$

โดยที่  $\phi > 0$  เมื่อ  $\phi$  คือ ค่าแสดงความเร็วในการหลุดขาด

จากสมการที่ (3-4) และ (3-5) สามารถ หาค่าเฉลี่ยของสมการที่ (3-4) โดยการอินทิเกรตได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \sigma_r &= E_r \left[ \int_0^\infty p(\epsilon) d\epsilon - \int_0^\infty p(\epsilon_s) d\epsilon_s \right] \\ \sigma_r &= E_r \left[ \int_0^\infty \phi e^{-\phi \epsilon} d\epsilon - \int_0^\infty \phi e^{-\phi \epsilon_s} d\epsilon_s \right] \\ \sigma_r &= E_r \left[ (1) - (1 - e^{-\phi \epsilon_s}) \right] \end{aligned} \quad (3-6)$$

ส่วนพื้นที่เคมี จะค่อยๆ รับแรง (Active) ลามฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability density function) แบบไวบูล (Weibull distribution) และไม่ขาดออกจากกัน สามารถ เขียนสมการ อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดได้ดังนี้

$$\sigma = \int_0^\infty E_r (\epsilon - \epsilon_s) p(\epsilon_s) d\epsilon_s \quad (3-7)$$

โดย  $E_r$  คือ ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของพื้นที่เคมี  $\epsilon_s$  คือ ค่าความเครียดของพื้นที่เคมีที่เริ่มรับแรง กำหนดให้  $p(\epsilon_s)$  คือ ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability density function) ของการเริ่มรับแรง (Active) ของพื้นที่เคมีที่  $\epsilon > \epsilon_s$  โดยใช้การแจกแจงความถี่ แบบไวบูล (Weibull distribution)

$$p(\epsilon_s) = \frac{\alpha}{\beta} \left( \frac{\epsilon_s}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-\left( \frac{\epsilon_s}{\beta} \right)^\alpha} \quad (3-8)$$

เมื่อ  $\alpha$  คือ ค่า Shape parameter โดย  $\alpha > 0$   
 $\beta$  คือ ค่า Scale parameter โดย  $\beta > 0$

จากสมการที่ (3-7) และ (3-8) สามารถหาค่าเฉลี่ยของสมการที่ (3-7) ได้ดังนี้

$$\sigma = E_r \left[ \epsilon - \frac{\beta}{\alpha} \gamma \left( \frac{1}{\alpha}, \left( \frac{\epsilon}{\beta} \right)^\alpha \right) \right] \quad (3-9)$$

$$\text{โดย } \gamma \left( \frac{1}{\alpha}, \left( \frac{\epsilon}{\beta} \right)^\alpha \right) = \int_0^{\left( \frac{\epsilon}{\beta} \right)^\alpha} a^{\frac{1}{\alpha}-1} e^{-a} da \quad (3-10)$$

$\gamma$  คือ Incomplete gamma function

เมื่อได้สมการ ความเค้นของการเชื่อม ต่อกันทั้ง 2 แบบแล้วนั้น ก็นำสมการทั้งหมดที่ได้ไปแทนในสมการที่ (3-2)  $\sigma = \sigma_p + \sigma_r$  ก็จะได้สมการความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของยางคงรูปที่งานวิจัยนี้ ออกแบบและสร้างขึ้นได้ดังนี้

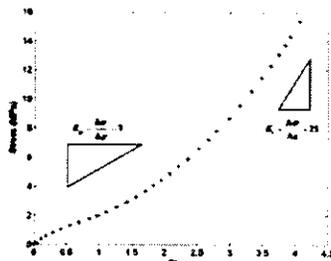
$$\sigma = E_r \left[ (1 - (1 - e^{-\phi \epsilon_s})^\alpha) + E_r \left( \epsilon - \frac{\beta}{\alpha} \gamma \left( \frac{1}{\alpha}, \left( \frac{\epsilon}{\beta} \right)^\alpha \right) \right) \right] \quad (3-11)$$

#### 4. การหาค่าตัวแปรในแบบจำลอง

เมื่อได้ผลเฉลยของสมการแล้ว นำไปเขียนโค้ดลงโปรแกรม MATLAB และทำ Curve fitting จากข้อมูลผลการทดลอง เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ซึ่งจากสมการที่ (3-11) ค่าพารามิเตอร์ในสมการที่ต้องการทั้งสิ้น 5 พารามิเตอร์ คือ  $E_r, E_p, \phi, \alpha, \beta$

เนื่องจากสมการมีพารามิเตอร์หลายตัวซึ่งเป็นการยากต่อการหาผลเฉลยของค่าพารามิเตอร์ได้เพียงชุดเดียว ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้ประมาณค่า  $E_p$  และ  $E_r$  โดยให้ค่า  $E$  ทั้ง 2 เป็นค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นซึ่งหาได้จากความชันของกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดที่ได้จากการทดลอง ดังแสดงในรูปที่ 6 จะเห็นว่าค่า  $E_p$  จะถูกประมาณโดยใช้ค่าบริเวณปลายช่วงเริ่มต้น เนื่องจากเป็นช่วงที่พื้นที่ทางกายภาพขาดออกจากกันจนในที่สุดทั้งหมด สำหรับ  $E_r$  จะถูกประมาณโดยใช้ค่าบริเวณช่วงฮาร์ดเทนนิ่ง เนื่องจากเป็นช่วงที่พื้นที่เคมีเริ่มมีบทบาทสำคัญในการรับแรงดึง

ส่วนค่า พหาวามิเตอร์ที่เหลือ ใช้เครื่องมือในโปรแกรม MATLAB ประมาณค่าด้วยการ Curve Fitting แล้วใส่สมการที่ (3-11) ในช่อง General equation โดยให้  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$  และ  $\phi > 0$  ก็จะได้ค่าพหาวามิเตอร์ทั้งหมดได้และสามารถอธิบายพฤติกรรมการรับภาระแรงดึงของยางคงรูปโดยไม่เคลจากงานวิจัยนี้ได้ถูกต้อง



รูปที่ 6 แสดงวิธีการหาค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นที่เหมาะสมจากผลการทดสอบดึงยาง (Tensile test)

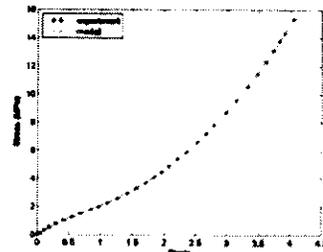
โดยชิ้นงานทดสอบนี้สามารถเลือก Fix ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่น ที่  $E_1 = 3$ ,  $E_2 = 15$  และได้ ค่า  $\phi = 0.8041$ ,  $\alpha = 1.267$  และ  $\beta = 5.491$  ( $R^2 \approx 1$ ) เมื่อได้ค่าพหาวามิเตอร์ที่เหมาะสมทั้ง 5 ตัวแล้ว นำมาพล็อตกราฟเพื่อเปรียบเทียบและวิเคราะห์ผลต่อไป

5. สรุปผลและวิเคราะห์ผล

พหาวามิเตอร์ที่เหมาะสมที่ได้จากการประมาณค่าจากการทดลองและ Curve fitting สมการที่ (3-11) กับการทดลองคือ  $E_1 = 3$ ,  $E_2 = 15$ ,  $\phi = 0.8041$ ,  $\alpha = 1.267$  และ  $\beta = 5.491$  ดังนั้นเมื่อนำพหาวามิเตอร์เหล่านี้มาแทนค่าในสมการที่ (3-11) เพื่อเทียบกับผลการทดลอง ดังแสดงในรูปที่ 7

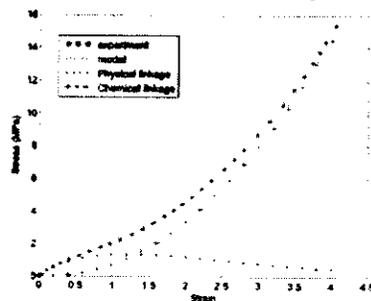
จะเห็นว่าเส้นกราฟที่ได้จากโมเดลมีค่าใกล้เคียงจากผลการทดลองมาก โดยโมเดลนี้สามารถแสดงพฤติกรรมเชิงกลของยางคงรูปขณะรับแรงดึงได้ดีมากในทุกช่วงความเครียด ซึ่งแสดงให้เห็นว่าสมมุติฐานที่ตั้งขึ้นในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้มี

ความใกล้เคียงกับพฤติกรรมที่เกิดขึ้นจริงในยางขณะรับแรงดึง



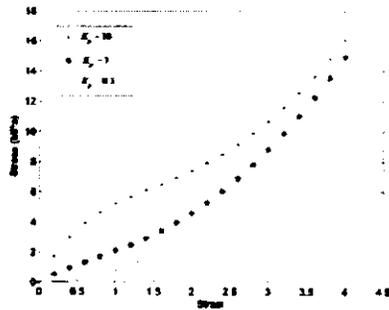
รูปที่ 7 แสดงผลการเปรียบเทียบค่าความเค้นและความเครียดของผลการทดลองกับโมเดล

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของพันธะทางกายภาพพันธะเคมี, ผลการทดลอง และผล ของ แบบจำลองพบว่า ที่ความเครียด ช่วงต้น ความเค้นในยางเกิดการรับแรงของพันธะทางกายภาพทั้งหมด ความเค้นของพันธะทางกายภาพจึงมี ค่าเกือบเท่ากับความเค้นของโมเดลและผลการทดลอง เมื่อเข้าสู่ช่วงครากโซ่โมเลกุลของพันธะทางกายภาพเริ่มค่อยๆ ชขาด ทำให้โซ่โมเลกุลของพันธะเคมีเริ่มรับแรง ส่งผลให้ความเค้นของพันธะทางกายภาพลดลงส่วนความเค้นของพันธะเคมีเพิ่มขึ้น และเมื่อเข้าสู่ช่วงฮาร์ดเค็นนิงโซ่โมเลกุลของพันธะทางกายภาพขาดใกล้หมด ทำให้โซ่โมเลกุลของพันธะเคมีรับแรงมากขึ้น ส่งผลให้ความเค้นของพันธะทางกายภาพลดลงเกือบหมด ส่วนความเค้นของพันธะเคมีเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนเกือบเท่าความ เค้นของโมเดลและผลการทดลอง ดังแสดงกราฟในรูปที่ 8



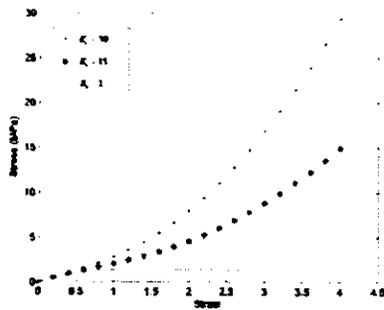
รูปที่ 8 แสดงผลที่เกิดขึ้นจากพันธะภายในของยางคงรูปขณะรับแรงดึง

เมื่อพิจารณาผลกระทบบของ ค่า  $E_p$  กับโมเดลพบว่ายิ่ง  $E_p$  มีค่ามาก ช่วงความเครียดเริ่มต้นยิ่งเกิดความเค้นสูงด้วย ดังแสดงกราฟในรูปที่ 9



รูปที่ 9 แสดงผลที่เกิดขึ้นของโมเดลจากการเลือกเปลี่ยนค่า  $E_p = 10$   $E_p = 3$   $E_p = 0.1$

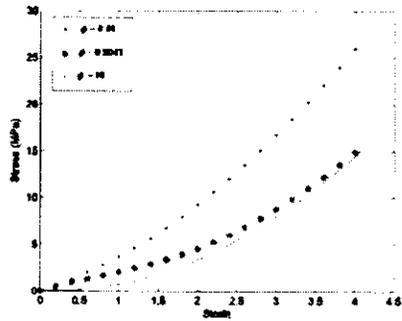
เมื่อพิจารณาผลกระทบบของ ค่า  $E$  มีผลต่อโมเดลเฉพาะในช่วงชาร์ตแดนนิ่ง ยิ่ง  $E$  มีค่ามาก ค่าความเค้นในช่วงชาร์ตแดนนิ่งก็สูงตามไปด้วย ดังแสดงกราฟในรูปที่ 10



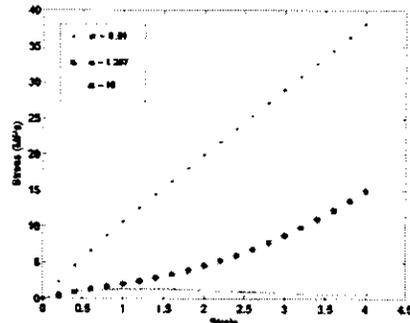
รูปที่ 10 แสดงผลที่เกิดขึ้นของโมเดลจากการเลือกเปลี่ยนค่า  $E_s = 30$   $E_s = 15$   $E_s = 1$

เมื่อพิจารณาผลกระทบบของค่า  $\phi$  มีผลแปรผกผันต่อโมเดล ยิ่ง  $\phi$  มีค่ามากยิ่งทำให้พันธะทางกายภาพขาดเร็วมากขึ้น ส่งผลให้ค่าโมดูลัสของพันธะกายภาพลดลงเร็วขึ้น ทำให้ความเค้นของโมเดลในช่วงต้นนี้มีค่าลดลงด้วย ดังแสดงกราฟในรูปที่ 11

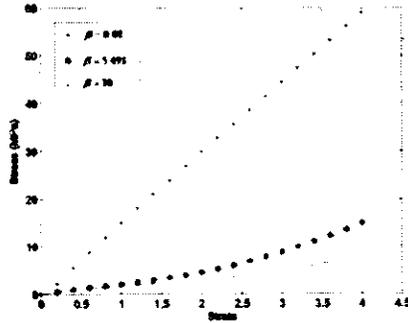
ส่วนค่า  $\alpha$  และค่า  $\beta$  มีผลแปรผกผันต่อการรับแรงของพันธะเคมี คือ ยิ่งค่า  $\alpha$  และค่า  $\beta$  มีค่ามากยิ่งทำให้การ รับแรง ของพันธะเคมีช้าลงส่งผลให้ค่าความเค้นของพันธะเคมีมีค่าน้อยลง จึงส่งผลให้โมเดลโดยเฉพาะช่วงชาร์ตแดนนิ่งมี ค่าความเค้นน้อยลงตามไปด้วย ดังแสดงกราฟในรูปที่ 12 และ 13



รูปที่ 11 แสดงผลที่เกิดขึ้นของโมเดลจากการเลือกเปลี่ยนค่า  $\phi = 0.01$   $\phi = 0.8041$   $\phi = 10$



รูปที่ 12 แสดงผลที่เกิดขึ้นต่อโมเดลจากการเลือกเปลี่ยนค่า  $\alpha = 0.01$   $\alpha = 1.267$   $\alpha = 10$



รูปที่ 13 แสดงผลที่เกิดขึ้นของโมเดลจากการเลือกเปลี่ยนค่า  $\beta = 0.01$   $\beta = 5.491$   $\beta = 10$

จากการทดลองนี้ จะเห็นว่าโมเดลที่สร้างขึ้นนี้ สามารถอธิบายพฤติกรรมการรับภาระแรงและการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างภายในของยางรูปขดระดับแรงดึงได้อย่างสอดคล้องกัน และค่าพารามิเตอร์ในสมการของโมเดลนี้ ส่งผลโดยตรงต่อพฤติกรรมขณะรับแรงดึงของโมเดล ในการผลิตยางรูปขดให้ได้คุณสมบัติที่เหมาะสม ต่อการใช้งาน ค่าพารามิเตอร์เหล่านี้สามารถสร้างเป็นความสัมพันธ์กับ ส่วนผสมของสารเคมีและนำไปสู่ความสามารถในการคาดคะเนความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณของส่วนผสมของสารเคมีในยางรูปขดกับคุณสมบัติเชิงกลของยางได้ จะสามารถคาดคะเนปริมาณที่ควรเติมได้อย่างเหมาะสมได้ต่อไป

6. กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบพระคุณ ดร.รัชดา ไสภาคะยัง อาจารย์ที่ปรึกษาที่ให้คำแนะนำ คณาจารย์และเจ้าหน้าที่ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลทุกท่าน ขอขอบพระคุณบิดา มารดาของข้าพเจ้า ที่ให้โล่มี ข้าพเจ้าในทุกวันนี้ และขอขอบพระคุณทุกๆ ท่านที่คอยช่วยเหลือที่มีอาจเอ่ยนามมาได้ทั้งหมดในที่นี้

7. เอกสารอ้างอิง

[1] Goktepe, S. G., & Miehe, C. (2005). *A micro-macro approach to rubber-like materials. Part III:*

*The micro-sphere model of anisotropic Mullins-type damage*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 53.

[2] Sopakayang, R., Vita. (2011). *A mathematical model for creep, relaxation and strain stiffening in parallel-fibered collagenous tissues*, Medical Engineering & Physics 33 (2011) 1056– 1063

[3] Sopakayang, R., Vita, R. D., Kwansa, A., & Freeman, J. W. (2011). *Elastic and viscoelastic properties of a type I collagen fiber*, Journal of Theoretical Biology 293 (2012) 197–205.

[4] Tomita, Y., Lu, W., Naito, M., & Furutani, Y. (2006). *Numerical evaluation of micro- to macroscopic mechanical behavior of carbon-black-filled rubber*, International Journal of Mechanical Sciences 48.

[5] จารุชนธ์ สังข์ปาน . การวิเคราะห์สมบัติวิสโคไอโซแปอริออลาสติกของยางรูปขดที่อุณหภูมิแตกต่างกัน . วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มัณฑลวิทยลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2550.

[6] รัชภัทร วีระชาติพิทักษ์ชน . การวิเคราะห์พฤติกรรมทางกลของวิสคูไอโซแปอริออลาสติกโดยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์. วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มัณฑลวิทยลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, 2549.

## ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล	นายเชาวลักษณ์ เกาหมอ
วัน เดือน ปีเกิด	8 มีนาคม 2527
ที่อยู่ปัจจุบัน	149/79 หมู่ที่ 6 หมู่บ้านอยู่สุขคันทรี่ ซอยบ้านดอนแค 13 ตำบลขามใหญ่ อำเภอเมือง จังหวัดอุบลราชธานี 34000
ประวัติการศึกษา	พ.ศ. 2551 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง
ประวัติการทำงาน	พ.ศ. 2551 - 2552 วิศวกรภาคสนาม (Site engineer) บริษัท ไทยโรตารี เอ็นจิเนียริง จำกัด (มหาชน) พ.ศ. 2552 - 2553 วิศวกรวางแผนและควบคุมโครงการ (Project control & planning engineer) บริษัท วิลลิชเซอร์วิสแอนด์คอนสตรัคชั่น จำกัด พ.ศ. 2553 - 2554 ครูแผนกวิชาเครื่องกล วิทยาลัยเทคโนโลยีอาชีวศึกษาอุบลราชธานี พ.ศ. 2554 - 2555 วิศวกรตรวจสอบโรงงาน (Inspection engineer) โรงแยกก๊าซธรรมชาติระยอง
ตำแหน่ง	วิศวกร (เครื่องกล)
สถานที่ทำงานปัจจุบัน	งานบำรุงรักษา กองระบบผลิตและควบคุมคุณภาพน้ำ การประปาส่วนภูมิภาคเขต 8 เลขที่ 37 หมู่ 23 ตำบลขามใหญ่ อำเภอเมือง จังหวัดอุบลราชธานี 34000

